LA

PRACTICA GEOMETRIAE

DI

LEONARDO PISANO

SECONDO LA LEZIONE

DEL CODICE URBINATE n° 292

DELLA BIBLIOTECA VATICANA

SCRITTI

DI

LEONARDO PISANO

MATEMATICO DEL SECOLO DECIMOTERZO

PUBBLICATI

DA

BALDASSARRE BONCOMPAGNI

SOCIO ORDINARIO DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA DE' NUOVI LINCEI E SOCIO
CORRISPONDENTE DELL'ACCADEMIA REALE DELLE SCIENZE DI TORINO.

VOLUME II.

(LEONARDI PISANI PRACTICA GEOMETRIAE ED OPUSCOLI)

ROMA
TIPOGRAFIA DELLE SCIENZE MATEMATICHE E FISICHE
VIA LATA NUM.° 211 A.
1862

Incipit pratica geometrię composita a Leonardo pisano de filijs bonaccij anno .M.° cc.° xx.° fol. 1 recto.

ROGASTI AMICE DOMINICE ET REVERENDE magister, ut tibi librum in pratica geometrię conscriberem; igitur amicitia tua coactus, tuis precibus condescendens, opus iam dudum inceptum taliter tui gratia edidi, ut hi qui secundum demonstrationes geometricas: et hi qui secundum uulgarem consuetudinem, quasi laicalj more, in dimensionibus uoluerint operari super .viij. huius artis distinctiones, que inferius explicantur, perfectum inueniant documentum. Quarum prima est, qualiter latitudines camporum quatuor equales angulos habentium in eorum longitudines triplici modo multiplicentur. Secunda est de quibusdam regulis geometricis : et de inuentione quadratarum radicum in tantum quantum eis, qui per rationes solumodo geometricas uoluerint operari, necessarium esse putaui. Tertia de inuentione embadorum omnium camporum cuiuscunque formę. Quarta de diuisione omnium camporum inter consortes. Quinta de radicibus cubicis inueniendis. Sexta de inuentione embadorum omnium corporum cuiuscunque figurę, que continentur tribus dimensionibus, scilicet longitudine, latitudine, et profunditate. Septima de inuentione longitudinum planitierum, et inuentione altitudinum rerum eleuatarum. Optaua de quibusdam subtilitatibus geometricis. Tamen antequam ad harum distinctionum perueniam doctrinam, quedam introductoria necessaria preponenda esse putaui. Ad hec igitur secundum ingenij mei capacitatem perficienda, tuę correctionis aggressus fiducia, hoc opus curaui tuo magisterio destinare, ut que in eo fuerint emendanda, tua sapientia corrigantur.

Incipiunt introductoria.

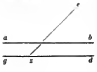
PUNCTUS est id quod nullam habet dimensionem, idest quod non potest diuidj. Linea est longitudo carens latitudine, cuius termini puncta sunt. Recta linea est que de puncto ad punctum recte protrahitur. Superficies quidem est que latitudinem, et longitudinem tantum habet, cuius termini sunt linee : et est plana, cum undique infra suos terminos super rectas lineas dilatatur. Planus uero angulus est inclinatio duarum linearum sese in plano tangentium, cum non iaceant indirecto; et est rectilineus, cum linee continentes angulum sunt recte. Cumque linea recta super lineam rectam steterit, feceritque circa se duos angulos sibi inuicem equales, dicitur rectus uterque angulus; et linea stans super ea, cui superstat, cathetus, siue perpendicularis appellatur. Amplus uero, uel obtusus angulus est qui maior est recto. Acutus namque qui minor recto inuenitur. Et terminus est finis rei. Figura quidem est que sub | uno, uel pluribus fol. 1 verso. terminis iacet. Figura quidem rectilinea est que a rectis lineis circuudatur. Trilatere quippe figure sunt que sub tribus rectis lineis continentur.

Quadrilatere uero sunt que quatuor rectis lineis ambiuntur. Multilatere autem figure sunt que sub pluribus quam quatuor lateribus comprehenduntur. Circulus enim est quedam plana figura sub una linea contenpta; que linea uocatur circumferens, uel periferia, infra quem est punctus: a quo omnes recte protracte ad circumferentem lineam sibi inuicem sunt equales : punctus uero ille centrum circulj appellatur. Cumque per centrum aliqua recta protracta fuerit, et terminata in utraque parte periferie,

illa recta dýameter circulj nuncupatur, que diuidit circulum in duas equas portiones. Quarum una queque semicirculus dicitur. Portio uero circulj est figura, que continetur sub circulj periferia, et recta linea, siue maior, uel minor sit semicirculo. Sector uero circulj est quedam plana figura contenpta sub duabus rectis a centro ad periferiam deductis, et arcu periferię ab ipsis rectis comprehenso. Recte linee, que in eadem superficie sunt, et ab utraque parte in infinitum protracte, et numquam sibi inuicem concurrunt, dicuntur equidistantes: in quibus si aliqua recta inciderit, faciet duos angulos interiores ab una parte rectos, aut duobus rectis equales: et exterior angulus est equalis interiori angulo sibi opposito; et anguli qui permutati sunt, sibi inuicem equantur: ut si in duabus lineis equidistantibus *.a.b.* et *.g.d.* incidat quedam recta *.e.z.*; anguli quidem *.b.i.z.* et *.i.z.d.* aut recti sunt, aut duobus equales rectis. Illud idem est ex angulis *.a.i.z.* et *.i.z.g.*; et exterior angulus *.e.i.b.* interiori sibi opposito *i.z.d.* est equalis; et angulus *.a.i.z.* ei, qui permutati (*sic*) iacet, scilicet angulo *.i.z.d.* equatur: adhuc ergo et angulus *.b.i.z.* angulo *.i.z.g.* est equalis, ut in geometria ostenditur. Multa enim sunt que oportet scire eos, qui in mensuratione, et diuisione corporum, secundum subtilitatem geometricam procedere uolunt, que in euclide aperte monstrantur. Ex quibus sunt hec: super datam rectam, et terminatam constituere trigonum equilaterum: et datum angulum, uel lineam in duo equa secare: et super datam rectam a puncto dato in ipsa cathetum erigere: et super datam rectam á dato puncto, quod non sit in ipsa, cathetum ducere. Et recta super rectam duos angulos facit circa se duobus rectis equales. Et cum due recte se inuicem secant, duo anguli, qui sunt a uertice oppositi, sibi inuicem sunt equales. Et cum in duabus rectis recta incidit, et facit ab una parte duos angulos interiores, minores duobus rectis; si ab ipsa parte, á qua anguli sunt minores duobus rectis, ipse recte linee fuerint protracte, sibi inuicem coucurrent. Et duarum linearum equalium et equidistantium due recte copulate fuerint, ipse sibi inuicem equales, et equi | distantes erunt. Et ad datam rectam, ad quod in ipsa punctum datum, dato angulo rectilineo, equalem angulum rectilineum constituere. Et per datum punctum date recte equidistantem rectam lineam ducere. Et trigona, et paralilogramina super equas bases: uel super eandem basem inter easdem equidistantes constituta, sibi inuicem equalia sunt, scilicet trigonum trigono: et paralilogramum paralilogramo, etiam paralilogramum duplum est trigono. Dicitur enim paralilogramum figura, que habet latera opposita equalia, et equidistantia; cuius anguli oppositi sibi inuicem sunt equales: et dýameter etiam secat ipsum in duo similia trigona, et equalia; etiam si aliquod latus trigonj ab aliqua parte protrahatur, tunc faciet unum angulum extra ipsum trigonum, qui erit equalis duobus angulis sibi oppositis infra trigonum existentibus; et tres anguli cuiuslibet trigoni duobus rectis equantur. Et eidem equalia, et alternis equalia sunt. Et si equalibus equalia apponantur, tota sunt equalia. Et si ab equalibus equalia auferantur, que relinquuntur, sunt equalia. Et si inequalibus equalia apponantur, tota sunt inequalia. Et si ab inequalibus equalia auferantur, reliqua sunt inequalia. Et eiusdem dupla equa sibi inuicem sunt, et eiusdem dimidia alternis equalia sunt; et super se inuicem coaptata sibi inuicem equalia sunt. Et totum sua parte maius est. Et due recte spatium non continent. Sine his omnibus, et sine radicum inuentione, ipsi qui secundum uulgarem modum procedere uoluerint:

fol. 2 *recto*

« et equidistantium .... inuicem equales » (fol. 1 *verso*, margine inferiore interno: pag. 2, lin. 25-26)



cum his que ostendam inferius, conuenienti loco poterunt sufficienter procedere. His ita determinatis; cum quibus mensuris mensurentur agri, breuiter proposui explicare.

Quidam enim mensurare consueuerunt agros cum mensuris cubitalibus, uel ulnis, aut cum passibus. Alij cum perticis, siue cum alio quolibet mensurabilj instrumento; quelibet tamen suprascriptarum mensurarum intelligenda est quandoque linealis, quandoque superficialis. Linealis est que sola longitudine constat. Superficialis que tantum habet in longitudine, quantum in latitudine, et in se ipsa quadrata existens, et quatuor rectis constat angulis. Ex his superficialibus mensuris quidam in multiplicando colligunt quandam quantitatem, quam uocant iugerum, uel aripennium, siue carrucam, siue tornaturam, uel culturam, uel alias quantitates, que alijs censentur uocabulis. Ego uero, secundum pisanorum incedere uolens consuetudinem, a pertica summam initium. Pertica pisana linealis, sex linealibus pedibus constat: pes uero linealis decem et octo punctis linealibus constat. Pertica quoque quadrata, scilicet superficialis, sex pedibus superficialibus constat. Habet enim pes superficialis unam perticam in longitudine, et sextam partem pertice in latitudine. Vntia uero superficialis habet unam perticam in longitudine, et optauam decimam partem longitudinis pedis in latitudine. Quare superficialis pes est sexta pars superficialis pertice. Vncia superficialis est octaua decima pars superficialis pedis, uel centexima optaua pars super|ficialis pertice. Item superficialis pertica continet in se denarios .xxxvi. de mensura; et ita contingunt unicuique pedi denarij sex: et uncia superficialis est tertia pars denarij. Denarius quoque habet unum pedem in longitudine, et unum in latitudine; et ita denarius quadratus ex quatuor rectis constat angulis: et sic denarius est trigexima sexta pars totius pertice superficialis. Quatuor quidem pertice superficiales faciunt quandam mensuram, que uocatur scala. Quinque enim superficiales pertice, et semis faciunt unum panorum. Sexaginta nempe, et sex pertice quadrate faciunt mensuram quandam, que uocatur stariorum, ad quam uenduntur, et emuntur agri in episcopatu pisano; et ad quam mensuram colligere embada, hoc est areas camporum monstrabo: ex suprascripto uero starioro multiplicato colligitur quedam alia suma (*sic*), siue quantitas, que uocatur modiorum. Est enim modiorum id quod continet in se staiora .xxiiij.or fol. 2 verso.

Item scale .xvi et semis sunt staiorum unum; et scala una est undecima pars de duabus tertijs stariori; uel est scala soldi .xij. de mensura. Rursus panora .xij. sunt stariorum unum; quare panorum est duodecima pars staiori; et est panorum soldi xvi, et stariorum est soldi cxcviij. Mensurantur quidem agri, et spatia domorum cum perticis, et pedibus, et uncijs linealibus. Sed camporum embada colliguntur in starioris, et panoris, et soldis, et denarijs, uel in partes unius panori: domorum quoque spatia colliguntur in scalis, et in partibus scale, et in soldis, et denarijs. His ita explicatis, ostendendum est, quid ex multiplicatione perticarum, et suarum partium in suprascriptis mensuris eueniat. Quicquid enim multiplicatur in perticam uel perticas, illud idem procedit ex ipsa multiplicatione: vt si pertica, uel pertice multiplicentur in perticas, quicquid ex multiplicatione colligitur, pertice erunt. Verbi gratia: tres pertice in nouem perticas multiplicate, faciunt perticas .xxvij. Et si pertica, uel pertice multiplicantur in panora, uel panora in perticas, quicquid ex multiplicatione consurgit, erunt panora. Verbi gratia: tres pertice multiplicate in nouem panora, uel nouem panora in tres

perticas, faciunt panora .xxvij.; et ita intelligendum est de multiplicatione perticarum in scalas, et stariora, et modiora; uel ex multiplicatione scalarum, et stariorum, et modiorum in perticas. Rursus pedes multiplicati in perticas, uel pertice in pedes, erunt pedes, siue medij solidj. Verbi gratia: tres pedes multiplicati in perticas nouem: uel nouem pertice in pedes tres, erunt pedes .xxvij., scilicet solidi xiij., et $\frac{1}{2}$ de mensura. Item uncie multiplicate in perticas, uel pertice multiplicate in uncias faciunt uncias, uel tertias unius denarij. Verbi gratia: uncie .iiij.^{or} multiplicate in perticas nouem, uel econtra, surgunt in uncias .xxxvij., hoc est in denarijs .xij. mensurę. Adhuc pedes multiplicati in pedes surgunt in denarios. Verbi gratia: pedes tres multiplicati in pedes quinque surgunt in denarios .xv. Iterum pedes multiplicatj in uncias faciunt octauas decimas unius denarij. Et uncie multiplicate in uncias faciunt octauas
fol. 2 *recto.* decimas partes | octauę decimę partis unius denarij, scilicet tercenteximas uigeximas quartas unius denarij.

Et nota quia semper mensure que multiplicantur sunt lineales; et que colliguntur ex multiplicatione earum sunt superficiales. Nec non sciendum est, quod pertice .100. superficiales sunt stariorum unum et dimidium; et insuper pertica una, et centenarium scalarum est stariora sex; et insuper scala una, et centenarium panororum est stariora $\frac{1}{3}$ 8. Item quia soldi $\frac{1}{2}$ 16 sunt panorum unum; ergo soldi .33 sunt panora .2.; et soldi $\frac{1}{2}$ 49 sunt panora .3.; et soldi 66 sunt panora .4.; et soldi $\frac{1}{2}$ 82 sunt panora .5.; et soldi .99. sunt panora .6. Item scale $\frac{1}{2}$ 5 sunt panora .4.; et scale .11. sunt panora .8. Et nota quia ideo facimus mentionem de scalis, quia quidam utuntur colligere mensuras terrarum in scalis; et de ipsis scalis faciunt panora. Vnde nos relinquimus in hoc opere laborem de ipsis scalis; et docebimus colligere mensuram terrarum per stariora, et per panora, et per soldos, et per denarios. Vnde dicendum est, quod pertice $\frac{1}{2}$ 5 multiplicate in perticas quotlibet, tot panora ex multiplicatione eueniunt, quot fuerint ille pertice, in quas pertice $\frac{1}{2}$ 5 multiplicate fuerint: quare pertice .11. multiplicate in perticas quotlibet reddunt tot panora bis, quot ille pertice sunt: quare pertice $\frac{1}{2}$ 16 multiplicate in perticas quotlibet reddunt tanta panora ter; et pertice .22. quater tanta; et pertice $\frac{1}{2}$ 27 quinquies tanta; et pertice .33. sexies tanta; et pertice $\frac{1}{2}$ 38 septies tanta; et pertice .44. octies tanta; et pertice $\frac{1}{2}$ 49 nouies tanta; et pertice 55 decies tanta; et pertice $\frac{1}{2}$ 60 undecies tanta. Similiter et si pertice .66. multiplicate sint in perticas quotlibet, duodecies tanta panora egrediuntur ex multiplicatione illarum perticarum, in quas pertice .66. multiplicate fuerint, hoc est tot stariora, quot fuerint ille pertice: propter quod et pertice 132. multiplicate in perticas quotlibet faciunt bis tanta stariora; et sic intelligas de similibus. Et hoc est quod diximus superius de panoris, et starioris, et modioris multiplicatis in perticas; quia illud idem est multiplicare perticas .22. in perticas .3., quod panora .4. in perticas .3. Est enim illud idem multiplicare perticas .132 in perticas quotlibet, quod multiplicare stariora .2. in easdem perticas. Et notandum, quod pertica una in latitudine, et $\frac{1}{2}$ 5 in longitudine est panorum unum; et pertica una in latitudine, et duplum de perticis $\frac{1}{2}$ 5. in longitudine est duplum unius panorj; et sic intelligas de triplo, et quadruplo et de alio quouis multiplice perticarum $\frac{1}{2}$ 5, quod fuerit in longitudine, et pertica una in latitudine. Item pertica una in latitudine, et pertice .66. in longitudine est stariorum unum. Quare

pertice due in capite, et pertice .66. in longitudine sunt stariora .2.; et pertice .3. in capite, et pertice .66. in longo sunt stariora .3.; et sic intelligatur in similibus. Rursus duplum de pertica una in capite, et dimidium perticarum .66. in longum est unum stariorum; et triplum unius pertice in capite, et tertium de perticis .66. in longum est similiter stariorum unum: et hoc intelligas | de alio quouis multiplice unius per- *fol. 3 verso.* tice, si fuerint in capite; et ex eadem parte de perticis .66., si fuerint in longum. Vnde si queratur, cum pertice .6. fuerint in capite alicuius campi quadrati, quot pertice erunt in longo ipsius, ut perficiatur stariorum; tunc quia .6. est sexcuplum de pertica una, sextum de perticis .66., scilicet .11. accipies, et habebis longitudinem ipsius agri. Item si in capite fuerint pertice .7., perficietur stariorum: si in longum habueris septimam de perticis 63, egredientur pertice .9.; et de perticis tribus que restant á .63 usque in 66 fac pedes, erunt pedes .18.; quos diuide per .7., exibunt pedes .2, et restant pedes .4. diuidendi: ex quibus fac uncias, erunt uncie .72.; quas diuide per .7, exibunt uncie $\frac{2}{7}$ 10; et sic habemus perticas .9., et pedes .2, et uncias $\frac{2}{7}$ 10 pro $\frac{1}{7}$ perticarum .66.: sunt enim hec ualde utilia, ut in suo demonstrabitur loco.

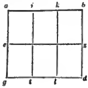
Incipit distinctio prima de multiplicatione latitudinum camporum quadratorum rectos angulos habentium in eorum longitudine, in quibus multiplicationibus eorum embada continentur.

Si uolueris metiri campum quadrilaterum: equilaterum: et equiangulum *.a.b.c.d.* habentem in singulis lateribus perticas .2. Dico quod eius area est illud quod colligitur ex multiplicatione lateris *.a.c.* in latus *.a.b.* sibi contiguum, scilicet duarum perticarum in duo; et sic est eius embadum perticarum .4. superficialium. Diuidantur autem linee *.a.b.* et *.c.d.* in duo equalia super puncta *.e.f.*; et protrahatur linea *.ef.* Item diuidantur linee *.ac.* et *.bd.* in duo equalia super puncta *.g.h.*, et protrahatur linea *.gh.*; et sic erit diuisum quadrilaterum *.a.b.c.d.* in quatuor quadrata equalia et ortogonia, quorum unumquodque habet in singulis lateribus perticam unam; et sic sunt pertice .4. superficiales in toto embado quadrilateri *.a.c.d.b.* Est enim *.a.e.* recta equalis, et equidistans recte *.c.f.*; quare recta *.e.f.* est equalis et equidistans linee *.ac.*; et *.ef.* est equalis et equidistans linee *.bd.*; cum ei sit equidistans et equalis linee *.a.c.*: similiter enim inuenietur linea *.gh.* equidistans et equalis utrique linee, scilicet *.ab.* et *.cd.*: et quoniam linea *.ef.* equidistans est linee *.ac.*, et linea *.ae.* linee *.cf.*; angulus ergo *.aef.* angulo *.acf.* sibi opposito est equalis. Rectus quidem qui sub *.acf.* Rectus uero qui sub *.aef.*: propter eadem ergo ostendetur rectus angulus *.e.f.c.*, cum sit equalis recto angulo *.c.a.e.* Quare ortogonium est quadrilaterum *.e.a.c.f.*, et continet in se duas perticas quadratas, quarum una est *.e.a.g.i.* quadrilaterum, et alia est *.i.g.c.f.* Ostenditur enim per supradicta omnes angulos esse rectos, qui ad *.I.*, nec non et angulos, qui ad *.g.* et ad *.h.* Nam superficies *.e.c.* continet dimidium superficiei *.b.c.*; quare et superficies *.ec.* superficiei *.ed.* est equalis: ergo totius superficiei *.a.d.* embadum est iiij.^{or} perticarum, ut prediximus. Item sit quadrilaterum longum rectiangulum *.a.b.g.d.*, in cuius capita opposita, scilicet in *.ag.* et *bd* siat pertice due, et in unoquoque reliquorum laterum sint pertice tres. Dico quod eius embadum est perticarum .6., quod colligitur ex multiplicatione unius capitis in unum laterum, scilicet de .2. in .3.: ad hec itaque demonstranda, diuidatur recta | *.ag.* et *bd* in duo equalia *fol. 4 recto.*

« in duo .... recte *.c.f.* » (fol. 3 *verso*, lin. 16-21; pag. 5, lin. 22-28).



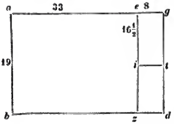
« capitis in unum .... diuidatur recta » (fol. 3 *verso*, margine inferiore interno; pag. 5, lin. 42-43).



super puncta *.ez.*; et copuletur recta *.ez.*; et diuidatur utraque rectarum *.ab.* et *.g.d.* in tria equalia super puncta *.i.t.* et *.k.l.*; et copulentur recte *.it.* et *kl*; tunc ostendetur per supradicti quadratj doctrinam, totum quadrilaterum *.abgd.* in sex quadrilatera equalia et ortogonia esse diuisum, quorum unumquodque continet in singulis lateribus perticam unam: denique his per demonstrationes ostensis, qualiter latitudines dictorum camporum per longitudinem multiplicarj debeant, ostendamus. Si uolucrimus multiplicare perticas .7. in latitudinem per perticas 23. in longitudinem, multiplica primum perticas .7. per perticas .22., scilicet per panora .4., egredientur inde panora .28. suprascripta ratione: deinde multiplica unam perticam, que remanet de .23., per .7., erunt pertice quadrate .7.; ex quibus pertice $\frac{1}{2}$ 5 sunt panorum unum; et pertica $\frac{1}{2}$ 1. que remanet, est soldi $\frac{1}{2}$ 4; et sic habemus in summa panora 29, et soldos $\frac{1}{2}$ 4 mensurę, hoc est stariora .2., et panora 5, et soldos $\frac{1}{2}$ 4.

Item si uolueris multiplicare perticas .13 per perticas .31., multiplica primum perticas .11., scilicet panora .2., per perticas .31., erunt panora .62., scilicet duplum de .31.: deinde perticas .2., que remanent ex ipsis perticis .13., multiplica per perticas .31., erunt pertice 62. quadrate, que sunt panora .11., et denari .18.; que adde cum panoris .62 inuentis, erunt panora .73., et denari .18.; que diuide per .12.: ideo quia stariorum est panora 12., exibunt stariora .6., et panorum vnum, et denari .18. meusurę. Item si uolueris multiplicare perticas 19. per perticas .41., multiplica primum perticas 19. per perticas .33., erunt media stariora .19., scilicet stariora $\frac{1}{2}$ 9.: deinde multiplica .8., que remanent de .41, per perticas $\frac{1}{2}$ 16, erunt panora .24.; quibus additis cum starioris $\frac{1}{2}$ 9, erunt stariora $\frac{1}{2}$ 11. Item quia remanent pertice $\frac{1}{2}$ 2, extractis perticis $\frac{1}{2}$ 16 de perticis .19., multiplicabis ipsas perticas $\frac{1}{2}$ 2 iterum per suprascriptas perticas .8., erunt pertice .20. superficiales; ex quibus pertice $\frac{1}{2}$ 16 sunt panora .3; et relique pertice $\frac{1}{2}$ 3 sunt soldi $\frac{1}{2}$ 10; quibus panoris .3., et soldis $\frac{1}{2}$ 10. additis cum starioris $\frac{1}{2}$ 11., faciunt in summa stariora .11., et panora .9., et soldos $\frac{1}{2}$ 10. Cuius multiplicationis causam nolo demonstrationibus declarare. Esto quadrilaterum longum *.a.b.g.d.* continens in unoquoque capite, que sunt *.a.b.* et *.g.d.*, perticas .19.; et in uno quoque longiorum laterum, que sunt *ag.* et *bd.*, perticas .41.; accipiatur ex latere *.ag.* linea *.ae.* constans ex perticis .33., remanebit linea *.eg.* perticarum .8. Similiter ex linea *.bd.* accipiatur linea *.bz.* equalis linee *.ae.*; et copuletur recta *.ez.*, eritque *.ez.* perticarum .19., cum sit equaljs et equidistans utrique linee *.ab.* et *gd.* Et *zd* quidem est equalis linee *.eg.*, scilicet perticis .8. Rursus ex lineis *.ez.* et *gd.* accipiantur recte *.ei.* et *gt.*, quarum unaqueque sit perticarum $\frac{1}{2}$ 16; et copuletur recta *.it.*, eritque linea *.it* equalis utrique linee *eg* et *zd.* Cumque ex lineis *.ez.* et *gd.* auferantur linee *.ei* et *gt.*, quarum unaqueque | est perticarum $\frac{1}{2}$ 16, remanebit unaqueque rectarum *.iz.* et *td.* perticarum $\frac{1}{2}$ 2: cum itaque multiplicauimus superius perticas .19. in .33; tunc habuimus embadum quadrilateri *.az*, et remansit nobis quadrilaterum *.ez. dg.* ex toto quadrilatero *a.b.g.d.*; et fuit area quadrilateri *.e.a.b.z.* stariora $\frac{1}{2}$ 9: deinde cum multiplicauimus .8. in perticas $\frac{1}{2}$ 16, scilicet in panora .3., habuimus stariora .2. pro embado quadrilateri *.e.i.t.g.* Rursus cum multiplicauimus perticas $\frac{1}{2}$ 2. in perticas .8., tunc habuimus perticas .20. quadratas, scilicet panora .3., et soldos $\frac{1}{2}$ 10 mensurę pro embado quadrilateri *.i.z.d.t.* Nam tria quadrilatera *.az.* et *.e.t.* et *.tz.* toti quadrilatero *.a.b.g.d* equantur; et hoc uoluimus demonstrare. Item si

« *eg* et *zd*. .... quarum unaqueque » (fol. 4 *recto*, margine inferiore interno; pag. 6, lin. 34-35).



fol. 4 *verso*.

uis multiplicare perticas .25. per perticas .52., multiplica primum perticas .22. ex ipsis perticis 25., scilicet panora .4., per perticas .52., erunt tertie unius stariori .52. propter panora .4., que sunt tertia pars unius stariori. Sunt enim tertie .52. stariori stariora $\frac{1}{3}$ 17: deinde perticas .3., que remanent á 22 usque in .25., multiplica per perticas $\frac{1}{2}$ 49 ex illis perticis .52, scilicet per panora .9., erunt panora .27.; quibus additis cum starioris $\frac{1}{3}$ 17, reddent stariora 19., et panora .7.: post hoc multiplica ipsas perticas .3. per perticas $\frac{1}{2}$ 2, que sunt á $\frac{1}{2}$ 49 usque in .52., erunt pertice $\frac{1}{2}$ 7, scilicet panorum unum, et soldi .6; et sic habebis in summa stariora .19., et panora .8., et soldos .5.: uel aliter multiplica 25 per 52, erunt pertice 1300., que sunt stariora 13 cum totidem medijs starioris, et insuper pertice .13., scilicet stariora .19., et panora .6., et soldi .6., ut predixi. Item si uis multiplicare perticas .31. per perticas .69., multiplica primum perticas .31. per perticas .66., scilicet per stariorum unum, erunt stariora .31. Item multiplica 3, que remanent á 66 usque in .69., per perticas .31., erunt pertice 93, que sunt panora .17, minus denari .18.; et sic habemus in summa stariora .32., et panora .5., minus denari .18. Item si uis multiplicare perticas 43. per perticas 85., multiplica primum perticas 43. per perticas $\frac{1}{2}$ 82., scilicet per panora .15., erunt panora quindecies .43., scilicet stariora 43. cum totidem quartis, hoc est stariora $\frac{3}{4}$ 53 : deinde multiplica perticas $\frac{1}{2}$ 2, que remanent ab $\frac{1}{2}$ 82 usque in .85., per perticas .43.; tamen multiplicabis primum ipsas perticas $\frac{1}{2}$ 2 per perticas .33., scilicet per panora .6., erunt panora .15.; que adde cum starioris $\frac{3}{4}$ 53, erunt stariora .55.: et multiplicabis iterum ipsas perticas $\frac{1}{2}$ 2 per perticas .10., que remanent a 33 usque in .43., erunt pertice 25., que sunt panora .4., et soldi .9.; et sic habebis pro quesita multiplicatione stariora 55., et panora 4 et soldos 9. Item si uis muliplicare perticas .54. per perticas .113., multiplica primum perticas .54. per perticas .110., scilicet per panora 20., erunt panora 1080.; quibus diuisis per .12. reddunt stariora .90.: deinde multiplicabis perticas .3., que remanent á 110. usque in .113., per perticas .54., hoc est per panora 9 et perticas $\frac{1}{2}$ 4., erunt panora 27., et pertice $\frac{1}{2}$ 13, hoc est panora .29., et soldi $\frac{1}{2}$ 7.; quibus additis cum starioris 90, faciunt sta|riora 92., et panora 5., et soldos $\frac{1}{2}$ 7. Item fol. 5 recto.
si uis multiplicare perticas .72 per perticas 149., multiplica primum perticas .66. per perticas .149., erunt stariora .149.: deinde multiplica perticas .6., que remanent á 66 usque in .72, per perticas 149.; tamen primum per perticas 132, scilicet per stariora .2, et postea per perticas .17, que remanent á 132 usque in .149., erunt stariora .12., et pertice .102., hoc est stariora .13., et panora 6, et soldi 9.; quibus additis cum starioris .149., faciunt stariora 162, et panora 6, et soldos .9.

Nunc satis dictum est de multiplicatione perticarum integrarum in integras, modo de multiplicatione earumdem cum pedibus dicere uolumus: et quia cum multiplicatur pes in perticas quotlibet, ut dictum est, ueniunt tot medij soldi, quot sunt ille pertice: si duo pedes multiplicantur in perticas, uenient tot soldi, quot sunt ille pertice. Et si pedes .3. multiplicantur in perticas, ueniunt tot soldi, quot sunt pertice, et insuper totidem dimidij soldi. Et si pedes .4. multiplicantur in perticas, uenient duplicati soldi. Et ex pedibus .5 multiplicatis in perticas ueniunt item duplicati soldi ipsarum perticarum, et insuper totidem dimidij. Et ex multiplicatione pedum in pedes ueniunt denari, ut supra diximus.

Si uis multiplicare perticas .12 et pedem .1. per perticas .25. et pedes .2., multiplica

primum perticas 12 per perticas 25, erunt panora 54, et soldi .9.: retineas panora in manu dextra, et soldos in manu sinistra: deinde multiplica pedem .1. per perticas 25., erunt soldi $\frac{1}{2}$ 12; quos adde cum soldis 9., erunt in manu sinixtra soldi.21; et cum pedibus retineas drios (*sic*) 6., qui super sunt super illis soldis .21. Signa uero pedum sunt hec: positio punctę pedis sinistri super punctam dextri signat .1.: positio punctę sinistri super floccam dextri .2.; tactus calcanei dextri cum puncta pedis sinistri .3.; ducere pedem sinistrum post dextrum, et tangere punctam pedis dextri ab exteriori parte cum puncta sinistri .4.; ab eadem parte tangere cum puncta pedis sinistri nodum siue floccam dextri .5.: alia quinque signa sunt per ordinem eodem modo cum pede dextro tangendo sinistrum; undecimum uero signum est, cum ponitur calcaneum pedis dextri super floccam pedis sinistri: pluribus signis non indigemus, cum denari .12 faciunt unum solidum, qui soldus retinetur in manu sinistra. De signis manuum nil dicendum est, cum ipsa sciant omnes, qui sciunt abbacum. Vnde reuertamur ad propositum: multiplicabis iterum pedes .2. per perticas .12, erunt soldi .12.; quibus additis cum soldis $\frac{1}{2}$ 21 seruatis, faciunt soldos $\frac{1}{2}$ 33. Item multiplicabis pedem .1. in pedes .2., erunt denari .2.; quos adde cum denarijs .6., qui seruantur in pedibus, erunt denari .8.; quos serua iterum cum pedibus; et sic habebimus panora .54., et soldos .33, et denarios .8., scilicet stariora .4., et panora .8., et denarios .8. pro quesita multiplicatione. Item si uis multiplicare perticas .17, et pedes .2. per perticas .36, et pedes .3., multiplica primum perticas.17. per perticas .36., erunt stariora .9., et panora .3., et soldi $\frac{1}{2}$ 4: retineas stariora in corde, panora retineas in manu dextra, soldos in | sinistra, denarios in pedibus; super que omnia adde multiplicationem de pedibus .2. in perticas .36., scilicet soldos .36.; et multiplicationem de pedibus .3. in perticas .17., scilicet soldos $\frac{1}{2}$ 25.; et multiplicationem de pedibus .3. in pedes .2., scilicet denarios .6.; et quotiens exercuerint tibi soldi in manu sinistra, fac ex eis panora quotienscumque poteris; et sic habebis in summa stariora .9., et panora 7, et denarios .6. Item si uis multiplicare perticas .26, et pedes .4. per perticas .43., et pedes .5., multiplica primum perticas .26. per perticas .43., que sunt stariora .16., et panora .11., et soldi $\frac{1}{2}$ 4. Item multiplica pedes .4., scilicet soldos .2., per perticas .43., erunt soldi .86., scilicet panora .5, et soldi $\frac{1}{2}$ 3.: item multiplica pedes .5, scilicet soldos $\frac{1}{2}$ 2 per perticas 26, erunt soldi .65: item multiplica pedes .4. per pedes .5, erunt denari 20.; quibus quatuor multiplicationibus in unum coniunctis, faciunt in summa stariora .17., et panora .8, et soldos 8., et denarios .8. Sj uis multiplicare perticas .28., et pedem .1., et uncias .7. per perticas .53., et pedes .5., et uncias .12.; multiplica primum perticas .28., et pedem .1. per perticas .53., et pedes .5., erunt stariora .22, et panora .11., et soldi .11., et denari .5: deinde multiplica uncias .7., scilicet denarios $\frac{1}{2}$ 2, per perticas .53.; tamen primum per 48., scilicet per soldos .4., et postea per denarios .5., erunt soldi .10., et denari $\frac{2}{2}$ 3.: item multiplica uncias 12., scilicet denarios .4., per perticas .28.: primum quidem per .24., scilicet per soldos .2., et postea per .4., erunt soldi .9., et denari 4.: post hoc multiplica uncias .7. per pedes .5., et uncias .12. per pedem .1., erunt sexte unius uncię 47, scilicet denari $\frac{11}{18}$ 2; et multiplica uncias .7. per uncias .12, erunt $\frac{84}{324}$ unius denarij, de quibus mentio facienda non est, cum non sint uncia .1.: adde ergo reliquas multiplicationes in unum, reddent pro tota summa stariora .23., et soldos .14., et denarios .9. Item si uis multiplicare perticas .37, et pedes .2., et uncias $\frac{4}{5}$ 5 per perticas .67, et pedes .4., et uncias $\frac{1}{4}$ 10, multiplica primum perticas .37., et

Numeratio pedum usque in undecim.

fol. 5 verso.

pedes .2., et uncias .5. per perticas .67, et pedes .4; et uncie .10. erunt stariora .38.,et panora .4., et soldi .8., et denari .5. et parum amplius : super que adde multiplicationem de tertia unius uncie in perticas .67, et pedes .4., et uncias $\frac{1}{4}$ 10., scilicet parum amplius de uncijs $\frac{1}{2}$ 22. Et addes etiam multiplicationem de quarta unius uncię in perticas .37, et pedes .2., et uncias $\frac{1}{4}$ 5., scilicet parum minus de unciis $\frac{1}{2}$ 9, erunt in summa stariora 38, et panora .4., et soldi .9., et denari .5. parum minus. Et sic crebro studio utendo suprascriptis multiplicationibus poteris habere notitiam similium.

« est. Serua .. .. per perticas » (fol. 5 *verso*, lin. ultima, e margine inferiore esterno; pag. 9, lin. 13 e 14).

Si uolueris multiplicare perticas .17, et pedes .3. in perticas .28., et pedes .4., collocabis pedes lateris longioris sub pedibus lateris breuioris, et perticas sub perticis, scilicet pedes .4. sub pedibus .3.; et post ipsos pedes pone perticas .28. sub perticis .17. uersus sinistram retro, ut hic ostenditur; et multiplicabis pedes .3. per pedes .4., erunt denari .12.; quia cum multiplicamus pedes in pedes, egrediuntur ex multiplicatione denari, ut dictum est. Serua ergo pro illis denarijs .12., soldum .1. in manu sinistra; et multiplicabis pedes .3. per perticas | 28; et pedes .4 per perticas .17 in cruce, secundum quod docui in multiplicationibus duarum figurarum contra duas in libro maioris guice abbaci; sed dimidiabis has multiplicationes multiplicando; hoc est multiplicabis dimidium peduum .3. in .28., uel dimidium de 28. in .3. Similiter multiplicabis dimidium pedum .4. per 17., uel dimidium de 17. per 4.; et hoc facies, quia ex multiplicato pede in perticam, egreditur inde pes, scilicet medietas unius soldi: quare multiplicatio pedum .3. in dimidium perticarum .28., scilicet in.14., faciunt soldos 42; quos adde cum soldo.1.seruato in manu, erunt soldi .43. in eadem manu; et multiplicatio medietatis pedum .4. in perticas .17. facit soldos .34;quibus additis cum soldis 43., faciunt soldos .77.; ex quibus facies panora, erunt panora .4., et soldi .11. Serua quidem his panora in manu dextra, et soldos in sinistra : post hec multiplicabis perticas .17 per perticas .28 per demonstratum modum; quia de multiplicatione perticarum in perticas satis subtiliter dictum est superius; et habebis in summa stariora .7, et panora .7., et soldos .3, et denarios .6.

pertice	pedes
17	3
28	4

fol. 6 *recto*.

« .41. sub .... ut perticas » (fol. 6 *recto*, lin. 14-17; pag. 9, lin. 28-32).

Et Si uolueris multiplicare tantum perticas .19. in perticas .41., et pedes .4., collocabis perticas .41. sub perticis .19.; et in loco pedum ante .19. pones zefirum; et sub ipso ante perticas .41. pones pedes .4., ut hic ostenditur; et multiplicabis zefirum per pedes .4., faciet zefirum; et zefirum per dimidium de 41 faciet iterum zefirum; medietatem de pedibus .4. in .19. faciunt soldi 38., qui sunt panora .2. in manu dextra, et soldi 5 in sinistra; et perticas 19. in perticas .33 faciunt stariora $\frac{1}{2}$ 9.; et sic habebis in corde stariora .9., et in manu dextra panora .8., et in sinistra soldos .5.: et multiplicabis perticas .8., que sunt a 33 usque in .41., in perticas .19., scilicet in .11., et in .8., facient panora .16., et perticas .64.; que pertice 64 sunt panora .11, et soldi .9.; et sic capiunt in summa stariora 12, minus denaris .12. Item si uolueris multiplicare pèrticas .20., et pedes .4., et uncias .11. in perticas .46, et pedes .5., et uncias .12., collocabis perticas sub perticis, et pedes sub pedibus, et uncias sub unciis, ut hic ostenditur; et multiplicabis ad modum multiplicationum trium figurarum contra tres; et erunt uncie in loco prime figure, scilicet in loco unitatum, et pedes in loco secundę, scilicet decenarum; et pertice in loco tertię, scilicet centenariorum: quare multiplicabis uncias .11. per uncias .12, faciunt $\frac{132}{324}$ unius denarij; quia ex uncia multiplicata in unciam, prouenit $\frac{1}{324}$ unius denarij; nam regula de 324 est $\frac{1\ 0}{18\ 18}$: quare si .132 diuiserimus per primum .18., qui est sub

pertice	pedes
19	0
41	4

« et erunt .... et quod prouenerit » (fol. 6 *recto*, lin. 28-29 e 30; pag. 9, lin. 39 — pag. 10, lin. 1).

pertice	pedes	unc.
20	4	11
46	5	12

uirgula, exibunt $\frac{2}{3}$ 7; uel sextam unciarum .12. multiplica per.11.; et quod prouenerit diuide per sextam de 18, exibunt similiter $\frac{1}{3}$ 7, que sunt $\frac{110}{18}$ unius denarij; seruabis .7. in manu, et fractiones seruabis in tabula, uel in corde; et multiplicabis uncias .11. in pedes .5.; et uncias .12. in pedes .4. in cruce; et adde has duas multiplicationes cum .7. seruatis, erunt .110., que sunt $\frac{110}{18}$ unius denarij; quia ex multiplicatione unciarum in pedes egredientur $\frac{110}{18}$ unius denarij: quare diuisis $\frac{1}{3}$ 110 per 18, faciunt denarios .6, et $\frac{2\ 2}{3\ 18}$; seruabis denarios .6 in manu, et fractiones in tabula, uel in corde; super quos addes multiplicationem | tertię partis unciarum .11. in perticas 46., uel tertiam partem de perticis .46. in .11.; quia multiplicatio uncię in perticam facit $\frac{1}{3}$ unius denarij, erunt denari $\frac{2}{3}$ 174, qui sunt soldi .14., et denari $\frac{2}{3}$ 6; super quos adde iterum multiplicationem tertię partis unciarum .12. in perticas .20.; et multiplicationem dę pedibus .4. in pedes .5, erunt in summa soldi .22., et denari $\frac{2}{3}$ 10.: addes $\frac{2}{3}$ unius denari cum $\frac{1\ 2}{3\ 18}$ seruatis, faciunt $\frac{2\ 11}{3\ 18}$ unius denari; et de soldis .22., et denaris 10. seruabis in manu dextra panorum unum, et in sinistra soldos .0., et in pedibus denarios .4.; super que addes multiplicationem medietatum pedum in perticas in cruce: et perticarum in perticas, ut in antecedentibus fecimus; et habebis in summa stariora .14., et panora .9., et soldos 4., et denarios $\frac{1\ 14}{3\ 18}$ 4. Rursus si uis multiplicare perticas .21 per perticas 47, et pedes 2., et vncias .10, collocabis uncias .10 sub zefiro, et pedes .2 sub alio zefiro, et perticas 47. sub perticis 21., ut hic ostenditur; et multiplicabis uncias per uncias, scilicet zefirum per 10, facit zefirum: quod relinques, et multiplicabis .0. per 2., et .10 per 0. in cruce, faciunt zefirum; quod relinques iterum, et multiplicabis zefirum, quod est in loco unciarum, per $\frac{2}{3}$ de perticis 47., et 10 per $\frac{1}{3}$ de .21; et zefirum, quod est in loco pedum, per pedes .2, facient soldos .5., et denarios 10. Et multiplicabis zefirum, quod est in loco pedum, per $\frac{2}{3}$ de perticis 47, et $\frac{1}{2}$ duorum peduum in perticas .21., faciunt soldos 21.; et sic habes soldos 26, et denarios .10., hoc est panorum unum, et soldos 10, et denarios .4.: super quos adde multiplicationem de perticis .21. in perticas .47.; et habebis pro summa quesitę multiplicationis stariora .15., et panorum unum, et soldum .1., et denarios .4. mensurę. Et sic studeas semper cum zefiris supplere gradus laterum multiplicantium; ut quot sunt gradus in uno latere, tot sunt in alio: dicimus enim primum gradum uncias: secundum pedes: tertium perticas. Verbi gratia: uolumus multiplicare perticas 13, et uncias .11. per perticas .28., et uncias .14.; collocabis perticas sub perticis in tertio gradu, et uncias sub unciis in primo; et suppleatur secundus gradus, ponendo zefira inter uncias, et pedes, scilicet in secundo gradu, ut hic ostenditur: et multiplicabis numeros, secundum quod docuimus, et habebis in summa stariora .5, et panora .7., et denarios $\frac{3\ 11}{3\ 18}$ 1. Item uolumus multiplicare perticas 14, et pedes .2. in perticas .31, et uncias .15.; scribes eos sic. Et multiplicabis zefirum unciarum per uncias .15, faciet .0.; quo .0. diuiso per 18., facit iterum .0.; quod relinques, cum nihil sit: et multiplicabis .0. unciarum per .0. pedum, et uncias .15. per pedes .2., faciunt .30.; quibus diuisis per .18., facit denarium $\frac{2}{3}$1: et multiplicabis $\frac{1}{3}$ de zefiro unciarum per perticas 31., et $\frac{1}{3}$ unciarum .15. per perticas .14., et pedes .2 per .0. peduum; et addes cum denario $\frac{2}{3}$ 1., et facient soldos .6., minus $\frac{1}{3}$ unius denarij. et multiplicabis dimidium pedum .2. per perticas .31., et dimidium zefiri per perticas .14.; et addes cum soldis .6. seruatis, facient soldos .37., minus $\frac{1}{3}$ unius denarij, qui sunt panora .2, et soldi ·, minus $\frac{1}{3}$ unius denarij: et de perticis .14. accipe perticas .11.; et mul-

fol. 6 *verso*.

« pertica, ut in .... in cruce » (fol. 6 *verso*, lin. 8-12 e 13; pag. 10, lin. 15-20).

pertice	pedes	unc.
21.	0.	0
47.	2.	10

« et denarios .4. .... et pedes » (fol. 6 *verso*, lin. 19-22; pag. 10, lin. 27-33).

pertice	pedes	unc.
13.	0.	11
28.	0.	14

« per uncias .15 .... perticas .14. » (fol. 6 *verso*, lin. 27-31; pag. 10, lin. 36-41).

pertice	pedes	unc.
14	2	0
31	0	15

tiplica eas per perticas .31., erunt pauora .62.; et multiplicabis perticas .3., que remanserunt de perticis .14., per perticas .31., primum per 22, et postea per .9.; uel in una multiplicatione per .31., erunt panora .16 et | soldi .15.; et habebis in summa stariora .6., et panora .9., et soldos .2, et denarios $\frac{2}{3}$ 5 mensurę.

fol. 7 recto.

Rursus si uis multiplicare perticas 17, et pedes .4., et uncias $\frac{1}{3}$ 9. per perticas .32, et pedes .5., et uncias $\frac{3}{4}$ 14; collocabis perticas sub perticis, et pedes sub pedibus, et uncias sub uncijs; multiplicabisque uncias $\frac{1}{3}$ 9 per uncias $\frac{3}{4}$ 14.; sic primum .9 per 14. faciunt .126; super que adde medietatem de 14, et $\frac{3}{4}$ de 9 in cruce, faciunt plus de 139; quibus diuisis per .18., ueniunt plus de .7.; que .7. serua in manu; et multiplicabis in cruce uncias $\frac{1}{3}$ 9 per pedes .5., et uncias $\frac{3}{4}$ 14 per pedes 4.; et adde cum .7 seruatis, et erunt plus de .113; que diuide per 18., erunt denari $\frac{1}{3}$ 6; et multiplicabis $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{3}$ 9, scilicet $\frac{1}{3}$ 3 per perticas .32., erunt denari $\frac{1}{3}$ 101; quibus additis cum denaris $\frac{1}{3}$ 8 seruatis, facient soldos .9., minus $\frac{1}{3}$ unius denarij: super quos adde multiplicationem tertie partis de unciis $\frac{3}{4}$ 14. in .17., uel econtra; quam multiplicationem sic facies: de $\frac{3}{4}$ 14 accipe 12., cuius $\frac{1}{3}$ in integrum est .4.; que .4. multiplica per perticas .17, erunt denari .68.: post hec ex $\frac{3}{4}$ 2 accipe 2; et multiplica eas per 17., erunt uncie .34.; ex quibus fac denarios, scilicet diuide eas per 3, erunt denari $\frac{1}{3}$ 11; et sic habes denarios $\frac{1}{3}$ 79: post hec accipe $\frac{1}{3}$ de $\frac{3}{4}$ que restant, erit $\frac{1}{4}$; quod multiplica per 17, erunt denari $\frac{1}{4}$ 4; et sic habes denarios $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ 83 pro multiplicatione de $\frac{1}{3}$ unciarum $\frac{3}{4}$ 14. in 17.: uel aliter accipe $\frac{1}{3}$ de 17., quod est $\frac{2}{3}$ 5.; et multiplica ea per $\frac{3}{4}$ 14. sic: 5 per 14 faciunt denarios .70.; et $\frac{2}{3}$ de 14 sunt denari $\frac{1}{3}$ 9; et $\frac{3}{4}$ de 5 sunt denari $\frac{3}{4}$ 3.; et $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$ sunt $\frac{1}{2}$ unius denarij; et sic habes denarios $\frac{7}{12}$ 83 ut supra: uel aliter: super $\frac{3}{4}$ 14 adde $\frac{1}{4}$, erunt 15; cuius $\frac{1}{3}$ accipe, quod est .5.; et multiplica per 17., erunt denari .85.; et ex ipso $\frac{1}{4}$, quam iunxisti, accipe $\frac{1}{3}$, erit $\frac{1}{12}$; quam partem accipe de .17., que est denarius $\frac{5}{12}$ 1; quem extrahe de 85., remanent, ut prediximus, denari $\frac{7}{12}$ 83.; et sic studeas in similibus procedere melius quod tibi uidebitur, secundum numerum unciarum: additis ergo denarijs $\frac{7}{12}$ 83. cum soldis 9, minus $\frac{1}{3}$ unius denarij, faciunt soldos 16, minus $\frac{3}{4}$ unius denarij; cum quibus adde multiplicationem peduum in pedes, scilicet 4. in .5., erunt denari .20., erunt soldi 17, et denari $\frac{1}{4}$ 7.: super quos adde, ut supra, multiplicationem medietatis peduum per perticas in cruce, et perticarum in perticas, et habebis in summa stariora 8, et pauora 10., et soldos .7., et denarios $\frac{1}{4}$ 1.: potes enim aliter de fractionibus unciarum facere, uidelicet in principio, antequam incipias multiplicare. Accipe fractiones unciarum superiorum de perticis inferioribus: et fractiones unciarum inferiorum de perticis superioribus, ut in hac multiplicatione: pro uncia $\frac{1}{3}$, que est in superioribus uncijs, accipe medietatem de 32; et pro $\frac{3}{4}$, que sunt in uncijs inferioribus, accipe $\frac{3}{4}$ de 17 in cruce, erunt 16: et $\frac{3}{4}$ 12, hoc est uncie $\frac{3}{4}$ 28, que sunt fere denari .10., quos serua; et delebis ipsas fractiones unciarum de multiplicatione; et multiplicabis tantum perticas 17, et pedes .4., et uncias 9 per perticas 32, et pedes .5., et uncias .14.; et super summam adde denarios .10. seruatos. Si uolueris multiplicare perticas 13, et pedes .2. per perticas .21., et pedes .3, cum pes sit $\frac{1}{6}$ unius perticę, pone tot sextas post perticas, quot sunt pedes positi cum ipsis perticis, et habebis | perticas $\frac{2}{6}$ 13 ad multiplicandum per perticas $\frac{3}{6}$ 21: pone sextas sub sextis, et perticas sub perticis, ut hic ostenditur; et pones ex parte .6. bis sub una uirga; et nihil super sic $\frac{\ }{66}$; et multiplicabis pedes 2 per 3, qui sunt super ambobus .6., erunt .6.; quem diuide

a diuide per 18. .....17, erunt a (fol. 7 recto, lin. 7 e 8-11; pag. 11, lin. 11-15).

pertice	pedes	unc.
17	4	$\frac{1}{3}$ 9
32	5	$\frac{3}{4}$ 14

fol. 7 verso.

primum .6., qui est ex parte sinistra sub uirga, quam modo posuimus, exibit .1., remanet .0.: retines itaque ipsum .1. in manu, et remanens .0. pone super ipsum $\frac{0}{66}$; et multiplicabis .2., que sunt super .6., per 21.; et 3, que sunt super alium .6., per 13 in cruce; et addes multiplicationem eorum cum uno seruato, erunt .62.; que diuide per alium .6., exibunt pertice .13, et remanent .4.: pone .4. super ipsum .6. sic: $\frac{0}{6}\frac{4}{6}$, et 13 serua in manu; super que adde multiplicationem perticarum .13. in perticas .21., erunt pertice .286.; quas diuide per $\frac{10}{116}$, scilicet per regulam perticarum stariori, exibunt $\frac{6}{11}\frac{2}{6}4$: copula hanc uirgvlam cum prima, et habebis $\frac{24}{66}\frac{6}{11}\frac{2}{6}4$: scias quia cum ita feceris, quicquid extra uirgulam comprehenditur, sunt stariora; et super .6., qui est in capite uirgulę post integrum, sunt dupla panora; et super .11. sunt pertice: et intelliges unamquamque ipsarum esse soldos .3.; et super alijs duobus .6. sunt denari; quos accipies sic: multiplicabis figuram, que est super .6., per alium .6., qui est post ipsum; et addes figuram, que fuerit super ipsum .6. Verbi gratia: pro .4., que sunt extra uirgulam, habemus stariora .4.; et pro .2., que sunt super .6, habemus panora .4.; et pro 4, que sunt super alium .6., habemus soldos .2.; quia multiplicatio de .4. in .6., et addito zefiro, quod est super ipsum .6., surgit in denarijs .24. Item si uis multiplicare perticas .14., et pedes .5 per perticas .41.; sub .14. pone .41., et $\frac{0}{6}$ sub $\frac{5}{6}$ sic: et scias quia ideo posuimus $\frac{0}{6}$ post 41., ut equiparentur fractiones subteriores cum fractionibus superioribus; et pone $\frac{16}{66}$ $\frac{6}{11}\frac{0}{6}$ ex parte; et multiplicabis .5., quod est super 6., per .0., quod est super alium .6., faciet .0.: quare pones .0. super primum .6.; et multiplicabis in cruce 5 per 41., et .0. per .14., faciunt .205.; que diuide per sequentem .6., exibunt 34., et remanet .1.: pone .1. super 6, et 34. serua in manu; super quem adde multiplicationem de 14. in .41., faciunt 608; que diuide per $\frac{6}{11}\frac{0}{6}$, que restant in uirgula diuisionis, remanebunt .3. super .11., et .1. super .6., et 9 extra uirgulam, ut in questione ostenditur: notantur enim in ipsa summa stariora .2., et soldi .9., et denari .6. mensurę. Item si uis multiplicare perticas .15., et pedes .3., et uncias 12 per perticas .42., et pedes .2., et uncias .15.; oportet ut uncias redigas in sextis unius pedis, scilicet in sextas sextę unius perticę: et quoniam uncie .18 faciunt pedem .1.; ergo uncie .3 faciunt $\frac{1}{6}$ pedis; quare uncie .12. sunt $\frac{4}{6}$ unius pedis; quas sextas pone in una uirga post $\frac{3}{6}$: propter eadem ergo pro uncijs .15 pones $\frac{5}{6}$ post $\frac{2}{6}$ sub alia uirga, et habebis perticas $\frac{4}{6}\frac{3}{6}15$ ad multiplicandum in perticas $\frac{5}{6}\frac{2}{6}42$, ut hic ostenditur: post hec protrahe uirgulam ex parte, sub qua pone per ordinem .iiij.^{or} sexuarios, et $\frac{4}{11}\frac{3}{6}$ cum ipsis sic: $\overline{6666116}$; et multiplicabis .4. per .5., qui sunt super primis sextis; | et diuide per primum .6. uirgulę seruatę, exibunt .3., et remanent .2. super ipsum .6.; et multiplicabis in cruce 4 per 2, et 5 per 3, que sunt super uirgis; et addes cum tribus seruatis, erunt .26.; que diuide per secundum .6., exibunt .4, .et remanent .2. super ipsum .6.: et multiplicabis .4. per 42, et 5 per 15, et 3 per 2; multiplicando uidelicet in antea, sicut multiplicamus tres figuras contra tres retrocedendo; et addes cum .4. seruatis, erunt 253.; que diuide per tertium 6., exibunt 42, et remanet .1. super ipsum .6.: super 42 uero addes multiplicationem de 3 in .42., et de 2 in .15 in cruce, facient .108.; que diuide per quartum .6., exibunt 33, et remanet .0. super ipsum .6.: et super 33 adde multiplicationem de 15 in 42., erunt pertice 663; quas diuide per .11., exibunt 60, et remanent .3. super ipsum .11.: deinde diuide .60. per 6., qui restant in capite uirgulę, exibunt .10. ante uirgulam, et .0. super ipsum .6.; et sic habes in

« perticas $\frac{2}{6}$13 . . . . retines » (fol. 7 *verso*, lin. 1-4; pag. 11, lin. 40 — pag. 12, lin. 2).

pertice	
$\frac{2}{6}$	13
$\frac{6}{6}$	21

« regulam perticarum .... super alijs » (fol. 7 *verso*, lin. 10-13; pag. 12, lin. 7-11).

pertice	
$\frac{5}{6}$	14
	41

fol. 8 *recto*.

« 42, et 5 .... ipsum .11.: deinde » (fol. 8 *recto*, lin. 4-9 e 10; pag. 12, lin 36-42).

		pertice
$\frac{4}{6}$	$\frac{3}{6}$	15
$\frac{5}{6}$	$\frac{2}{6}$	42

summa stariora .10., et soldos 9, et denarium $\frac{1\ 2\ 0}{6\ 6\ 6}1$ mensurę: quia super primos duos senarios habemus partem unius denarij; et super alios duos .6. habemus denarios; et super .11. habemus perticas, scilicet triplos soldos; et super .6., qui est in capite uirgulę, habemus dupla panora. Rursus si uis multiplicare perticas .16., et pedem .1., et uncias .10. per perticas .43., et uncias $\frac{1}{2}14$; rediges uncias in sextas unius pedis, erunt sexte $\frac{1}{6}3$; de qua tertia fac sextas, erunt due sexte; et sic habes in superiori latere perticas $\frac{2\ 0\ 1}{6\ 6\ 6}16$: possumus aliter facere sextas unius pedis de unceis (*sic*) .10.: quoniam uncie .10 sunt $\frac{10}{12}$ unius pedis; ergo uncie .10. sunt $\frac{5\ 0}{6\ 6}$ pedis: quare si diuiserimus .20 per regulam de 36., exibunt $\frac{20}{36}$ unius pedis, ut diximus: similiter duplabis uncias $\frac{1}{2}14$, erunt $\frac{29}{24}$ unius pedis; et sic habes in subteriori latere perticas $\frac{5\ 4\ 0}{6\ 6\ 6}43$, ut hic ostendimus: et pone sexties .6. sub una uirga post $\frac{4\ 0}{11\ 6}$ sic : $\frac{}{666666116}$; et multiplicabis numeros, qui sunt super uirgulis; et integros, qui sunt ante uirgulas, ad modum iiij.^{or} figurarum in antea procedendo : uerbi gratia : multiplicabis .2 per 5, qui sunt super primo .6.; et diuides per primum .6.: deinde 2 per 4, et 5 per 3; et diuides per secundum .6.: post hec .2 per 0., et 5. per 1., et 3 per 4; et diuides per tertium 6.; et 2 per 43, et 5 per 16, et 3 per 0, et 4 per .1.; et diuides per quartum .6.; et habebis supra dictas .iiij.^{or} sextas partes tantum unius denarij: deinde multiplicabis .4 per 43, et 4 per 16, et 1. per .0, et diuides per quintum .6.; et habebis super ipsum denarios: deinde multiplicabis .1. per 43, et 0 per 16, et diuides per sextum .6.; et habebis super ipsum .6 medios soldos: ad ultimum multiplicabis perticas .16 per perticas .43., et diuides per $\frac{40}{116}$; et habebis super .11. triplos soldos, et super .6. dupla panora, et ante uirgulam stariora; et sic cum sextis sextorum pedis possumus procedere in infinitum, redigendo fractiones unciarum, que posite in multiplicationibus fuerint in sextis sextarum, si in ipsis ipse fractiones cadere potuerint : et si numerus sextarum unius lateris fuerit minus numero sextarum alterius, supplebis eas cum zefiris super ipsas sextas; hoc est si due sexte sunt in uno latere, et due sint in alio, et si tres tres, et deinceps. | Et si fractiones unciarum minime in sextis sextarum reducere poteris, nequaquam per hunc modum cum ipsis fractionibus operari poteris; sed derelinquas ipsas fractiones; et multiplicabis residuum de ipsis fractionibus, que in sextis sextarum cadere non possunt; et ex ipsis operaberis, secundum quod superius diximus.

• hic ostendimus . .... et habebas » (fol. 8 recto, lin. 21-27; pag. 12, lin. 10-18).

pertice

$\frac{2\ 0\ 1}{6\ 6\ 6}$ 16

$\frac{5\ 4\ 0}{6\ 6\ 6}$ 43

fol. 8 verso.

In modo secundo.

Potes enim per modum suprascriptum multiplicandi doctrinam reperire modum multiplicandi in alijs regionibus, secundum diuersitates mensurarum ipsarum. Et ut ea, que in hac secunda distinctione promisimus plenarie demonstrentur, quedam huic operi necessaria dignum duximus preponenda. Videlicet *si numerus aliquis diuidatur in quantaslibet partes, et multiplicabitur unaqueque pars per totum numerum summa illarum multiplicationum equabitur quadrato totius numeri*, scilicet multiplicationi ipsius numeri in se. Vt si numerus *.ab.* diuidatur in quantaslibet portiones, que sint *.ag. gd. db.* Dico quod si multiplicabitur *ag.* in *.ab.*, et *gd.* in *.ab.*, et adhuc *db.* in *.ab.*, erunt ipse multiplicationes in unum coniuncte equales multiplicationi totius numeri *.ab.* in se. Quotiens enim unitas est in portione *.ag.*, totiens numerus *.ab.* procreabitur ex multiplicatione *ag.* in *.ab.* Similiter quotiens unitas est in *.gd.*, totiens numerus *.ab.* procreabitur ex multiplicatione *.gd.* in *.ab.*: propter eadem ergo quotiens unitas

• procreabitur .... .db., totiens » (fol. 8 verso, lin. 14; pag. 12, lin. 43 — pag. 14, lin. 1).



in numero *.db.*, totiens oritur numerus *.ab.* ex multiplicatione *.db.* in totum *.ab.* Quare quotiens unitas est in numero *ab.* , scilicet in portionibus *ag. gd.* et *.db.* , totiens coadunabitur numerus *.ab.* ex multiplicationibus *ag.* et *gd.* et *db.* in *.ab.* Verum quotiens unitas est in *.ab.*, totiens numerus *.ab.* surgit ex multiplicatione *.ab.* in se. Quare summa multiplicationum *.ag.* et *gd.* et *db.* in *.ab.* equatur multiplicationi *.ab.* in se, quod oportebat ostendere. Nam ut hec clarius uideantur, esto recta *.ab.* .10. ulnarum; et portio *.ag.* sit .2.; *.gd.* uero .3; *.db.* quoque .5.; si autem multiplicentur 2. in .10., et 3 in .10., et .5. in .10., hoc est *.ag*, et *gd.*, et *db.* in tota *.ab.*; et coniungantur multiplicationes in unum numerum .100. ex earum congregatione procreabuntur, que equantur multiplicationi de 10. in .10. *Item si recta linea diuidatur in quantaslibet portiones; et unaqueque multiplicabitur per aliam quamlibet lineam, omnes multiplicationes in unum couiuncte equabuntur multiplicationi totius linee diuisę in aliam lineam.* Quod ostendamus cum numeris. Sit linea .10. ulnarum diuisa in .2., et 3., et 5.; et alia quelibet linea sit .12. ulnarum. Siquidem si multiplicentur 2, et 3, et 5. in .12, et iungantur eorum multiplicationes in unum, nimirum equabuntur multiplicationi de 10. in .12., scilicet .120. *Rursus si recta linea diuidatur ubilibet in duas portiones, erit multiplicatio unius portionis in se cum multiplicatione eiusdem portionis in aliam, equalis multiplicationi eiusdem portionis in totam lineam*: ut si linea *.ab.* diuidatur super punctum *.g.*, erit multiplicatio *.ag.* in se cum *.ag.* in *.gb.* equalis multiplicationi *.ag.* in tota *.ab.*: adiaceat itaque quedam recta *.d.* equalis recte *.ag.*; et erit multiplicatio linee *.d.* in *ag.*, et in *.gb.* equalis multiplicationi *.d.* in totam *.ab.*: verum multiplicatio *.d.* in *.ag.* est sicut multiplicatio *.ag.* in se ipsam, cum recta *.d.* sit equalis recte *.ag.*; | et multiplicatio recte *.d.* in *.gb.* est sicut multiplicatio recte *.ag.* in rectam *.gb.* Quare multiplicatio *ag* in se cum *.ag.* in *gb.* equatur multiplicationi *.ag.* in *.ab.*, ut oportebat ostendere. Vel si hoc cum numeris demonstrare uolumus, sit *ag.* 3, et *bg.* .7; quare tota *.ab.* erit .10.: multiplicatio quidem *ag.* in se, scilicet de 3 in .3 cum multiplicatione de 3. in .7., scilicet de *.ag.* in *.gb.*, surgunt in .30., que equantur multiplicationi *.ag.* in *.ab.*, scilicet de 3. in .10. ut dictum est. Adhuc si recta linea diuidatur ut accidat in duas portiones, erunt duo quadrati utriusque portionis cum duplo multiplicationis unius portionis in aliam, equales quadrato, scilicet multiplicationi totius linee in se. Vt si linea *.ag.* diuidatur in duas portiones, que sunt *.ab.* et *.bg.* Dico quod multiplicatio *.ab.* in se cum multiplicatione *.bg.* in se, et cum duplo multiplicationis *ab.* in *.bg.*, equatur multiplicationi totius *.ag.* in se ipsam. Quoniam linea *ag.* diuisa est in duo in puncto *.b.*, erit multiplicatio *.ab.* in se cum *.ab.* in *bg.*, sicut multiplicatio *.ab.* in tota *.ag.*

Similiter et multiplicatio *.bg.* in se cum multiplicatione *.gb.* in *.ba.* est sicut multiplicatio *.gb.* in totam *.ga.*: ergo multiplicatio *.ab.* in se cum *.bg.* in se, et cum duplo multiplicationis *.ab.* in *.bg.* equantur duabus multiplicationibus, que sunt *.ab.* in *.ag.*, et *bg.* in *.ag.* Verum multiplicatio *ab.* in *.ag.* cum *.bg.* in *.ag.* equatur multiplicationi *.ag.* in se. Quare quadratum *.ab.* cum quadrato *.bg.*, et cum duplo multiplicationis *.ab.* in *.bg.* equatur quadrato linee *.ag.*, quod oportebat ostendere. Quod etiam demonstrabimus cum numeris. Sit linea *.ab.* 3., et *.bg.* 7.; quare tota linea *.ag.* erit .10. Vnde si acceperimus quadratum linee *.ab.*, scilicet .9.; et quadratum

« *multiplicatione eiusdem .... totam lineam* » (fol. 8 *verso*, lin. 30 e 31; pag. 14, lin. 17-18).



« et erit .... recte .ag. » (fol. 8 *verso*, lin. 33-35; pag. 14, lin. 20-23).



fol. 9 *recto*.

« ostendere. Quod .... quare » (fol. 9 *recto*, lin. 17; pag. 14, lin. 41-42).



.bg., scilicet .49., et duplum *.ab.* in *.bg.* equabuntur .100., scilicet multiplicationi *.ag.* in se ipsam. *Iterum si recta linea diuidatur ubilibet in duas portiones, erit duplum multiplicationis unius portionis in totam lineam cum quadrato alterius portionis, equale duobus quadratis, scilicet quadrato totius linee, et quadrato ipsius portionis, que multiplicatur bis in totam lineam.* Vt si linea *.bg.* diuidatur ubilibet super punctum *.a.* Dico quod duplum multiplicationis *.ab.* in *.bg.* cum quadrato linee *.ag.* equatur duobus quadratis linearum *.bg.* et *.ba.* Quoniam linea *.bg.* diuisa est in duo super punctum *.a.*, erit multiplicatio *.ba* in se cum *.ba.* in *.ag.*, sicut multiplicatio *.ba.* in *.bg.* Quare in duplo multiplicationis *.ba.* in *.bg.* est bis quadratus linee *.ba.*, et bis multiplicatio *.ba.* in *.ag.* Verum semel quadratus *.ba.* cum quadrato *.ag.* cum duplo multiplicationis *.ba.* in *.ag.* equatur quadrato totius linee *.bg.* Quare duo quadrati linee *.ba.* cum quadrato linee *.ag.*, et cum duplo multiplicationis linee *.ba.* in *.ag.* equatur duobus quadratis linearum *.bg.* et *ba.* Sed duo quadrati linee *.ba.* cum duplo multiplicationis *.ba.* in *.ag.* ostensi sunt equales duplo multiplicationis linee *.ba.* in totam lineam *.bg.* : propter quod duplum multiplicationis linee *.ba.* in totam lineam *.bg.* cum quadrato linee *.ag.* equatur duobus quadratis linearum *.bg.* et *ba.*, quod oportebat ostendere. Quod idem ostendamus cum numeris. Sit tota linea *.bg.* 10; de qua sit portio *.ba.* 3., et portio *.ag.* 7.; duplum quidem | multiplicationis *.ba.* in *.bg.*, scilicet de 3. in .10., cum multiplicatione lineę *.ag.* in se, que surgit in .49., nimirum in .109. ascendunt, que equantur multiplicationį linee *.bg.* in se, scilicet .100., et linee *.ab.* in se, scilicet .9. Si recta linea diuidatur in duo equalia, et totidem inequalia, erit multiplicatio inequalium portionum, scilicet unius in aliam cum quadrato linee, que iacet inter utramque sectionem, equalis quadrato dimidię linee diuisę. Vt si linea *.ab.* diuidatur in duo equalia super punctum *.g.*, et inequalia super *.d.* Dico quod multiplicatio *.ad.* in *.db.* cum quadrato linee *.dg.* equatur quadrato linee *.ag.* Quoniam linea *.db.* diuisa est ubilibet super punctum *.g.*, cui adiacet quedam alia recta *.ad.*, erit multiplicatio *.ad.* in *.db.* equalis duabus multiplicationibus linee *.ab.* in *.bg.* et in *.gd.* Verum linee *.bg.* equalis iacet linea *.ga.* Quare multiplicatio linee *.ad.* in lineam *.ag.*, et in lineam *.gd.* est sicut multiplicatio linee *.ad.* in lineam *.db.* Rursus quoniam linea *.ag.* diuisa est ubilibet in duo super *.d.* punctum, erit multiplicatio portionum *.ad.* et *.gd.* in *.ag.*, sicut multiplicatio *.ag.* in se. Sed *.dg.* in *.ag.* equatur quadrato *.dg.*, et multiplicationi *.ad.* in *.dg.* Ergo multiplicatio *.ad.* in *.ag.* cum *.ad.* in *.dg.*, et cum quadrato linee *.dg.* equatur multiplicationi *.ag.* in se. Inuenimus autem superius *.ad.* in *.ag.* cum *.dg.* in *.da.* equari multiplicationi *.ad.* in *.db.* Quare *.ad.* in *.db.* cum quadrato *.dg.* equatur quadrato linee *.ag.*, quod oportebat ostendere. Quod etiam ostendamus cum numeris: sit linea *.ab.* 10. ulnarum diuisa in .5., et 5. super punctum *.g.*; et in .3, et in .7. super punctum *.d.*; erit tunc multiplicatio *.ad.* in *.db.*, scilicet de .3. in .7., cum quadrato *.dg.* equalis multiplicationi *.ag.* in se, scilicet de .5 in .5. Si recta linea diuidatur in duo equalia, et adiungatur ei in directo quedam alia linea cuiuslibet longitudinis, erit multiplicatio totius linee, que fit ex prima linea, et ex adiuncta in lineam adiunctam cum quadrato dimidię lineę diuisę, equalis quadrato linee, que fit ex dimidio primę linee, et ex adiuncta. Vt si linea *.ab.* diuidatur in duo equalia super punctum *.g.*, et adiungatur

« quadratis linearum .... .a., erit » (fol. 9 *recto*, lin. 25; pag. 15, lin. 7-8).

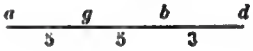


fol. 9 *verso*.

« linee .ad. .... multiplicatio .ag. » (fol. 9 *verso*, lin. 12 e 13; pag. 15, lin. 29-31).



« multiplica|tionum, que .... est equalis » (fol. 9 *verso*, lin. 29 e 30; pag. 16, lin. 4 e 5).



ei in directo alia quedam linea *.bd.* cuiusuis longitudinis. Dico quod multiplicatio linee *.ad.* in *.bd.*, hoc est *.bd.* in *.ad.* cum quadrato linee *.gb.*, uel *.ga.* equatur quadrato linee *.gd.* Quoniam linea *.ad.* diuisa est ubilibet super puncta *.g.* et *.b.* , erit multiplicatio *.bd.* in tota *.ad.* equalis summȩ trium multiplicationum, que sunt *.bd.* in *.ag.* in *.gb.* et in *.bd.* Sed quia linea *.ag.* est equalis linee *.bg.*; equa est ergo multiplicatio linee *bd.* in *ag.* multiplicationi *.bd.* in *.gb.* Quare due multiplicationes *.bd.* in *.ag.*, et *bd.* in *.gb.* summam constituunt, que est dupla multiplicationis *.bd.* in *.gb.* Quare quadratus linee *bd.* cum duplo multiplicationis *.bd.* in *.gb.* equatur multiplicationi linee *.bd.* in totam *.ad.*: comuniter accipiatur quadratum linee *.gb.*, erunt duo quadrati linearum *.bd.* et *bg.* cum duplo multiplicatiouis | *bd* iu *.bg.* equales summe , que fit ex multiplicatione linee *.bd.* in *.ad.*., et ex quadrato linee *.bg.* Sed duo quadrati linearum *.bd* et *bg.* cum duplo *.bd.* in *.bg.* equatur quadrato linee *.gd.* Quare et multiplicatio linee *.bd.* in *.ad.* cum quadrato linee *bg.* equalis erit quadrato linee *.gd.* , quod oportebat ostendere. Quod etiam ostendatur cum numeris: sit linea *.ab.* 10. diuisa in duo equalia, scilicet in .5 et 5. super punctum *.g.*, cui addatur in directo linea *.bd.* trium ulnarum, erit tota linea *ad.* 13., et *gd.* 8.: multiplicatio quidem *.bd.* in *ad.*, scilicet de .3 in 13. cum quadrato linee *.gb.*, scilicet cum .25., surgit in .64., scilicet in quadrato linee *.gd.* Si recta linea diuidatur in equalia, et in inequalia; qui ab inequalibus totius portionis quadrati dupli sunt eius qui á dimidia, et eius qui ab ea, que est inter sectiones quadrati. Vt si linea *.gd.* diuisa fuerit in equalia super punctum *.a.*, et in inequalia super punctum *.b.* Dico quod quadrati portionum *.gb.* et *.bd.* dupli sunt duorum quadratorum linearum *.da.* et *ab.* Quoniam linea *.ag.* diuisa est in duo super punctum *.b.*, erunt duo quadrati linearum *.gb.* et *.ba.* cum duplo multiplicationis *.ab.* in *.bg.* equalis quadrato linee *.ga.*, hoc est quadrato linee *.ad.* Verum quadratus linee *.ba.*, cum semel *.ba.* in *.bg.* est sicut *.ba.* in *.ag.* Quare quadratus *.bg.* cum *ba.* in *.ag.*, et cum *.ba.* in *.b g.* equatur quadrato linee *.ad.*: comuniter adiaceat quadratus linee *.ba.*, erunt duo quadrati *.gb.* et *.ba.* cum *.ba* in *.ga*, et cum *ba.* in *.bg.* equales quadratis linee *.ad*, et linee *ab.* Sed quadratus linee *.ba.* cum *.ab.* in *.bg.* est sicut *.ba.* in *.ag.*; ergo quadratus *.gb.* cum duplo *.ba.* in *ga.* equatur duobus quadratis linearum *da.* et *.ab.* Quare quadratus linee *da.* cum quadrato linee *.ab.* superhabundat quadratum linee *.gb.* in duplo multiplicationis linee *.ba.* in *.ga.*, hoc est *.ba.* in *.ad.* Item quoniam linea *.bd.* diuisa est in duo super punctum *.a.*, quadrati linearum *.da.* et *.ab.* cum duplo *.ba.* in *.ad.* equantur tetragono, scilicet quadrato linee *.bd.*: ergo tetragonum *.bd.* superhabundat tetragona *da* et *.ab.* in duplo multiplicationis *.ba* in *.a d.* ; ergo quantum tetragona *da* et *.ab.* superhabundant tetragonum *.bg.*, tantum superhabundatur a tetragono *.bd.* Quare tetragona *.gb* et *bd.* dupla sunt quadratis *.da.* et *ab.* , quod oportebat ostendere. Que etiam ostendamus in numeris. Sit linea *.gd.* 10. jn 5, et in .5. diuisa super *.a.*, et in 3 et 7 super *.b.*, erit tetragonum *.gb.* 9, et *bd.* 49.; que insimul iuncta surgunt in .58., hoc est in duplum quadratorum *da.* et *.ab.*; quia quadratus *.da.* est .25., et *.ab.* 4.

fol. 10 *recto*.

« in *.bg.* equalis .... Verum quadratus » (fol. 10 *recto*, lin. 15; pag. 16, lin. 24 e 25).



Item Si recta linea diuidatur in duo equalia, cui addatur in directo quedam alia linea, erit tetragouum totius linee effectȩ cum tetragono linee adiunctȩ duplum eius , quod fit á media linea diuisa , et eius quod fit á media et ab adiuncta. Vt

si linea .*ab*. in duo equalia diuisa fuerit super .*g*.; et apponatur ei in directo linea .*bd*. Dico quod tetragonum linee .*ad*. cum tetragono linee *bd*. duplum est tetragonorum linee .*ag*. et linee .*g*.*d*. Quoniam linea .*ad*. in duo utlibet diuisa est super .*b*.; erit itaque quadratus linee .*ad* cum quadrato linee .*bd* equalis quadrato .*ab*. et duplo *bd*. in .*ad*. Sed duplum .*bd* in .*ad* est sicut duo quadrati linee .*bd* cum duplo *bd*. in .*ba*. ; ergo tetragonum .*ab*. cum duobus quadratis linee .*bd*., et cum duplo .*bd*. in .*ab*. equantur quadratis linearum .*ad*. et *bd*. Verum multiplicatio .*bd*. in .*ab*. dupla est multiplicationj .*bd*. in *gb*., cum dimidia sit .*bg*. ex *ab*. Quare duplum .*bd* in .*ab*. est quadruplum ex *bd*. in .*gb*.; ergo tetragonum .*ab*. cum duobus quadratis linee *bd*, et cum quadruplo .*bd*. in .*gb*. equatur duobus quadratis linearum .*ad* et *bd*.

fol. 10 *verso*.

* .*bd*. in .*ad* .... duplo .*bd* * (fol. 10 *verso*, lin. 4-5; pag. 17, lin. 5-7).



Sed tetragonum linee .*ab*. quadruplum est tetragoni, quod á media .*ab*. describitur, scilicet á linea .*gb*.; ergo quadruplum tetragoni .*gb*. cum duobus tetragonis linee .*bd*., et cum quadruplo multiplicationis .*bd*. in .*gb*. equatur duobus quadratis linearum *ad*. et *bd*. Rursus quoniam linea *gd* in duo diuisa est super .*b*., erunt duo quadrati portionum .*gb*. et *bd*. cum duplo .*bd*. in .*bg*. equales quadrato linee .*gd*. Quare duplum quadrati linee *gb*. cum duobus quadratis linee .*bd*., et cum quadruplo .*bd*. in .*gb*., erit duplum quadrati linee .*gd*. Reliquum uero duplum quadrati linee .*gb*. duplum est quadrati linee .*ga*. Ergo quadruplum quadrati linee *gb*., et duo quadrati linee .*bd*. cum quadruplo .*bd*. in *gb*. dupli sunt tetragonorum portionum .*ab*. et *bd*. Sed quadruplum quadrati linee .*gb*., et duo quadrati linee .*bd*. cum quadruplo .*bd*. in .*gb* ostensi sunt equales duobus quadratis linearum *ad* et *bd*. Quare et quadrati linearum *ad*. et *bd*. dupli sunt quadratorum portionum .*ag*. et *gb*. ; quod oportebat ostendere. Que etiam ostendamus cum numeris. Sit linea .*ab*. 10. diuisa super punctum .*g*. in .5 et 5.; cui addatur in directo linea .*b d*. trium ulnarum, erit tota .*ad*. 13., et *gd*. .8.: quadratus quidem linee .*ad* est 169., et *bd*. est .9; qui insimul iuncti surgunt in .178., scilicet in duplo de 89., que sunt summa quadratorum .*ag* et *gd*., scilicet de 25 et 64. Quoniam superfluum uidetur nostris demonstrationibus demonstrare omnia, que Euclides super ostensionibus assignauit. Idcirco quedam ex ipsius libro huic operi necessaria sine demonstratione proponere procuramus. Si tres numeri, uel tres quantitates proportionales fuerint, ita quod sicut primus numerus fuerit ad secundum, ita secundus sit ad tertium ; tunc multiplicatio primi numeri in tertium equatur quadrato secundi numeri, scilicet multiplicationi eius in se. Exempli causa: sunt .4, et 6., et 9. in una proportione; quia sicut .4. sunt ad .6., ita .6. sunt ad .9.: uel sicut .9. sunt ad .6., ita .6. sunt ad .4. Quare multiplicatio de .4. in .9. surgit in multiplicatione de .6. in 6. Vnde quando ex tribus datis numeris multiplicatio primi in tertium facit quadratum secundi numeri; tunc illi tres numeri continue proportionales sunt. Item cum quatuor numeri proportiones (*sic*) sunt; fueritque sicut primus ad secundum, ita tertius ad quartum; tunc | multiplicatio primi in quartum equatur multiplicationi secundi in tertium. Verbi gratia: sicuti primus numerus .6. est ad secundum .8., ita tertius .9. est ad quartum .12.; erit quidem multiplicatio de .6. in .12. equalis multiplicationi de .8. in .9. Surgit enim utraque multiplicatio in .72.: ex hoc uero comprehenditur, quod cum multiplicatio primi numeri in quartum est equalis multiplicationi secundi in tertium; tunc illi quatuor numeri proportionales sunt, in ipsa videlicet proportione, in qua

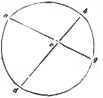
fol. 11 *recto*.

primus est ad secundum, in eadem est tertius ad quartum. Et notandum, cum aliquis numerus diuiditur per aliquem numerum, si illud quod ex diuisione eueuerit, multiplicabitur per diuisorem, nimirum diuisus numerus ex ipsa redibit multiplicatione. Vt si .20. diuidantur per .4., exibunt .5.; et ex multiplicatione igitur de .4. in .5. redijt diuisus numerus .20. Si autem ex tribus numeris proportionalibus duo erunt noti, scilicet primus et secundus, et tertius ignotus erit: quadratum secundi numeri per primum numerum diuide, et quod ex diuisione cuenerit, erit tertius numerus. Verbi gratia: sit primus numerus .4., secundus .6, et tertium ignoramus. Quadratum de .6., scilicet .36., per 4., scilicet per primum numerum diuidemus, exibunt .9. pro tertio numero. Quare si exeuntem .9. per diuisorem .4. multiplicauerimus, redibunt .36., scilicet diuisum numerum: ergo cum ex multiplicatione primi numeri in tertium egreditur quadratum secundi numeri, tunc illi tres numeri proportionales sunt. Est ergo sicut .4. ad .6., ita .6. ad .9. Nam si ignorauerimus primum numerum, diuidemus eumdem .36. per tertium .9., et egreditur primus .4.; et si ignorauerimus secundum numerum, multiplicabimus primum per tertium, scilicet .4. per .9., exibunt .36.; quorum radix, que est .6., est secundus numerus. Item sit sicut primus numerus .a. ad secundum .b., ita tertius .g. sit ad quartum .d. Quoniam multiplicatio primi in quartum, scilicet a. in .d., est equalis multiplicationi .b. in .g. , scilicet secundi numeri in tertium. Si noti fuerint a et b et .g.; fueritque d ignotus, multiplicationem itaque ex b. in .g. diuidemus per .a., et egredietur .d. Et si eadem multiplicatio, scilicet de .b. in .g., diuidatur per .d., egredietur .a.: propter eadem ergo si multiplicatio de .a. in .d. diuidatur per .b., egredietur .g.; et si diuisa fuerit per .g., egredietur .b. Verbi gratia: sit .a. 4 et b. 6 et g. 8. et .d. 12. ; si multiplicatio .b. in .g. , scilicet 48, diuidatur per .a., scilicet per .4., egredietur .d., scilicet 12. : que .48. si per 12 diuisa fuerint, scilicet per quartum numerum, egredietur .4., scilicet primus numerus. Simili quoque modo si multiplicationem primi numeri in quartum, scilicet de .4 in 12, hoc est .48., diuiserimus per secundum numerum, scilicet per .6., egredietur .8. pro tertio numero; que etiam .48. diuisa per tertium numerum, scilicet per .8., egreditur numerus secundus. HIS itaque memorie commendatis, dicendum est: cum in circulo due recte se inuicem secant, erit multiplicatio unius portionis unius linee in alteram sui partem equalis multiplicationi unius portionis alterius linee in suum residuum. Vt si in circulo .abgd. due recte .ag. et bd. se inuicem secauerint super punctum .e.; multiplicatio quidem .ae. in .eg. equatur multiplicationi .be. in .ed in Euclide ostenditur. Nunc uero ad radices numerorum inueniendas ueniamus.

« exibunt .36. .... per .a., et » (fol. 11 recto, lin. 19-22; pag. 18, lin. 15-19).



« egreditur numerus .... Distinctio secunda. » (fol. 11 recto, lin. 30-35; pag. 18, lin. 28-33).



Distinctio secunda.

Incipit capitulum de inuenctione radicum.

fol. 11 verso.

Cvm autem per geometricales regulas campos mensurare uolumus, oportet nos in quibusdam dimensionibus radices quinque numerorum inuenire. Quare qualiter radices numerorum inueniatur, secundum quod in hoc opere sufficere uideatur, presentialiter demonstrare curaui. Est enim radix numeri latus alicuius quadrature; quia cum multiplicatur latus in se ipsum, perficitur embadum illius quadrature : quare summa multiplicationis lateris recte dicitur quadratus; cum in se quadratam contineat superficiem. Et est notandum, quia una figura est radix numerorum unius figure, et duarum; due

figure sunt radix trium figurarum, et quatuor; tres figure sunt radix quinque figurarum, et sex; quatuor figure sunt radix septem figurarum, et octo, et sic deinceps. Radices autem quadratorum numerorum unius figurę, et duarum oportet scire cordetenus, ut possimus cum ipsis in inuentione radicum plurium figurarum subtilius procedere. Est enim unum radix de .1; quia semel vnum, vnum facit; et 2 sunt radix de .4., et 3 de 9, et 4 de 16., et 5 de 25., et 6 de 36, et .7 de 49, et 8 de 64, et 9 de 81., et 10 de .100. Reliqui uero, qui sunt infra hos quadratos numeros, non habent radicem. Sed possumus radici ipsorum cum minutis quantum necesse est per plures modos subtiliter appropinquare; quod in suo demonstrabitur loco. Cvm autem uolueris inuenire radicem integram alicuius numeri trium figurarum, inuenias primum radicem ultimę figurę; et pones eam sub secundo gradu; cum scias duas figuras esse necessarias in radice trium figurarum; et sic erit una sub secunda, et alia cadet sub prima: et quod superauerit ex ipsa tertia figura, pones super ipsam tertiam figuram; et copulabis ipsum superfluum cum secunda figurà; et pones aliam figuram sub prima, scilicet ante figuram, que est posita sub secunda; que multiplicata per duplum positę figurę in radice, faciat ita prope dictę copulationis, ut de superfluo quod inde superfuerit copulato cum prima figura possis extrahere multiplicationem ipsius figurę in se ipsam; et non remaneat inde ultra duplum radicis inuentę: et si de ultima figura nihil remanserit, intelliges euenire de secunda figura hoc quod diximus de copulatione superflui tertię figurę cum secunda. Verbi gratia: uolumus reperire radicem de .153., inuenies radicem de .1., quod est in tertio gradu, que est .1.; quod .1. pone sub .5., et ante ipsum .1. pone .2 sub .3.; quia multiplicato .2. in duplo radicis inuentę, scilicet in .2., faciunt .4.; quibus extractis de .5., remanet .1. super ipsum .5.; quo .1. copulato cum .3. primi gradus, facit 13.; de quo possumus extrahere multiplicationem de .2. in se ipsum, et remanet inde .9., que sunt minus duplo radicis inuentę, scilicet de .24.: ergo integra radix de .153. est .12, et remanent .9. Item si uis inuenire radicem de .864., pone .2 sub .6., cum .2 sint integra radix de .8.; et 4 que remanent | pone super .8.: deinde dupla ipsa .2, erunt .4., que pone sub .2.; et per ipsa .4 diuide .46., scilicet copulationem superflui tertię figure cum secunda, exibunt .11.: ex qua diuisione possumus habere arbitrium sequentis ponende figure, que multiplicanda est per duplum prime figure positę; et postea per se ipsam, erit ipsa figura aut parum minus, aut totidem quantum ex ipsa diuisione euenit; quod cognosces ex usu. Quare ponemus arbitrio .9. sub prima figura, que sunt minus de .11. predictis; et multiplicabis .9. per .4., scilicet per duplum inuenti binarij, et extrahes de 46. predictis, et ex remanentibus .10. pones 0. super .6., et .1. super .4.; et copulabis ipsa 10. cum .4. primi gradus, erunt .104.; de quibus extracta multiplicatione nouenarij in se ipso, remanent .23.; que .23. sunt minus dupla radicis inuenctę.

Rursus si radicem de .960 inuenire nolueris, pone radicem de .9., scilicet .3 sub .6.; et duplica ipsa .3., erunt .6., que pones sub ipso .3.; per que .6. oportet quamdam figuram multiplicare, que ponenda est ante .3.; et ipsam multiplicationem de .6. superiore extrahere, et remaneat inde figura; que cum fuerit copulata cum .0.; et possis extrahere multiplicationem ipsius figure in se ipsam, et non remaneat ultra duplum radicis inuentę; eritque illa figura .0. : quod .0. cum multiplicatum fuerit per .6., que fuerunt duplum de .3.; et ipsa multiplicatio extracta fuerit de .6., remanebunt eadem

« remanent inde .... cum 3 » (fol. 11 verso, lin. 25 e 26-31; pag. 19, lin. 18-24).

			(9
	1		
1	5	3	
	1	2	
		2	

fol. 12 recto.

« pone super .8. .... de 46. predicts » (fol. 12 recto, lin. 1-7; pag. 19, lin. 27-34).

			(23
1			
4	0		
8	6	4	
	2	9	
	4		

« extrahe[re, et .... .60., que » (fol. 12 recto, lin. 13 e 14-19; pag. 19, lin. 40 — pag. 20, lin. 2.

			(60
9	6	0	
	3	0	
	6		

6.; que cum copulata fuerint cum .0., quod est in primo gradu, faciunt .60.; de quibus .60. cum extracta fuerit multiplicatio de .0. in se ipso, remanebunt .60., que sunt duplum de 30, scilicet de radice inuenta. SI autem uolueris scire radicem numeri quatuor figurarum, inuenias primum radicem duarum figurarum ultimarum; et superfluum copulabis cum remanentibus duabus figuris, et operabis secundum hoc quod diximus in tribus figuris: ad cuius rei euidentiam sint .1234.; quibus uolumus radicem inuenire: pone sub .3. radicem ultimarum figurarum, scilicet de .12.; que radix est .3., et remanentia .3. pones super .2. de .12.; et copulabis ipsa .3. cum sequentibus figuris, erunt .334.; et duplicabis radicem inuentam, erunt .6.; que pones sub .3., scilicet sub radice inuenta: et considera, quot sunt multiplicationes, que multiplicande sunt secundum hoc quod dictum est superius; et quot sunt figure in numero, de quo debemus extrahere ipsas multiplicationes: sunt enim multiplicationes due, quarum una est multiplicatio ponende figure per duplum radicis inuentę, scilicet per .6.; alia multiplicatio est ipsius ponende figure in se ipsam: has quidem duas multiplicationes debemus extrahere de .331., et finire ultimam multiplicationem sub figura primi gradus. Ideo primam multiplicationem oportet extrahere de copulatione duarum figurarum ultimarum, scilicet de .33.; et ex copulatione superflui, et quaternarij, qui est in primo gradu, extrahes aliam. Quare pones .5. sub primo | gradu; quia diuisis .33 per .6, reddunt .5.; et mutliplicetur .5 per .6., et extrahatur ipsa multiplicatio, scilicet 30 de 33, et remanebunt .3. in secundo gradu: que .3. copula cum .4. primi gradus, faciunt .34.; de quibus extrahe multiplicationem de .5. in se ipsum, remanent 9.; et sic habes 35 pro radice de 1234, et remanent .9. Rursus si uolueris inuenire radicem de .6142. Inuenias radicem de .61., quem (*sic*) est .7., et remanent .12: pone .7. sub .4., et 12 pone super .61.; et duplicabis .7. inuenta, erunt .14.; pones .4. sub .7., et 1 post ipsum septenarium; et intelligas copulationem remanentium .12. cum .42.; que copulatio facit .1212., in quo numero sunt .4. figure, ex quibus sunt extrahende tres multiplicationes. Quarum prima est ponende figure per positum vnum, et alia per .4., que sunt ante ipsum .1., et alia per se ipsam: quas tres multiplicationes debemus gradatim extrahere de .4. dictis figuris, ita ut ultima multiplicatio cadat in primo gradu. Et quoniam numerus figurarum excedit numerum multiplicationum in una figura, pro ipsa una figura oportet copulare ultimam figuram de 1212. cum sequente, erunt .12.; de quo .12. extrahe primam multiplicationem; et deinceps cadet secunda multiplicatio sub secundo gradu, et ultima sub primo: quare pones .8. ante posita .7.; et multiplicabis .8. per .1. predictum, et extrahes de .12., remanebunt tibi .4.: que copulabis cum sequentibus .4., que sunt in secundo gradu, erunt .44.; de quibus extrahe multiplicationem de .8. in .4.; que .4. sunt sub .7., remanent .12., que pone super .44.; et copulabis ipsa cum .2. primi gradus, erunt .122.: de quibus extrahes 64., scilicet multiplicationem de .8. in se, remanent .58.; et sic habes .78. pro radice de .6142., et remanent .58. Verum si radicem de .8172. reperire uolueris, radicem de 81., scilicet .9., pone sub .7.; et de duplo ipsius .9 pone .8 sub .9., et .1. post ipsum uersus sinistram; in quibus .1. et 8 oportet multiplicare ponendam figuram singulariter, et de inceps ipsam figuram in se ipsam; et sic sunt tres multiplicationes, que sunt extrahende gradatim de 72., que remanent de .81. post inuentionem radicis de .81.: unde euidenter cognoscimus, nullam post se cadere preter .0., cum deficiat gradus, unde possit extrahi prima multiplicatio; quia si prima multiplicatio extrahatur de .7., oportet secun-

« secundum hoc .... sunt figure » (fol. 12 *recto*, lin. 23-23; pag. 20, lin. 5-11).

(9

3
1 2 3 4
3 5
6

fol. 11 *verso*.

« habes 35 .... sunt ante » (fol. 12 *verso*, lin. 4-9; pag. 20, lin. 21-26).

(58

1 2 1 2
6 1 4 2
7 8
1 4

« .78. pro radice .... cum deficiat » (fol. 12 *verso*, lin. 20-23 e 26; pag. 20, lin. 37-42).

(72

81.71
90
18

dam extrahere de .2.; et sic non habemus unde extraheremus tertiam multiplicationem. Vel aliter, quoniam primus gradus quemcumque gradum multiplicat, ipsum gradum surgit ex multiplicatione; quare ponenda figura, que cadit iu primo gradu multiplicata in tertio gradu, scilicet in .1., facit tertium gradum; qui gradus minime est in .72.: ergo radix de .${}^{m}_{8}$., et 172 est 90, et remanent .72. Et si uolueris radicem alicui numero quinque figurarum inuenire, inuenies per premissam doctrinam radicem tribus ultimis figuris: et si inde aliquid superfuerit, pones illum superfluum super ipsum gradum; uel gradus de quo, uel de quibus superfuerit; et copulabis ipsum superfluum cum duabus reliquis figuris; et pones duplum inuentę radicis sub ipsa radice; similem gradum sub similj gradu;| et per premissam notitiam studebis ponere aliam figuram sub primo gradu; quia prima figura in radice quinque figurarum cadit sub tertio gradu, cum tres figure sint radix numerorum quinque figurarum. Verbi gratia: uolumus inuenire radicem de 12345. Inuenias quidem primum radicem de 123., que est .11, et remanent .2; et cum inueneris ipsa .11., pones primam .1. de .11. sub .3., et aliam sub .4.; et duplicabis ipsum .11., erunt .22, que pone sub .11.; et .2. que remanserunt pone super .3.; et copulabis ipsum .2 cum sequentibus figuris, erunt .245., in quo numero sunt tres figure; et multiplicationes quidem fiende erunt similiter tres. Quare de singula figura exit singula multiplicatio. Vnde oportet ponere talem figuram ante posita .11.; que cum multiplicata fuerit per primum binarium, postea per secundum, postea per se ipsum, possit prima multiplicatio exire de .2., que remanserunt super .3.; et alia de .4.; et alia de .5., que sunt in primo gradu; eritque illa figura .1.: multiplicato quidem .1. per primum binarium extracta; et extracta ipsa multiplicatione de duobus, que sunt super .3., remanet nihil. Item multiplicato ipso .1. per sequentem binarium, et extracto de 4., remanent .2. super .4.; quibus .2. copulatis cum .5. primi gradus, faciunt .25.; de quibus extracto .1., quod surgit ex multiplicatione de .1. in se ipso, remanent .24.; et sic habes .111. pro radice de 12345., et remanent .24. Quod si rectum est, ita per qualem uis probam cognoscitur: probam de .111. in se ipsam multiplica, et ex ipsa multiplicatione probam accipe; et super acceptam probam adde probam de .24.; et si ex hoc habueris, scilicet probam de 12345., rectum est quod fecimus. Verbi gratia: proba de 111. per .7 est .6; quia diuisis .111. per 7, remanent .6;. quibus in se multiplicatis, faciunt .36.; quibus per .7. diuisis, remanet .1.; quo addito cum proba de .24., que est .3, faciunt .4., scilicet probam de 12345.; quia diuisis .12345 per .7., remanent .4.; et hoc uolumus: et secundum hunc modum probabis semper in inuentione radicum. Rursus si uis inuenire radicem de 98765., inuenies radicem de .987., que est .31., et remanent .26.: pone .3. sub .7., et .1. sub .6., remanentem .26. pone super 87., scilicet 2. super .8, et 6 super .7.; et copulabis .26. cum alijs duabus figuris, erunt .2665.; et duplicabis 31, et habebis .6. sub .3., et 2 sub .1.: et quia quatuor restant figure in numero, quas gradatim debemus delere per tres multiplicationes, que fieri debent cum figura ponenda ante .31.; quarum una erit per .6., et alia per 2, et alia per se ipsam; oportet itaque, ut primam multiplicationem accipiamus de .26.: quare diuides .26. per 6., que sunt duplum de 3 inuentis in radice; et positis sub .3., exibunt .4.; et ideo ponenda sunt .4. ante .31.: ponemus ergo .4. ante .31., cum fieri possit; et multiplicabis ipsa .4 per .6., et extrahes de .26., et remanentia .2. pone super .6; et copulabis ipsa cum .6., que sunt in secundo gradu, faciunt 26.: de quo numero extrahes multiplicationem de .4. in .2.,

fol. 13 *recto*.

« copulabis ipsum . . . . per sequentem » (fol. 13 *recto*, lin. 6 e 7-13; pag. 21, lin. 15-22).

(24

2
1 2 3 4 5
1 1 1
2 2

« remanentem .26 . . . . remanentia .2. pone » (fol. 13 *recto*, lin. 24 e 25 32 e 33; pag. 21, lin. 34-42).

(169

1
2
2 6 8
9 8 7 6 5
3 1 4
6 2

que posita sunt sub .1., remanent .19., uidelicet .1. super .2, et .8 super .9.: et copulabis

fol. 12 verso.

ipsa .19 cum .5 primi gradus, erunt .195.; de quibus | extrahes multiplicationem de .4. in se ipsis, remanent .169.; et sic habes .314 pro radice de 98765, et remanent 169. Et si uolueris inuenire radicem alicui numero sex figurarum. Inuenias primum radicem quatuor ultimis figuris; et residuum quod superfuerit, copulabis cum sequentibus duabus figuris; et deinceps operabis ut supra. Verbi gratia: nolumus reperire radicem de 123456. Inuenies primum radicem de .1234, que est 35, et remanent .9.; et pone .35 sub .45.; et .9. que remanent pone sub .4.; et copulabis ipsa .9. cum .56., faciunt .956.; et duplicabis inuentum .35., erunt .70.; de quibus pone .0. sub .5., et 7 sub .3.; et quoniam figure sunt tres que restant; et multiplicationes sunt tres, quarum prima debet fieri per .7., secunda pro zefiro, tertia exponenda figura in se; tunc scimus, quia prima multiplicatio debet exire de .9.: quare diuide .9. per .7., exibit unum pro ponenda figura ante .35. Quo uno multiplicato per .7., et extracta ipsa multiplicatione de .9., remanent .2. super .9.; quibus copulatis cum .5., et inde extracta secunda multiplicatione, scilicet de .1. in zefiro, remanent 25: quibus copulatis cum sequente figura, faciunt .256.: ex quibus extracta multiplicatione de .1. in se ipso, remanent .255.; et sic habemus .351. pro radice de .123456., et remanent .255. Rursus si uolueris inuenire radicem de 987654 Inuenies primum radicem de .9876., que est .99., et remanent .75.: pone .99. sub 65., et 75 super .76.; et duplicabis radicem inuentam, erunt .198.: de quo numero pones 8 sub .9., que sunt in secundo gradu, et 9 sub 9, que sunt in tertio gradu; et .1. pones post ipsa; et copulabis 75 cum 54., erunt .7554., in quo numero sunt quatuor figure, quas debemus delere gradatim per quatuor multiplicationes, quas facere debemus cum ponenda figura, scilicet per tres figuras de .198., et per se ipsam: quare primam multiplicationem oportet extrahere de .7. tantum: et si cognoscimus ponendam figuram esse .3. ante .99.; quo .3. multiplicato per .1. de .198., et extracta ipsa multiplicatione de .7., remanent .4. super ipsis .7.: quibus copulatis cum .5. tertij gradus, faciunt .45.: de quo extracta multiplicatione de .3. in .9. de .198., remanent .18. super quartum et tertium gradum: quo 18 copulato cum .5., qui est in secundo gradu, faciunt .185.; de quibus extracta multiplicatione de .3. in .8. de 198, remanent .161. super quartum, et tertium, et secundum gradum: quibus 161. copulatis cum .4. primi gradus, faciunt 1614.: de quibus extracta multiplicatione de .3. in se, remanent .1605.; et in radice habemus .993. Item si uolueris inuenire radicem alicuius numeri septem figurarum. Inuenias primum radicem quinque figuris ultimis; et residuum, si fuerit, copulabis cum reliquis duabus figuris; et operaberis ut supra. Verbi gratia: uolumus inuenire radicem de .9876543.; et quoniam radix septem figurarum sunt quatuor figure, oportet ponere primam figuram radicis sub quarto

fol. 14 recto.

gradu, | et sequentem figuram sub tertio, aliam sub secundo: quas tres figuras inuenies inueniendo radicem quinque figurarum ultimarum, scilicet de 98765.; quorum radix est .314., et remanent .169. super quintum, et quartum, et tertium gradum: quibus 169. copulatis cum duabus reliquis figuris, scilicet cum .43, faciunt .16943.: deinde duplica inuenta .314., et habebis .8. sub .4., et 2 sub .1., et 6 sub .3.: per quas tres figuras multiplicanda est gradatim ponenda figura, et deinceps in se ipsam; et sic erunt quatuor multiplicationes, quas debemus extrahere gradatim de quinque figuris predictis, scilicet de 16943: quare prima multiplicatio extrahenda est de duabus ultimis figuris, scilicet

« superfuerit, copulabis .... .35. Quo » (fol. 13 verso, lin. 4-11; pag. 22, lin. 5-12).

255

2
9
1 2 3 4 5 9
3 5 1
7 0

« Inuenies primum .... cognoscimus ponendam » (fol. 13 verso, lin. 17-23; pag. 22, lin. 17-24).

1605

1 6
4 8
7 5
9 8 7 6 5 4
9 9 3
1 9 8

« et sequentem ... tres figuras » (fol. 14 recto, lin. 1-5; pag. 22, lin. 36-40).

4379

1 9 9
9 8 7 6 5 4 3
3 1 4 2

de .16.; quare diuides .16. per .6., qui primus multiplicandus est, exibunt .2.: quare pones .2. in primo gradu radicis; et multiplica ea per .6. de 626., erunt .12.; que extrahes de .16, remanent .4. super .6.; que copulabis cum .9, faciunt, .49: de quibus extrahes multiplicationem de .2. in .2, remanent .45 super 49; que copulabis cum .4. secundi gradus, faciunt .454.; de quibus extrahes multiplicationem de .2. in .6., remanent .436., scilicet .4 super quartum gradum, et 3 super tertium, et 8 super secundum: et copulabis .438. cum .3 primi gradus, faciunt 4363; de quibus extrahes multiplicationem de 2 in se ipsis, remanent .4378., que sunt minus duplo radicis inuentę; et radix est .3142. Similiter si uis inuenire radicem octo figurarum, inuenies radicem sex figuris ultimis; et copulabis residuum cum reliquis duabus figuris, ut dictum est. Et sic cum his que dicta sunt possunt radices iu infinitum quorumlibet numerorum inueniri. Nam si scire desideras quot figure erunt in radice alicuius numeri multarum figurarum, considera si numerus figurarum ipsius numeri fuerit par, uel impar. Si fuerit par, dimidia ipsum numerum; et quot unitates sunt in medietate, tot figurę erunt in radice ipsius. Si uero fuerit inpar, adde numero ipsorum unum, ut efficiatur uumerus figurarum par. Et tunc quot unitates eruut in medietate numeri ipsarum, tot figure similiter erunt in radice. Et tunc incipies ponere primam figuram sub ipso gradu sub quo ceciderit. Nam si fractiones, que cadunt de superfluo inuentarum integrarum radicum, prope ueritatem nosse desideras, considera utrum numerus ille, cui radicem inueneris, fuerit perticarum secundum geometriam, aut graduum secundum astronomiam.

Quia in radicibus perticarum fractiones in pedibus, deinde in unceis, et in partes unciarum reducere necesse est. In radicibus quoque graduum fractiones in minutis, et in secundis, et in partibus secundorum reducende sunt. Est enim pertica, ut diximus, pedes .6.; et pes est uncie .18.; et uncia est $\frac{1}{18}$ pedis; et pes est sexta perticę; pertica tota est uncie .108. Item gradus diuiditur in minutis .60., et miuutum in secunda 60., et secundum similiter in tertia .60.; quare totus gradus est secunda .3600., et tertia 216000.:| quibus ad memoriam reductis, cum uolueris radicem alicui numero perticarum inuenire, multiplica ipsas perticas per multiplicationem de 108. vicibus 108., hoc est per .11664.; et sume (*sic*) multiplicationis radicem inuenias; et habebis numerum unciarum, que sunt in radice quesita: quibus unceis diuisis per .16., reddunt pedes, qui sunt in illa radice. Quibus pedibus in .6. diuisis, reddunt perticas. Verbi gratia: uolumus inuenire radicem de perticis 67., multiplica 67 per 11664., erunt 781488.; quibus inuenias radicem, que est .884., et remanent .32.: que 32 diuide per duplum de .884.; uel dimidium de 32, scilicet .16, diuide per 884., exibit fere $\frac{1}{55}$: ergo radix de perticis 67. sunt uncie 684, et $\frac{1}{55}$; quibus unceis diuisis per .18. redduut pedes 49, et remanent uncie 2, et $\frac{1}{55}$: quibus pedibus .49. diuisis per 6 reddunt perticas 8, et remanent pes (*sic*) .1.: ergo radix de perticis .67 est pertice .8., et pes .1., et uncie 2, et $\frac{1}{55}$; et sic studeas facere in omnibus similibus. Et si uolueris radicem numero graduum inuenire. Multiplica secunda unius gradus, scilicet 3600. in se ipsis, erunt .12960000; per quem numerum multiplica gradus, quibus radicem inuenire desideras; et summe multiplicationis radicem inuenias; et superfluum diuide per duplum radicis inuentę, et habebis secunda, que fuerint in radice quesita: quibus secundis diuisis in .60. reddent minuta : quibus minutis diuisis in .60., reddent gradus; et sic habebis gradus, et minuta, et secunda, et partes unius secundi, que fuerint

fol. 14 verso.

in radice quorumlibet graduum. Et si primum perticas, deinde pedes, post hoc uncias, ad extremum partes uncie, que sunt in radice quarumlibet perticarum, gradatim inuenire desideras. Inuenias primum radicem perticarum, ut dictum est: deinde de perticis que remanserint, fac dimidios soldos, scilicet pedes; et diuide eos per duplum perticarum inuentarum in radice, et habebis pedes; et ex hoc quod remanserit, fac denarios; ex quibus extrahe multiplicationem peduum inuentorum in se ipsos; residumque triplicabis, scilicet facies inde uncias; quas diuides iterum per duplum perticarum, et pedum inuentorum in radice, et habebis perticas, et pedes, et uncias, et partes uncię, que sunt in radice quarumlibet perticarum. Verbi gratia. Volumus iterum radicem de perticis 67. inuenire; primum quidem radix de perticis .67. sunt pertice .8. in integrum, et remanent pertice .3., que sunt medij soldi, uel pedes .18.: quibus diuisis per duplum de .8., scilicet per 16, egreditur pes .1., et remanent pedes .2., qui sunt denarij .12.: ex quibus extrahe multiplicationem unius pedis in se ipso, scilicet denarium unum; quia cum pes multiplicatur in pedem, facit denarium, ut dictum est, remanent denarj .11.: quibus multiplicatis per .3. faciunt uncias .33.; quibus diuisis per duplum de perticis .8., et pedem .1., scilicet scilicet (*sic*) per $\frac{1}{3}$ 16, ueniunt uncie 2, et remanet $\frac{1}{3}$ unius uncię: de qua $\frac{1}{3}$ si extraxerimus multiplicationem inuentarum duarum unciarum in se ipsis, remanebit ex ipsa tertia uncie, quasi $\frac{1}{53}$ unius uncię; cum diuiserimus ipsum superfluum per duplum radicis inuentę. Rursus | si uolueris inuenire per hunc modum radicem de perticis .111., accipe radicem integram ipsarum, scilicet .10.; et duplica, erunt .20.; per quem diuide pedes perticarum .11. superfluarum, scilicet 66., exibunt pedes .3., et remanent pedes .6., scilicet denari .36.: ex quibus extractis denarijs .9., qui procreantur ex multiplicatione peduum .3. in se, remanent denari .27.; quibus triplicatis faciunt uncias 81.; quibus diuisis per duplum radicis inuentę, scilicet per .21., exibunt uncie $\frac{6}{7}$ 3, et non remanet inde aliquid, unde possis extrahere multiplicationem unciarum inuentarum in se ipsis: quare pone aliquantulum minus de $\frac{6}{7}$ unius uncię; et sic habebis perticas .10., et pedes .3., et uncias $\frac{5}{6}$ 3. pro radice de perticis .111. Et nota ea que superius diximus de multiplicatione perticarum, et pedum, et unciarum in perticas, et pedes, et uncias; et cognosces unde procedunt ea que facimus in inuentione peduum, et unciarum in radicibus. fol. 15 recto.

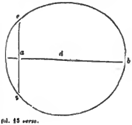
Item si uis inuenire radicem de perticis 1234. Integra quidem radix ipsarum est pertice 35., et remanent pertice .9; que pertice 9. sunt pedes .54.: per quos pedes .54., cum sit minus duplo radicis inuentę, scilicet de .70., cognoscimus in hac radice nequaquam cadere pedes: quare de pedibus 54 facies uncias, erunt uncie .972.; quas diuide per .70., exibunt uncie .13, et $\frac{7}{8}$; et non remanet inde unde extrahas multiplicationem de unceis $\frac{7}{8}$ 13. in se ipsis: quare per $\frac{7}{8}$ pone minus, scilicet $\frac{6}{7}$, uel $\frac{5}{6}$, uel $\frac{4}{5}$, uel $\frac{3}{4}$ ad libitum; quia ita faciendo, parum poteris deuiare; et sic, secundum hunc modum, potes cuilibet numero perticarum, uel perticarum et peduum; etiam et perticarum, et peduum, et unciarum radicem subtiliter inuenire.

De fractionibus quidem graduum in minuta et secunda inueniendis in libro nostro abaci satis aperte monstrauimus; vere quidem radices numerorum, qui non sunt quadrati, in lineis haberi possunt, in numeris uero minime. Est enim modus reperiendi radices in lineis, ut protrahas lineam illius quantitatis, uel numeri, cuius radicem ha-

bere desideras, eique lineam unius unitatis super addas, et in medio illius lineę centrum figas, in spatio dimidię linee circulum ducas; et a puncto, quod est inter unitatem et lineam, ad rectos angulos lineam usque ad circulum protrahe; et illa linea erit uera radix quesiti numeri. Exempli causa: uolumus radicem .67. inuenire. Adiaceat quedam recta *.ab.*, que sit 67.; cui addatur in directo unitas *.ag.*, erit tota *.gb.* 68: diuidaturque *.gb.* in duo equalia super punctum *.d.*; et spatio *.dg.* uel *.db.* circulus circinetur *.gebz.* Et protrahatur ad rectos angulos linea *.ae.*; dico quod linea *.ae.* uera radix est linee *.ab.*, scilicet de 67.

Protrahatur quidem recta *.ea.* in directo ad punctum *.z.*; et quoniam recta *.ba.* stat super rectam *ez.*, facit duos angulos, aut rectos, aut duobus rectis equales. Rectus quidem qui sub *.bae.*, rectus quoque, qui sub *.baz.* Et quoniam recta *.ag.* per centrum ducta secat quamdam rectam *.ez.* ad rectos angulos, ipsam rectam per equalia secare necesse est. Equalis ergo recte *.ea.* recta *.az.* Rursus quoniam in circulo *.gebz.* due recte, que sunt *.bg.* et *.ez.* se inuicem secant supra punctum *.a.*, erit multiplicatio *.ba.* in *.ag.*, sicut | multiplicatio *.ea.* in *.az.* Sed multiplicatio *.ae.* in *.az.* est sicut multiplicatio *.ea.* in se ipsam. Quare multiplicatio *.ba.* in *.ag.* est sicut multiplicatio *.ae.* in se. Multiplicatio quidem *.ba.* in *.ag.*, scilicet de .67. in .1., facit 67. Et multiplicatio uero ex *.ae.* in se facit similiter .67.; et hoc uolumus.

ᵃ *.bg.* et *.ez.* .... *.ag.*, sicut ᵃ (fol. 15 *recto*, margine inferiore esterno; pag. 25, lin. 14 e 15).



fol. 15 *verso*.

De multiplicatione radicum.

Nvnc autem ostendamus, qualiter radices numerorum per radices multiplicentur. Et qualiter insimul addantur. Et quomodo minores de maioribus extrahantur. Etiam et quo ordine inter se diuidantur. Cvm autem uolueris multiplicare radicem de 16 per radicem de .25, cum 16 et 25 sint quadrati numeri. Accipe radices eorum, que sunt 4 et 5; et multiplica eas insimul, egredientur .20. pro quesita multiplicatione. Si uero radicem de 16 per radicem de 30. multiplicare uis; cum radix de 30 sit surda, multiplicabis .16 per 30, erunt .480.; quibus inuenies radicem quam propius poteris, et habebis summam dictę multiplicationis. Rursus si uolueris multiplicare radicem de 20 per radicem de 30., multiplica 20 per 30, erunt .600.; quibus inuenies radicem, et habebis propositum. Verbi gratia: sit *.a.* 20., et *.b.* .30., et *g* sit radix de .20., et *d.* sit radix de .30.; multiplicato quidem *.a.* in *.b.* faciat *.e.*, scilicet .600.; et multiplicato *.g.* in *.d.* faciat *.z.* Dico quoniam *.z.* radix est sexcentorum, scilicet ex *.e.* Sed primo dicendum est, quod sicut aliquis numerus est ad aliquem numerum, ita est quoduis multiplex unius ad idem multiplex alterius; et que uis pars unius ad eandem partem alterius: quod probabimus in .12 et 24.: in qua enim proportione sunt 12 ad 24., in eadem est duplum de 12 ad duplum de 24., et triplum ad triplum, et deinceps quadruplum, et que secuntur multiplicia. Similiter in qua proportione est 12 ad 24, in eadem proportione est dimidium de 12. ad dimidium de 24., et tertium ad tertium, et deinceps: his itaque demonstratis, reuertamur ad proposita. Quoniam numerus *.g.* radix est numeri *.a.*, scilicet de 20.; ergo *.g.*, se ipsum multiplicans, *.a.* facit; et *.g.* quidem *.d.* multiplicans, numerum *.z.* facit. Quam multiplex ergo est *a* ex *.g.*, tam multiplex est *.z* ex *d.*: quare sicut *.g.* est ad *.d.*, ita *.a.* est ad *.z.* Rursus quoniam *.d.* radix est ex *.b.*, scilicet de 30; cum *.d.* itaque se ipsum multiplicat, *.b.* facit. Sed *.d.* multiplicans *.g*, *z* facit. Quam multiplex ergo est *.z.* ex *.g.*, tam multiplex est *.b.* ex *.d.* Quare sicut *.g.* est ad *.d.*, ita *.z.*

ᵃ de 20 per .... quod sicut ᵃ (fol. 15 *verso*, lin. 12-13, pag. 25, lin. 27-32).



est ad .*b*.: fuit itaque sicut .*g*. ad .*d*., ita .*a*. ad .*z*.: per equale uero est sicut .*a*. ad .*z*., ita .*z*. ad .*b*. Quare multiplicatio .*a*. in *b*. est sicut multiplicatio *z*. in se. Sed multiplicatio .*a*. in *b*. facit .*e*. , scilicet 600. Et multiplicatio quidem de *z*. in se facit similiter .*e*. Ergo .*z*. radix est ex .*e*.; quod oportebat ostendere. Et notandum, cum numeri, quorum radices insimul multiplicantur, habent inter se proportionem quadratorum numerorum eorum, multiplicatio surgit in quadratum numerum. Quare multiplicatio radicum ipsorum surgit in numerum rationabilem. Verbi gratia : uolumus multiplicare radicem de .8. per radicem de .18.; quorum proportio est sicut .4. ad .9., scilicet sicut quadratus numerus ad quadratum numerum. Dico quod multiplicatio de .8. fol. 16 *recto*. in .18. surgit in | quadratum numerum, scilicet in .144 ; quorum radix, que est .12., est summa multiplicationis radicis de .8. in radicem de .18. Item si uis multiplicare 10 per radicem de .20, multiplica quadratum de .10., scilicet 100., per 20., erunt .2000.; quorum radix est summa dictę multiplicationis. Et nota quod id quod prouenit ex multiplicatione de .10. in radicem de .20., est equale .10. radicibus de .20. Vnde cum .10. radices de .20. uolumus redigere in radicem unius numeri, tunc multiplicamus quadratum de .10. in 20, et habemus .2000.; quorum radix est id quod aggregatur ex ipsis 10. radicibus: et hoc idem intelligendum est de similibus : vnde si radicem alicuius numeri in plures radices alterius redigere uis, diuide ipsum numerum per aliquem quadratum numerum; et quot unitates fuerint in radice ipsius quadrati numeri, tot radices uenient exeuntis numeri ex diuisione. Verbi gratia: vis reducere radicem de .1200. in plures radices alterius numeri, diuides .1200. per aliquem quadratum numerum, ut dicamus per .16., et uenient 75; et accipe radicem de .16., que est .4.; et tot radices de .75. habebis pro una radice de .1200.: et si diuiserimus .1200. per 25, quorum radix est .5., habebimus .5. radices de .48. pro una radice de .1200. Et sic possumus radicem de .1200. in plures radices diuersorum numerorum reducere.

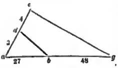
De addictione radicum.

Radices quidem numerorum quandoque cum radicibus ita iunguntur, ut suma (*sic*) iunctionis earum surgit in aliquem numerum raciocinatum, aut in radicem alicuius numeri; et quandoque non possunt coniungi, ut ex eorum coniunctione numerus, aut radix numeri egrediatur.

Cvm autem radices quadratorum in unum coniungere uolumus, tunc ex eorum coniunctione numerus procreatur: ut si radicem de 16 cum radice de 25 addere uolumus, coadunabimus 4 et 5, scilicet radices de 16 et de 25, egredientur .9. pro quesita coniunctione.

Quando uero radices numerorum inter se proportionem quadratorum babentium coniungere uolumus, tunc egreditur radix alicuius numeri ratiocinati. Vnde qualiter addantur, dupliciter ostendamus. Volumus addere radicem de .27 cum radice de .48.; inuenias quadratos, qui sunt in eorum proportione; eritque .9 et 16.; quorum radices addas in unum, erunt .7.; que multiplica in se, erunt .49.; que triplica propter 27 et 48., que sunt triplum de 9 et de .16., erunt .147.; quorum radix est summa predictę iunctionis. Que regula probatur per proportiones similium triangulorum hoc modo: adiaceant in directo recte .*ab*. et .*bg*.; quarum .*ab*. sit radix de .27., et .*bg*. de 48.; et a puncto .*a*. angulum faciens protrahatur recta .*ad*. *de*.; et *ad* sit .3., et .*de*. sit .4.; et copuletur .*eg*.

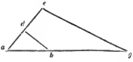
« erunt .7. . . . . et .*de*. sit » (fol. 16 *recto*, lin. 27-31; pag. 26, lin. 39-43).



et *.db*: est itaque quadratum linee *.ab.* triplum quadrati linee *.ad.*, et quadratum linee *.bg.* triplum quadrati linee *.de.* Ergo sicut *.ab.* recta est ad *.ad.*, ita recta *.bg.* ad *.de.* Quare recta *.db.* equidistans est linee *.eg.* Vnde trigonum *.adb.* simile est trigono *.a e g.*; habent angulum *.a.*| comunem; et angulus *.adb.* angulo *.aeg.*; et angulus *.adb.* angulo *.age.* sunt equales, scilicet exteriores interioribus. Est ergo sicut quadratus linee *.ab.* ad quadratum linee *.ad.*, ita quadratus linee *.ag.* ad quadratum linee *.ae.* Sed quadratus linee *.ab.* quadrati linee *.ad* triplus est; quare quadratus linee *.ag.* quadrati linee *.ae.* est similiter triplus: sed quadratus linee *.ae.* est .49; quare quadratus linee *.ag.* est triplus, scilicet .147. Ergo ex coniunctione linearum *ab* et *bg.* egreditur radix de 147., ut oportebat ostendere. Et nota, quod omnes radices numerorum proportiones habentium inter se possunt reduci ad radices unius numeri, diuidendo antecedentem numerum per antecedentem quadratum, et consequentem per consequentem. Verbi gratia: si uis reducere radices de 27 et de 48. in radices unius numeri, diuides antecedentem numerum, scilicet 27, per antecedentem quadratum, scilicet per 9; et sequentem .48. per sequentem quadratum, scilicet per .16., et euenient .3. ex unaquaque diuisione. Ergo quot unitates sunt in radice de .9., tot radices de 3 sunt in radice de .27.; et quot unitates sunt in radice de 16., tot radices de .3. sunt in radice de 48.; et sic pro una radice de .27 habentur tres radices de 3; et pro una radice de 48 habentur 4 radices de .3. Vnde si eas aggregare uolumus, habebimus .7 radices de .3. pro earum aggregatione: quas si ad radicem unius numeri reducere uis, multiplica quadratum de .7. per 3; et eius quod prouenerit radicem accipe; et pro earum aggregatione habebis radicem de .147., ut supra. Aliter iungantur primum .27 cum .48., erunt .75.; et multiplicentur 27. per 48., et illius multiplicationis radicem duplica, erunt .72.; que cum .75. adde, et habebis similiter .147. pro quadrato dictę iunctionis.

fol. 16 *verso*.

ª linee .*ab.* .... diuidendo antecedentem » (fol. 16 *verso*, lin. 4-8; pag. 27, lin. 7-11).



Que etiam demonstrabimus per exemplum: adiaceat in directo recta *.ab.* recte *.bg.*; et sit *.ab.* radix de .27., et *bg* de .48. Volumus itaque quantitatem scire totius linee *.ag.* Quoniam linea *.ag.* diuisa est in duo super punctum *.b.* , erunt duo quadrati portionum *.ab.* et *.bg.* cum duplo multiplicationis *.ab.* in *.bg.* equales quadrato totius linee *.ag.* Sed quadrati *.ab* et *bg.* sunt .27 et 48, scilicet .75; et multiplicatio linee *.ab.* in *.bg.* surgit in radicem multiplicationis de .27. in .48., scilicet in .36.; quorum duplum sunt .72.; quibus additis cum .75., reddunt .147. pro quadrato linee *.ag.*, ut prediximus. Si autem uolumus addere radicem de .20. cum radice de .30.; quia 20. et 30 inter se proportionem non habent, sicut quadratus numerus ad quadratum numerum; et hoc cognoscitur, quia multiplicatio de 20. in 30. surgit in numerum non habentem radicem. Ideo suma iunctionis earum radicum non surgit in numerum, neque in radicem numeri. Verbi gratia: sit recta *.ba.* radix de .20, et recta *.ag.* sit radix de 30., erit quadratus linee *.ba.* cum quadrato linee *.ag.* .50.; et multiplicatio *.ba.* in *ag.* surgit in radicem de 600.; quare duplum multiplicationis *.ba.* in *.ag.* surgit in radicem quadrupli de 600., scilicet in radicem de 2400. : que cum radicem non habeant, scimus quod ex adiunctione predicta non possumus habere | numerum, aut radicem numeri; sed habemus pro earum coniunctione radicem numeri, et radicis, hoc est radicem de 50., et radicis de 2400. Vnde, ut inde habeamus illud quod possumus, inueniatur radix de .2400. quam propius potest, que est 49, minus $\frac{1}{98}$; et addantur 50 supradictis, erunt .99,

ᵇ portionum *ab.* .... in *bg* » (fol. 16 *verso*, lin. 23 e 24-25; pag. 27, lin. 28-30).



ᶜ radicum non .... *.ba.* radix » (fol. 16 *verso*, lin. 31; pag. 27, lin. 35-36).



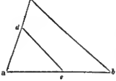
fol. 17 *recto*.

minus $\frac{1}{24}$; quibus inuenies radicem, et habebis propositum: uel inuenias radicem de 20 et de .30. quam propius potes; et adde eas insimul, et habebis similiter propositum.

De extractione radicum.

SI uero radicem quadrati numeri de radice quadrati numeri extrahere uolueris, ut radicem de 16 ex radice de 49., extrahes radicem de .16., scilicet .4., ex radice de .49., scilicet de .7., remanebunt .3. pro residuo dictę extractionis. Et si radicem de .45 ex radice de .125 extrahere uis; quia proportio eorum est proportio quadratorum, scilicet de .9. et de 25., extrahe radicem de 9 ex radice de .25., scilicet .3 de .5, remanent .2.; que multiplica in se, erunt .4.; que multiplica per 5. propter 45 et .125., que sunt quincupla de 9 et de .25., exibunt 20.; quorum radix est residuum dictę extractionis. Verbi gratia: adiaceat recta *.ab.*, que sit radix de 125.; et a puncto *.a.* protrahatur recta *.ag.* faciens angulum *.bag.*; et sit *.ag.* .5., scilicet radix de 25.; et auferatur ex *.ag.* recta *.gd.*, que sit 3, remanebit *.da.* 2.; et per punctum *.d.* protrahatur recta *.de.* equidistans lateri *.gb.*; et quoniam in trigono *.agb.* protracta est recta *.de.* equidistans lateri *.bg.*, erunt latera *.ab* et *.ag.* proportionaliter secta in punctis *.de.*, scilicet quod est sicut *.ae.* ad *.eb.*, ita *.ad.* ad *.dg.* Coniunctim ergo est sicut *.ba.* ad *.be.*, ita *.ga.* ad *.gd.*: et si permutauerimus, erit sicut *.ba.* ad *.ag.*, ita *.be.* ad *.gd.* Quare est sicut quadratum lateris *.ba.* ad quadratum lateris *.ag.*, ita quadratum linee *.be.* ad quadratum linee *.gd.* Sed quadratum lateris *.ba.* est quincuplum quadrati lateris *.ag.*; quare et quadratum rectę *.be.* est quincuplum quadrati linee *.gd.*: est enim .9.quadratum linee *.gd.*; quare quadratum linee *.be.* est 45.: ergo linea *.be.* est radix de 45.; quam uolumus extrahere ex *.ab.*, scilicet ex radice de .125., et inuenire residuum, scilicet lineam *.ae.*; cuius quadrati proportio est ad quadratum linee *.ad.*, sicut quadratum linee *.be.* ad quadratum linee *.gd.* Quare quadratum linee *.ae.* est quincuplum quadrati linee *.ad.* Sed quadratum linee *.ad.* est .4.; ergo quadratum linee *.ae.*, scilicet quesiti residui, est .20.; et sic *.ae.* inuenta est esse radix de .20., ut supra. Vel si radices de 45 et de 125. reduxerimus in radices de .5., habebimus pro radice de .45. tres radices de 5., et pro radice de 125. habebimus .5. radices de .5.: unde si de 5 radicibus de .5. auferantur .3. radices de .5., remanent 2 radices de .5., que sunt una radix de .20., ut inuentum est. Aliter adde .45 cum .125., erunt .170.; de quibus extrahes duplum radicis multiplicationis de .45. in .125., idest 150., remanent .20. pro quadrato quesiti residui. Ad cuius exemplum sit linea *.ab.* radix de .125.; de qua summatur linea *.bg.*, que sit radix de 45.: dico quod | linea *.ga.* est radix de 20. Quoniam linea *.ab.* in duo diuisa est super punctum *.g.*, erunt duo quadrati linearum *.ab.* et *.gb.* equales quadrato *.ag.*, et duplo multiplicationis *.gb.* in *.ab.*: sunt enim duo quadrati *.ab.* et *.gb.* .170.; quibus equantur quadratus linee *.ag.*, et duplum multiplicationis *.bg.* in *.ba.* Sed *.bg.* in *ba.* est radix multiplicationis de 45 in 125., scilicet .75.;que .75. duplicata faciunt .150.; que extracta de 170, remanent .20. pro quadrato linee *.ag.*; quod oportebat ostendere. Et si uis extrahere radicem de 20 ex radice de 30.; quia .20 et 30 non sunt in proportione quadratorum numerorum. Inuenies radicem de .20. et de 30 quam propius potes; et extrahe radicem de 20 de radice de 30.; et sic habebis residuum non ad plenum, sed fere: vel aliter adde .20 cum .30., erunt .50.; et multiplica .20 per 30., erunt .600.; de quibus accipe duas radices, scilicet duplum radicis eius, hoc est radicem quadrupli

• 20.; quorum .... ad *.dg.* Con-|iunctim » (fol. 17 *recto*, lin. 13-18 e 19; pag. 28, lin. 10-16).



• *.ab.* radix de .... dico quod » (fol. 17 *recto*, lin. ultima; pag. 28, lin. 32-33).



fol. 17 *verso*.

• re|manent .20. .... si uis ex-|trahere » (fol. 17 *verso*, lin. 5, 6 e 7; pag. 28, lin. 38-39).



de 600., que est fere 49., minus $\frac{1}{98}$; et extrahe eam de 50., remanet $\frac{1}{98}$ 1; cui inuenias radicem, et habebis quesitum residuum, secundum propinquitatem.

De diuisione radicum.

SI vis diuidere radicem de 600 per radicem de .40., diuide .600. per 40., exibunt .15.; quorum radix cadit ex diuisione predicta. Verbi gratia: sit *.a.* .40., et *b.* .600., et *.g.* .15.; et *d.* sit radix ex *.a.*, et *.e.* ex *.b.*: diuidatur quidem *.e.* per *.d.*, scilicet radix de .600., per radicem de .40., egrediatur *.z.* Dico *.z.* esse radicem ex *.g.*, scilicet de .15.; quoniam diuiso *.e.* per *d.* facit *.z.*: si *.d.* multiplicat *.z.*, facit *.e.* Sed *.d.* se ipsum multiplicans facit *.a.* Quam multiplex ergo est *.a.* ex *.d.*, tam multiplex est *.e.* ex *.z.* Quare est sicut *.d.* ad *.z.*, ita *.a.* ad *.e.* Rursus *.z.* multiplicans *.d.* facit *.e.*; et *.z.* se ipsum multiplicans facit *.I.* Est ergo sicut *d.* ad *z.*, ita *.e.* ad *.I.* Sed sicut *.d.* ad *.z.*, ita repertum est *.a.* ad *.e.* Quare est sicut *.a.* ad *.e.*, ita *.e.* ad *.I.* Sunt ergo *.a. e. i.* continue proportionales. Quare multiplicatio *.a.* in *.I.* est sicut *.e.* in se. Sed multiplicatio *.e.* in se facit *.b.*; ergo *.a.* in *.I.* facit similiter *.b.*, scilicet .600. Sed *.b.* diuiso per *.a.* uenit *.g.* Ergo multiplicatio *.a.* per *.g.* facit *.b.*; et *.a.* multiplicato per *.I.* facit *.b.* Quare numerus *.I.* equalis est numero *.g.* Sed *.z.* se ipsum multiplicans *.I.* facit. Quare ex multiplicatione *.z.* in se egredietur similiter *.g.*; ergo *.z.* radix est ex *.g.*, quod oportebat ostendere. Aliter *.d.* multiplicans *.z.* facit *.e.*; et *.e.* se ipsum multiplicans facit *.b.*; ergo multiplicatio *.d.* in *.z.* multiplicata per *.e.* facit *.b.* Item *.d.* se ipsum multiplicans *.a.* facit; et *.a.* multiplicans *.g.* facit *.b.*; ergo multiplicatio *.d.* in se, multiplicata per *.g.*, facit *.b.* Quare multiplicatio *.d.* in *.z.* producta in *.e.* equa est multiplicationi *.d.* in se producte in *.g.*: comuniter relinquatur multiplicatio *.d.*, remanebit multiplicatio *.z.* in *.e.* equa multiplicationi *.d.* in *.g.* Quare est sicut *.d.* ad *.z.*, ita *.e.* ad *.g.*, sed sicut *.d.* ad *.z.*, ita est *.e.* ad *.I.*; ergo *.e.* ad *.g.* et ad *.I.* eandem proportionem habent: quare *.g.* equalis est *.I.* Sed *.z.* radix est ex *.I.*; quare *.z.* radix erit ex *.g.* ET si radicem de .40. per radicem de .600. diuidere uis, diuide .40. per .600., exibit $\frac{1}{15}$; cui inuenias radicem, et habebis propositum. Sed qualiter radices fractionibus inueniantur, demonstrare procurabimus. Sed primum |notandum est, cum inter se diuiduntur radices numerorum quadratorum, uel eorum proportionem habentium, tunc semper egreditur numerus rationalis. Verbi gratia: uolumus diuidere radicem de .64. per radicem de .16.: diuisis .64. per .16., egrediuntur .4.; quorum radix, scilicet .2., egreditur ex dicta diuisione. Nam .8., que sunt radix de .64., diuisis per radicem de .16., scilicet per .4., egrediuntur similiter .2. Et nota, quia illud idem egreditur ex diuisione radicum omnium numerorum habentium eandem proportionem, quam habet .16. ad .64.: ut si radicem de .60 per radicem de .20. diuidere uolumus, egredientur .2. similiter ex dicta diuisione. SI alicui fractioni uel fractionibus radicem inuenire desideras, dupliciter tibi hoc facere demonstrabimus. Primus modus est, ut ipsam partem, uel partes accipias ex aliquo magno numero; et quot habueris, multiplica per ipsum numerum; et sume multiplicationis radicem inuenias; ipsamque per supradictum numerum diuide; et sic habebis propositum. Verbi gratia: uolumus inuenire radicem de $\frac{2}{3}$: accipe $\frac{2}{3}$ ex aliquo magno numero. Sitque numerus ille .60. Nam quanto maiorem numerum acceperis, tanto propius uere radici deueneris: $\frac{2}{3}$ quidem de .60. sunt .40.; quibus multiplicatis per .60., reddent .2400.; quorum radix, que est .49., minus

« multiplicat .z. .... in se fe-|cit » (fol. 17 verso, lin. 17 e 18-22 e 23; pag. 29, lin. 8-14).

40	15	600
a	*g*	*b*
d	*z*	*e*

fol. 18 recto

$\frac{1}{98}$, diuide per 60, et habebis propositum. Nam si hoc in pedibus, et unceis habere desideras, accipe $\frac{2}{3}$ ex unceis unius perticę, scilicet de .108., exibunt .72.; quibus multiplicatis per .108., ueniunt 7776; quibus accipias radicem, eritque $\frac{2}{11}$ 88; et tot uncie sunt in radice de $\frac{2}{3}$ unius perticę. Similiter si uis habere in minutis et secundis radicem de $\frac{4}{5}$ unius gradus, accipe $\frac{4}{5}$ ex secundis unius gradus, scilicet ex .3600, erunt 2880; que multiplica per .3600., erunt quarta 10368000.; quorum radix dabit tibi secunda, que sunt in radice de $\frac{4}{5}$.

Aliter uolumus inuenire radicem de $\frac{2}{3}$ unius perticę; quia ex multiplicatione pedix (*sic*) in pede egreditur denarius. Icirco fac denarios de $\frac{2}{3}$ unius pertice, erunt denari .24.; quibus inuenias radicem, exibunt pedes .4., et remanent .8.; ex quibus fac octauadecimas unius denarij, erunt .144.; quas diuide per duplum radicis inuentę, scilicet per .8., egredientur uncie .16., et remanent $\frac{16}{18}$: quos multiplica per 18, erunt $\frac{288}{324}$; ex quibus extrahe multiplicationem de unceis .16. in se, scilicet $\frac{256}{324}$, remanebunt $\frac{8}{81}$ unius denarij; quibus diuisis per duplum radicis inuentę, egredietur circa $\frac{2}{11}$ unius uncię. Vel aliter: accipe radicem de denarijs 24., erit pedum (*sic*) .5., et deest tibi denarius .1.; ex quo fac octauadecimas, erunt .18.; quas diuide per duplum radicis inuenctę, scilicet per .10., exibit uncia $\frac{4}{5}$ 1; quibus extractis de pedibus .5., remanent pedes .4., et uncie $\frac{1}{5}$ 16.

Incipit distinctio tertia
in mensuratione omnium camporum.

Hanc itaque distinctionem in quinque partes diuidere decreui. In prima quarum mensurabimus triangulos. In secunda quadrilateros. In tertia multilateros, qui ex rectis lineis constant. In quarta circulos, et eorum portiones, et obliquas figuras insuper, et commixtas ex rectis et curuis lineis. In quinta mensurabimus ipsos campos, qui in ascensione montium iacent. |

fol. 18 verso. *Incipit pars prima tertię distinctionis de mensuratione triangulorum.*

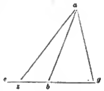
Campi qui trianguli uel trilateri sunt, alij orthogonij, scilicet rectianguli; alij oxigonij, scilicet acutianguli; alij quoque ampligonij appellantur: et hec nomina recipiunt ab angulis. Orthogonium quidem trigonum est, quod habet unum ex tribus angulis rectum. Reliqui uero duo anguli uni recto sunt equales. Oxigonium quoque trigonum est, quod omnes tres angulos acutos habet. Ampligonium autem est, quod unum ex tribus angulis habet maiorem recto. Recipiunt quidem trianguli nomina a lateribus, ex quibus quidam ysopleuri, idest equilateri; quidam uero ysocheli, idest equicrurij; et quidam diuersilateri, qui scaleni appellantur. Equilateri quidem sunt, quorum omnia tria latera sibi inuicem equantur. Equicrurij autem sunt, qui duo latera sibi inuicem equalia habent. Diuersilateri quippe sunt, qui omnia tria latera habent inequalia. Et notandum, quia in omni triangulo tres catheti, scilicet perpendiculares, exigi possunt. Ex quibus unaqueque cadit a quolibet angulorum super latus subtendens, uel recipiens ipsum angulum.

In orthogonijs autem trigonis una perpendicularium cadit infra trigonum; et est illa que producitur ab angulo recto super latus subtendens ipsum angulum. Relique quidem perpendiculares sunt duo latera continentia angulum rectum. In oxigonijs autem trigonis omnes tres perpendiculares cadunt interius. In ampligonijs namque due cadunt exterius, et alia interius. *Colligitur quippe embadum, scilicet area omnium trian-*

gulorum ex multiplicatione dimidij cathetus in totam basem, uel ex multiplicatione medietatis basis in totam perpendicularem; que cum demonstrationibus ostendere procurabo. Si in trigono ab angulo, qui non sit minor alicui reliquorum angulorum, cathetus supra latus subtendens ipsum angulum erigatur, infra trigonum cadet. Si in trigono *.abg.* sit angulus *.bag.* non minor angulo *.abg.* uel *.bga.*; dico, si a puncto *.a.* super rectam *.bg.* cathetus erigatur, infra trigonum *.abg.* cadet.

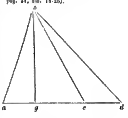
Non enim; sed si possibile est, cadat extra trigonum a latere *.b.*; et ducatur itaque *.gb.* in directo in infinitum super punctum *.e.*; et protrahatur super *.ge.* recta cathetus *.az.*; eritque trigonum *.azb.* orthogonium habens angulum, qui sub *.azb.* rectum: et quoniam in trigono *.azb.* unum latus eductum est extra trigonum, scilicet *.zb.* in *bg.* Exterior quidem angulus, qui sub *.abg.* maiorem opposito et interiori, qui sub *.azb.*: rectus quidem, qui sub *.azb.*; maior ergo recto, qui sub *.abg.* Sed qui sub *.bag.* non minor est eo, qui sub *.abg.*; maior enim recto, qui sub *.abg.* Similiter et qui sub *.bag.* maior est recto. In trigono quidem *.abg.* sunt duo anguli duobus rectis maiores; quod est impossibile. Cum omnes tres anguli cuiuslibet trigoni duobus rectis sint equales, vt ait euclides 32.ª primi: non ergo cathetus ab *.a.* super latus *.bg.* ducta extra trigonum cadet ex parte *.b.* Similiter ostendetur, neque extra ex parte *.g.* intus enim cadet; quod oportebat | ostendere. Ex hoc enim comprehenditur, quod in oxigonio trigono ab angulo minore existente in ipso, et in ortogonio ab angulo recto, et in ampligonio ab angulo obtuso; si cathetus supra latera subtendentia ipsos angulos erigatur, infra ipsa trigona cadet. Demonstremus itaque, qualiter in orthogonio trigono latera continentia angulum rectum sit cathetus in ipso. Adiaceat quidem trigonum orthogonium *.bgd.* rectum habens angulum, qui sub *.bgd.* Dico, rectam *.bg.* perpendicularem esse super *.gd.* rectam, et *.dg.* super *.bg.*: protrahatur recta *.gd.* in directo ad punctum *.a.*; et quoniam super rectam *.ad.* stat recta *.bg.*, facit circa se duos angulos, aut rectos, aut duobus rectis equales. Rectus quidem, qui sub *.bgd.* rectus manet, qui sub *.bga.* Quare *.bg.* cathetus est super *.ad.* Similiter si protrahatur recta *.bg.*, ostendetur, rectam *dg.* esse cathetum super *.bg.* Dico iterum: a puncto *.b.* alia cathetus cadere non posse super rectam *.ad.* preter cathetum *.bg.* Sed si possibile est; esto *.ba.* cathetus super *.ad.*, erit tunc in trigono *.bag.* duo angulj rectj; quod est inconueniens. Similiter si fecerimus eam cadere inter *.g.d.* super punctum *.e.*, erit in triangulo *.abe.* duo anguli recti, qui sub *.bge.*, et qui sub *.geb.*; quod est impossibile: non enim super rectam *.ad.* cathetus cadit preter *.bg.* Similiter ostendetur, nec a puncto *.d.* super *.bg.* cathetum cadere posse preter *.dg.*; quod oportebat ostendere. Si in oxogonio trigono ab angulo minore existente in ipso super latus subtendens ipsum angulum cathetus trahatur, infra trigonum cadet. Exempli causa: sit oxogonium trigonum *.abg.* minorem habens angulum, qui sub *.bag.* Dico; si ab *.a.* erigatur cathetus super rectam *.bg.*, infra trigonum cadet. Non enim; sed si possibile est cadat exterius super *.d.* punctum. Et quoniam recta *.ad.* cathetus est super rectam *.dbg.*, rectus est angulus, qui sub *.adb.* Sed angulus qui sub *.abg.*, qui est extra trigonum *.adb.*, maior est interiori sibi opposito, qui sub *.adb.* Sed qui sub *.adb.* est rectus; quare angulus, qui sub *.abg.* maior est recto; quod est inconueniens, cum acutiangulum sit trigonum *.abg.*: non enim cadit cathetus áb *.a.* extra trigonum *.abg.*: intus enim cadit; quod oportebat ostendere.

¹ .gb. in directo .... .bag. maior » (fol. 18 *verso*, lin. 25-31 e 32; pag. 31, lin. 8-14).

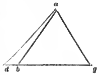


fol. 19 *recto*.

² ostendere. Ex hoc .... rectos, aut » (fol. 19 *recto*, lin. 4-8; pag. 31, lin. 18-26).



³ angulum cathetus .... trigonum .adb. (fol. 19 *recto*, lin. 19-23; pag. 31, lin. 35-40).

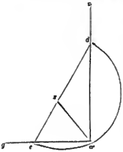


« Dico, si ab .... cathetum posse » (fol. 19 *recto*, lin. 30-35; pag. 32, lin. 1-9).

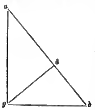


fol. 19 *verso*.

« infra trigonum .... ergo semicirculus » (fol. 19 *verso*, lin. 1-19 e 11; pag. 32, lin. 9-20).



« puncto .g. .... triangulo .agb. » (fol. 19 *verso*, lin. 20 e 21-28; pag. 32, lin. 20-17).



fol. 20 *recto*.

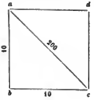
In ampligonio trigono si ab angulo acuto cathetus trahatur super latus subtendens ipsum angulum, extra trigonum cadet. Sit trigonum ampligonium *.bdg.*, amplum habens angulum, qui sub *.bdg.* Dico, si ab angulo *.dbg.* cathetus ducatur super *.gd.* rectam, extra trigonum *.bdg.* cadet. Non enim; sed si possibile est, cadat inter *.dg.* ad punctum *.a.* Et quoniam *.ba.* cathetus est super rectam *.gd.*; angulus quidem, qui sub *.bad.*, rectus est. Est enim maior recto, qui sub *.bda.* Quare in trigono *.bda.* sunt duo anguli duobus rectis maiores; quod est inpossibile. Non enim a puncto *.b.* super *.gd.* cathetus infra trigonum *bdg.* cadit. Similiter ostendetur, nec a puncto *.g.* super lineam *.bd.* cathetum posse | infra trigonum *.bgd.*: exterius enim cadunt; quod oportebat ostendere. Si in duabus lineis angulum continentibus recta aliqua inciderit; et in medio ipsius summatur punctus; et á puncto ad angulum protrahatur recta; si ipsa recta equalis fuerit linee iacentis á dicto puncto usque ad unam linearum continentium angulum, tunc angulus ille rectus erit. Exempli causa: sint due linee *.ab.* et *bg.* continentes angulum *.abg.*; et in eis incidit recta recta (*sic*) *.de.*; in medio cuius accipiatur punctus *.z.*, protrahatur *.zb.* Dico quoniam si *.zb.* recta equalis est recte *ze.* uel *zd.*, quod angulus *.abg.* est rectus. Quoniam tres linee, que sunt *.zb.* et *zd.* et *ze.* sibi inuicem equales sunt; si a puncto *.z.* spatio unius ipsarum circulus circinabitur, nimirum per puncta *.d.b.e.* ueniet; infra quem circulum coaptata est quedam recta *.de.*, infra quam est centrum circulj; ideo recta *.de.* est dyameter illius circulj; á quo dyametro comprehensus est arcus *.d.b.e.*: ergo semicirculus est *.d.b.e.*, infra quem est angulus *.dbe.* Angulus quidem, qui est in semicirculo, rectus est; ut Euclides in tertio suo libro ostendit. Ex hoc enim manifestum est, quod si recta *.zb.* maior esset quam recta *.zd.* uel *.ze.*; angulus quidem *.dbe.* acutus esset. Si uero minor esset *.zb.* quam *.zd.* uel *.ze.*, obtusus esset angulus *.abg.*

In orthogonio quidem trigono quadratus lateris subtendentis angulum rectum equus est duobus quadratis laterum continentium angulum rectum. Sit trigonum orthogonium *abg.* rectum habens angulum, qui sub *.agb.* Dico quoniam quadratum linee *.ab.* equalem esse duobus quadratis linearum *.ag.* et *.gb.*: protraham super rectam *.ab.* a puncto *.g.* cathetum *.gd.*; eritque trigonum *.abg.* diuisum in duobus trigonis orthogonijs, que sunt *.gdb.* et *gda.*; et sunt sibi inuicem similia et toti, ut Euclides in sexto libro demonstrauit. Et quoniam simile est trigonum *.gdb.* trigono *.agb.*, circa comunem augulum *.b.* habent latera proportionalia. Est enim sicut *.db.* ad *.bg* ex trigono *.dbg.*, ita *.gb.* ex trigono *.bag.* est ad lineam *.ab.* Quare multiplicatio *.db.* in *.ba.* equa est quadrato linee *.bg.* Rursus quoniam simile est trigonum *.gda.* trigono *.agb.*, circa comunem angulum ipsorum *.a.* latera habent proportionalia. Est ergo sicut recta *.da.* ad *.ag.* ex triangulo *.gda.*, ita recta *.ga.* ex triangulo *.agb.* est ad rectam *.ab.* Quare *.ad.* in *.ab.* equatur quadrato linee *.ag.* Demonstratum quidem est et *.db.* in *.ba.* equari quadrato linee *.gb.* Quare multiplicatio *.db.* in *.ba.* cum multiplicatione linee *.ad.* in *.ab.* equatur duobus quadratis linearum *.bg.* et *.ga.* Sed multiplicatio *.db.* in *.ab.* cum *.da.* in *.ab.* equa est quadrato linee *.ab.*; ergo quadratus linee *.ab.* equatur duobus quadratis linearum *.bg.* et *.ga.*; quod oportebat ostendere. Iis itaque demonstratis, qualiter trigona mensurentur, demonstramus. Sed notandum primum, quod ex trigonis orthogonijs ampligonijs alia | sunt equicruria,

alia diuersilatera. Oxigoniorum quidem, alia sunt equilatera, alia equicruria, alia uero diuersilatera. Vnde, ut doctrinam mensurandi omnia genera trigonorum perfecte habeamus, hanc partem, scilicet primam huius tertie distinctionis, in tres differentias diuidimus. In prima quarum mensurabimus trigona orthogonia : in secunda oxigonia : in tertia ampligonia.

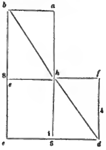
Incipit differentia prima.

1 *dimidium alterius* .... et orthogonium, a (fol. 20 *recto*, lin. 6, 7-13; pag. 33, lin. 8-15).



AREA *omnium trigonorum orthogoniorum colligitur ex multiplicatione unius lateris in dimidium alterius continentibus angulum rectum.* Exempli causa : Sit trigonum orthogonium et equicrurium *.abc.* habens in singulis lateribus *.ab.* et *.bc.* perticas .10.; latus quoque *.ac.* sit radix de perticis .200.; multiplicabis dimidium lateris *.ab.* in totum latus *.bc.*, uel e conuerso, scilicet .5 per .10.; et sic reddet pro area totius trigoni perticas .50. superficiales: et hoc probabitur, si á puncto *.a.* super lineam *.ba.*, secundum rectum angulum, lineam *.ad.* equalem linee *.bc.* protraxeris; et copulaneris lineam *.dc.*, que erit equalis linee *.ab.* Ideo quia quadrilaterum est *.abcd.* equilaterum, et orthogonium, ex quo trigonum *.abc.* dimidium continere in suprascripta figura aperte declaratur: totum ergo quadratum *.abcd.* est perticarum .100., que colliguntur ex multiplicatione de .10. in .10., scilicet ex uno latere in se ipso: quare trigonum *.abc.* cum sit dimidium ipsius quadrati, perticas 50 continere necesse est. Item est trigonum orthogonium diuersilaterum *.bcd.*, cuius latus *.bc.* est perticarum .6.; latus quoque *.cd.* est perticarum 8.; latus uero *.bd.* perticarum .10.; et angulus rectus est, qui ad *.c.* Quare multiplicabis dimidium *.bc.* per totam *.cd.*, hoc est .4. per .6.; uel dimidium *.cd.* in totam *.cb.*, scilicet .3. per .8., et habebis perticas .24. pro area trigoni *.bcd.*; quod esse uerum cognoscitur suprascripti trigonj doctrina: uel aliter diuidatur *.bc.* in duo equalia supra punctum *.e.*; et á puncto *.e.* equidistans et equalis linee *.cd.* protrahatur linea *.ef.*; et copuletur *.df.* Et quoniam linea *.cd.* equidistans est et equalis linee *.df.*, erit linea *.fd.* equalis, et equidistans linee *.ce.*, ut in geometria aperte declaratur. Quare linea *.df.* est pertice .4., et est equalis linee *.eb.*; et *.bh.* est equalis *.hd.*; et angulus *.ebh.* angulo *.hdf.* est equalis: unde recta *.eh.* recte *.hf.* equatur. Quare trigonum *.hfd.* equalis trigono *.beh.*: totum ergo trigonum *.bcd.* equalis est quadrilatero *.ecfd.* orthogonio, quod continetur ex multiplicatione linee *.ec.* in lineam *.cd.*, scilicet de 4 in 6. Quare trigonum *.bcd.* continetur ex multiplicatione dimidj *.bc.*, scilicet ex *.ec.* in *.cd.*, ut prediximus.

2 uero *.b.d.* .... quod con|tinetur a (fol. 20 *recto*, lin. 19-28; pag. 33, lin. 20-30).



SImiliter ostendetur, si á puncto *.i.*, scilicet dimidio *.cd.*, protrahatur linea *.ia.* equidistans et equalis linee *.cb.*; et copuletur recta *.ba.*; et erit triangulus *.abh.* equalis triangulo *.hid.*: communiter si addatur quadrilaterum *.bcih.*, erit totum quadrilaterum *.abci.* equale triangulo *.bcd.*; cuius quadrilateri area habetur ex *.ic.* in *.cb.*, hoc est de .3. in .8., ut supradiximus. Nam si latus *.bd.* per reliqua latera | inuenire uolueris, multiplica latus *.bc.* in se, scilicet per 8., erunt .64.; cui superadde multiplicationem lateris *.cd.* in se, scilicet .36., erunt .100.; cuius radix, que est .10., est longitudo *.bd.* ypotenuse. Sit ypotenusa *.bd.* pertice .10., et basis *.cd.* pertice .6.; et queratur longitudo catheti *.bc.*; multiplicabis ypotenusam in se, scilicet .10 per 10., erunt .100.; de quibus tolle multiplicationem basis in se, scilicet .36., remanent 64.; quorum radix, scilicet .8., est longitudo catheti *.bc.* Item ypotenusa sit .10., et cathetus sit .8.;

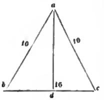
fol. 20 *verso*

et ingnoraueris basem *.cd.* Ex tetragono quidem *.bd.*, scilicet de .100., extrahe tetragonum *.bc.*, scilicet .64., remanent .36.; quorum radix, scilicet .6., est latus *.cd.*

Incipit Differentia secunda.

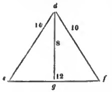
Omnium trigonorum oxigoniorum area colligitur ex multiplicatione catheti in dimidium basis, uel ex multiplicatione basis in dimidium catheti. Ad cuius rei euidentiam sit trigonum acutiangulum, et equilaterum *.abc.* habens in singulis lateribus perticas. 10.: protrahatur super rectam *.bc.* cathetus *.ad.*; quoniam *.ad.* cathetus est super rectam *.bc.*, equalis est uterque angulorum, qui ad *.d.*: ergo orthogonia sunt trigona *.adb.* et *.adc.*: et quoniam equalis est linea linea (*sic*) *.ab.* linee *.ac.*; et linea *.ad.* comunis est utrique triangulo; basis ergo *.bd.* basi *.bc.* equalis erit; et trigonum *.adb.* triguno *.adc.* equale erit. Et quoniam orthogonium est trigonum *.adb.*, area ipsius colligitur ex multiplicatione catheti *.ad.* in dimidium basis *.bd.* , scilicet in $\frac{1}{2}$ 2. Similiter quoniam orthogonium est trigunum *.adc.*, area ipsius colligitur ex multiplicatione catheti *.ad.* in dimidium basis *.dc.*; quare area totius *.abc.* triguni colligitur ex multiplicatiune catheti *.ad.* in dimidium basis *.bc.*, ut supra diximus.

* protra[hatur super .... area totius .abc. » (fol. 20 *verso*, lin. 11, 12-18; pag. 34, lin. 7-11).



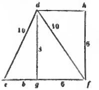
Eisdem uero dispositis ostendetur, quod area *.abc.* trigonj colligitur ex multiplicatione totius basis *.bc.* in dimidium catheti *.ad.* Nam si longitudinem catheti *.ad.* scire desideras, tetragonum linee *.bd.*, hoc est multiplicationem ipsius, uel potentiam extrahe ex putentia totius linee *.ab.*, scilicet .25., de .100., remanebunt .75.; cuius numeri radix, scilicet parum minus de perticis $\frac{2}{3}$ 8., est longitudo catheti *.ad.*: quibus perticis $\frac{2}{3}$ 8. multiplicatis per medietatem basis *.bc.*, scilicet per .5., reddunt parum minus de perticis $\frac{1}{3}$ 43. pro area totius trigoni *.abc.* Similiter multiplicatio totius basis, scilicet .10., in dimidio catheti, qui est parum minus de perticis $\frac{1}{3}$ 4., facit fere de perticis $\frac{1}{3}$ 43.; uel *.bd.* per *.ad.*, hoc est .5. per radicem de .75. multiplica, et habebis radicem de .1875. pro embado trianguli *.abc.*; que radix est secundum propinquitatem $\frac{1}{3}$ 43., minus $\frac{1}{36}$. Et si embadum suprascripti triangulj aliter inuenire uis ex quadrato unius laterum, scilicet de .100. tertiam et decimam partem accipe; et quod prouenerit, erit embadum secundum propinquitatem. Est enim proportio areę cuiuscumque trianguli equilateris ad quadratum sui lateris parum minus de proportione, quam habent .13. ad .30. Item sit equicrurium trigonum et acutiangulum *.def.*, habens latera *.de.* et *.df.* equalia; quorum unumquodque sit pertice .10.; latus quoque *.ef.* sit pertice .12.: inter equalia quidem crura ipsius, scilicet super basem *.ef.* cathetus protrahenda est; ideo quia cadit super dimidium *.ef.* ; et protractę | cathetj *.dg.* studeas lungitudinem inuenire; uidelicet extrahere potentiam *.eg.* ex potentia lateris *.de.*, scilicet .36. de .100., remanent .64.; qui numerus est potentia catheti *.dg.*: quare *.dg.* est perticarum .8., scilicet radix de .64.: similiter .8. multiplicatis per dimidium basis *.ef.*, scilicet in .6.; uel tota base in dimidio catheti, scilicet .12. per .4., ueniunt pertice .48. pro area totius trigoni *.def.* Nam cum multiplicatur cathetus in dimidium basis, tunc constituitur ex ipso triangulo quadrilaterum longum, habens in longitudinem perticas .8., scilicet quantitatem catheti, et in latitudinem perticas .6., scilicet dimidium basis. Verbi gratia : describatur iterum trigonum *.def.*; et á puncto *.d.* protrahatur linea *.dh.*, equidistans et equalis linee *.gf.*, hoc est equalis linee *.ge.*; et copuletur recta *.hf.*, que erit equalis catheto *.dg.*

* embadum secundum .... et protracte » (fol. 20 *verso*, lin. 31-35; pag. 34, 27-33).



fol. 21 *recto*.

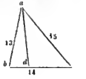
* radix de .64., ... trigonum .*def.* » (fol. 21 *recto*, lin. 2-7; pag. 34, lin. 33-41).



Quare quadrilaterum *.dgfh.* equale est trigono *.def.* Nam quadrilaterum *.dgfh.*

constat ex multiplicatione catheti .*dg*. in .*gf*., scilicet indimidio .*ef*. Item sit trigonum diuersilaterum et acutiangulum .*abc*.; cuius latus .*ab*. sit pertice .13.; latus .*ac*. sit pertice .15;. basis .*bc*. sit pertice .14. In hoc enim triangulo cathetus inueniri non potest, donec primum inueniatur casus supra basem, in quo perpendicularis, scilicet cathetus, cadat; qui casus tribus modis inueniri potest. Primus quidem modus est, ut potentia unius lateris cum potentia basis iungas; et ex eorum summa extrahes potentiam alterius lateris; residuique dimidium per longitudinem basis diuide; et quod ex diuisione prouenerit, erit casus ab illa parte, á qua coniungitur potentia lateris cum potentia basis. Vt in trigono suprascripto, cuius potentia basis, scilicet de .14. in se ipso, est .196.; que addita cum potentia lateris .*ab*., scilicet cum multiplicatione de .13. in se, que est .169., faciunt .365.: de quibus extracta potentia lateris .*ac*., scilicet .225., remanent .140.; quorum dimidium, scilicet .70., per basem, scilicet per .14., diuide, exibunt .5., que sunt casus á latere .*ab*., scilicet quantitas .*bd*.: reliquum uero .*dc*. erit pertice .9., scilicet differentia, que est a .5. usque in .14.

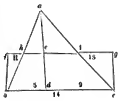
« constat ex multiplicatione .... scilicet cathetus » (fol. 21 recto, lin. 11-14, pag. 35, lin. 1-5).



Item potentia lateris .*ac*., scilicet .225., addita cum potentia basis .*cb*., scilicet cum .196., facient .421.; de quibus extracta potentia lateris .*ab*., scilicet .169., remanent .252.; quorum dimidium, scilicet .126., diuisum per basem, reddunt .9. pro casu .*cd*. Modus alius est, ut addas perticas utriusque ypotenusę, ut in hoc trigono .13. cum .15. erunt .28.; quas diuide per .2., erunt .14.; quas multiplica per differentiam, que est ab una ypotenusarum usque in ipsis .14., scilicet per .1., erunt .14.; quas diuide per dimidium basis, scilicet per .7., exibunt .2.; quas adde super dimidium basis, erunt .9.; que sunt maior casus á latere maioris ypotenusę .*ac*. Similiter extractis ipsis .2. ex ipsis .7., relinquetur minor casus .*bd*. perticarum .5., ut per primum modum inuentum est. Tertius modus est, ut per potentiam minoris ypotenusę de potentia maioris extrahe, scilicet .169. de .225.; residuum uero, scilicet .56. per basem, scilicet per .14. diuide, exibunt .4. que adde cum base, erunt .18. quorum dimidium, scilicet .9., est maior casus: uel .4. extrahe de base, remanent .10.; quorum dimidium, scilicet .5., est minor casus. Et hic| uidetur mihi actior reliquis. Inuencto itaque casu, si perpendicularem .*ad*. inuenire uolueris, extrahe potentiam minoris casus, scilicet .25., de potentia lateris .*ab*., scilicet de .169., remanebunt .144.; quorum radix, scilicet .12., est cathetus .*ad*.: uel potentiam maioris casus, scilicet multiplicationem de .9. in se ipso, scilicet .81., extrahe de potentia .*ac*., scilicet de .225., remanebunt similiter .144. pro potentia catheti .*ad*.: quare cathetus .*ad*. est .12., ut prediximus. Multiplicatio quidem catheti in dimidium basis, uel e conuerso, reddit perticas .84. pro area totius trigoni .*abc*. In suprascripto quidem trigono equicrurio ostendimus, ipsum equalem esse ei quadrilatero rectiangulo, qui habet in longitudine quantitatem catheti eiusdem trigoni, et in latitudine quantitatem dimidij suę basis. *In hoc uero uolumus demonstrare, qualiter* trigona equiparantur ipsis quadrilateribus rectiangulis, qui habent in longitudine quantitatem totius basis trigonorum, et in latitudine quantitatem dimidij catheti: diuidatur cathetus .*ad*. in duo equalia supra punctum .*e*., ut in hac alia cernitur formula; et per punctum .*e*. linea trahatur .*fg*., que sit equalis, et equidistans linee .*bc*.; et copulentur recte .*fb*. et .*gc*., que erunt equales et equidistantes sibi inuicem; propter quod recta .*fg*. est equidistans et equalis linee .*bc*.: et quoniam cathetus .*ad*. in duo equalia diuisus est secundum punctum .*e*.; et per punctum

fol. 21 verso.

« quantitatem dimidij . . . . erunt equales » (fol. 21 verso, lin. 10-15 e 16; pag. 35, lin. 36-41).

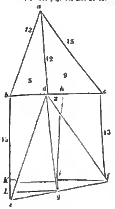


.*e*. protracta est basis .*bc*. equidistans rectę .*fg*., que secat rectas .*ab*. et .*ac*. in duo equalia in punctis .*h*. et .*I*., secundum quod in geometria declaratur; et anguli, ad .*e*. recti erunt, sicut sunt anguli, qui ad .*d*.: quare anguli .*f*. et .*g*. rectj sunt: ideo si scindatur recta .*ae*. ab .*a*. in .*e*., et recta .*eh*. ab .*e*. in .*h*.; et ponatur trigonum .*aeh*. super trigonum .*bfh*., recta .*ae*. super rectam .*fb*. cadet: ideo quia recta .*fb*. equalis est recte .*ed*., que est equalis recte .*ea*.; et recta .*eh*. super rectam .*hf*.; et recta .*ah*. super rectam .*hb*.; et angulus .*f*. equalis erit angulo .*aef*. Quare angulus .*f*. rectus est: propter eadem ergo rectus angulus qui ad .*g*., et trigonum .*cig*. equale est trigono .*aei*.: totum ergo .*abc*. trigonum quadrilatero .*fbcg*. equale est, quod habet in uno latere quantitatem basis; in alio quantitatem dimidij catheti, ut oportebat ostendere. Nec pretermictendum est, quod in quadrilatero .*fbcg*. angulus, qui sub .*bcg*. equalis est angulo, qui ad .*f*.; ideo quia oppositi sunt: quare et angulus .*fbc*. equalis est angulo qui ad .*g*.; que omnia in libro euclidis aperte declarantur, ubi ostenditur, quod omnes figure que habent latera opposita, equalia habebunt similiter et angulos equales: quare angulus .*fbc*. et .*bcg*. recti sunt: orthogonium ergo est quadrilaterum .*fbcg*., ut oportet. In secundo quidem euclidis libro demonstratur, unde procedit prima inuentio casus perpendicularis in oxigonio trigono.

Et nos unde procedit inuentio eiusdem casus, per secundum et tertium modum uo-
fol. 22 *recto* lumus | figuris geometricis demonstrare. Describatur rursus trigonum suprascriptum .*abc*.; et protrahatur in eo cathetus .*ad*.; et per puncta .*bc*. ad rectos angulos protrahantur recte .*eb*. et .*fc*.; et sit recta .*eb*. equalis recte .*ac*., scilicet 15; et recta .*fc*. equalis recte .*ab*., scilicet 13; et copulentur .*fe*. et .*fd*. et .*de*.; et diuidatur recta .*ef*. in duo equa super punctum .*g*.; et à punto .*g*. utrisque rectis .*fc*. et .*eb*. equidistans protrahatur recta .*gh*.; et per punctum .*f*. recte, et equidistans .*bc*. protrahatur recta .*fik*.

Rursus per punctum .*g*. rectis .*cb*. et .*fik*. equidistans protrahatur recta .*gl*.; et quoniam orthogonia sunt trigona .*adc*. et .*adb*. rectos habentia angulos, qui sub .*adc*. et .*adb*.; potentia quidem lateris .*ac*. equatur duobus potentijs linearum .*ad*. et .*dc*.; et potentia linee .*ab*. equatur duobus potentijs linearum .*ad*. et .*db*. Quare si comuniter auferatur potentia linee .*ad*., poterit potentia maioris casus .*dc*. plus potentia minoris .*db*., quantum potest potentia linee .*ac*. plus potentia linee .*ab*.

« comu|niter auferatur .... et opposito, qui » (fol. 22 *recto*, lin 9, 10-23; pag. 36, lin. 29-42.



Quare potentie linearum .*ab*. et .*dc*. equantur potentijs linearum .*ac*. et .*db*. Sed recta .*fc*. equalis est recte .*ab*., et recta .*eb*. recte .*ac*. Quare potentia linearum .*fc*. et .*cd*. equatur potentie linearum .*eb*. et .*bd*. Sed potentie linearum .*fc*. et .*cd*. equa est potentia linee .*fd*. cum angulus .*fcd*. sit rectus. Simili quoque modo potentia linee .*de*. equatur potentie linearum .*eb*. et .*bd*.: quare linee .*fd*. et .*de*. sibi inuicem sunt equales. Equicrurium ergo est trigonum .*fde*. Et quoniam basis .*ef*. in duo equa diuisa est super punctum .*g*.; linea quidem .*dg*. cathetus est super lineam .*ef*.: quare rectus est uterque angulus, qui sub .*dge*. et .*dgf*. Rursus quoniam recta .*gh*. equidistans est recte .*fc*.; et in eis incidit recta .*cb*.; anguli quoque qui sub .*fch*. et .*ghc*. duobus rectis sunt equales. Sed qui sub .*fch*. rectus est; quare qui sub .*ghc*. rectus erit; exterior angulus qui sub .*ghd*. est rectus; quia equalis est interiori et opposito, qui sub .*fch*.: cathetus ergo est linea .*gh*. super rectam .*bc*. Item quoniam per punctum .*f*. protracta est linea .*fik*. equidistans linee .*cb*.; et linea .*be*.

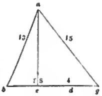
est equidistans linee .*fc*.; paralilogramum ergo est quadrilaterum .*kbcf*. Quare opposita latera sibi inuicem sunt equalia: equalis ergo est recta .*fk*. recte .*bc*., et recta .*bk*. recte .*cf*. Ergo .*bk*. est 13, remanet .*ke*. 2. Nam recta .*ih*. equalis est utrique rectarum .*fc*. et .*kb*.

Paralilogramina enim sunt quadrilatera .*kbhi*. et .*ihcf*. Ergo recta .*hi*. est 13. Item quoniam in equidistantibus .*eb*. et .*gh*. recta incidit .*ef*., exterior angulus, qui sub .*fgi*. equalis est opposito interiori, qui sub .*gel*. Et angulus quidem qui sub .*fig*. equalis est .*ei*., qui sub .*gle*.: est enim uterque rectus. Reliquus qui sub .*gfi*. reliquo, qui sub .*egl*. est equalis; et recta .*fg*. recte .*ge*. est equalis. Quare reliqua latera reliquis lateribus equalia erunt, que equales angulos subtendunt: latus quippe .*gi*. lateri .*el*. est equale; et latus .*fi*. lateri .*gl*. est similiter | equale. Sed recta .*gl*. recte .*ik*. est equalis; quia paralilogramum est quadrilaterum .*lkig*. Ergo recta .*fi*. equalis est recte .*ik*.; quare recta .*ch*. equa est recte .*hb*.: diuisa est ergo basis .*bc*. in duo equa super punctum .*h*.; quare .*ch*. est .7. Item quia paralilogramum est quadrilaterum .*lkig*.; equalis est recta .*lk*. recte .*ig*. Sed recta .*ig*. demonstrata est esse equalis recte .*le*.; quare et .*kl*. equa est recte .*le*. Sed tota .*ke*. est .2.; ergo unaqueque rectarum .*kl*. et .*le*. et .*ig*. est .1.: vnde tota .*hg*. est .14. Rursus quoniam rectus est angulus .*dgf*., duo quidem angulj qui sunt .*dgh*. et .*hgf*. uni recto sunt equales. Similiter quoniam orthogonium est trigunum .*gif*. habens rectum angulum, qui sub .*gif*.; reliqui duo anguli qui sub .*igf*. et .*gfi*. uni recto sunt equales; ergo anguli .*dgh*. et .*hgf*. sunt equales angulis .*hgf*. et .*gfi*. Quare si cumuniter auferatur angulus .*hgf*., remanebit angulus .*dgh*. equalis angulo .*gfi*. Nam et angulus .*gif*. angulo .*ghd*. est equalis. Reliquus .*igf*. reliquo .*hdg*. est equalis. Simile ergo est trigunum .*fig*. trigono .*ghd*.; quare est sicut .*fi*. ad .*ig*., scilicet sicut .7. est ad unum, ita .*gh*., scilicet .14., est ad .*hd*. Quare multiplicatio .*gi*. in .*gh*. diuisa per .*fi*. reddit .*hd*.; et hoc est quod in secundo modo fecimus. Videlicet addidimus latus .*ab*. cum latere .*ac*., hoc est .*fc*. cum .*eb*., et habuimus .28.; quorum dimidium, scilicet .14., fuit linea .*gh*.; que multiplicauimus per .*ig*., quod est id, in quo .*gh*. recta superhabundat rectam .*fc*., hoc est .*ab*., uel .*gi*. est illud, in quo .*ac*., scilicet .*eb*., superhabundat lineam .*gh*.; ex qua multiplicatione habuimus .14.; que diuisimus per dimidium basis .*bc*., scilicet per .*ch*., hoc est per .*fi*.; quarum unaqueque est .7., et habuimus .2. pro quantitate .*hd*; que addidimus dimidio basis, scilicet .*ch*., que est .7., et habuimus .9. pro .*cd*. recta, que est maior casus; uel extraximus .*hd*. ex .*hb*., scilicet .2. de .7., remanserunt nobis .5. pro minore casu .*db*.; quod oportebat ostendere.

fol. 22 verso.

modus tertius.

Adiaceat iterum supradictum trigonum .*abg*., cuius latus .*ab*. sit .13.; latus quoque .*ag*. sit .15.; basis quidem .*bg*. sit .14.; et protrahatur super .*bg*. cathetus .*ac*., et quoniam maior est latus .*ag*. quam .*ab*., maior est casus .*gc*. quam .*cb*.: quare ex .*cg*. auferatur .*cd*., que sit equalis recte .*cb*., et erit recta .*bd*. diuisa in duo equa super punctum .*c*.; cui recte .*bd*. in directo addita est .*dg*. Quare multiplicatio .*dg*. in .*bg*. cum quadrato linee .*cd*., uel .*cb*. equatur quadrato linee .*cg*. Quare quadratus linee .*cg*., scilicet maioris casus, superhabundat quadrato linee .*bc*., scilicet minoris casus



* Adiaceat iterum . . . quantitate multiplicationis » (fol. 22 verso, lin. 23-29 e 30; pag. 37, lin. 31-42 — pag. 38, lin. 1)

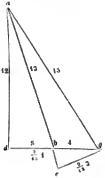
in quantitate multiplicationis linee *.dg.* in lineam *.bg.* Sed ostensum est superius in alia figura, quod superhabundantia quadrati casus *.cg.* ad quadratum casus *.cb.* est sicut superhabundantia quadrati lateris *.ag.* ad quadratum lateris *.ab.* Quare superhabundantia quadrati lateris *.ag.* ad quadratum lateris *.ab.* est sicut multiplicatio recte *.dg.* in rectam *.bg.* Sed quadratum lateris *.ag.*, scilicet .225., superhabundat potentiam lateris *.ab.*, scilicet .169. in .56.; quare multiplicatio *.dg.* in *.bg.* surgit in .56. Sed *.bg.* est .14.; in quibus diuisis | .56., reddunt .4. pro quantitate linee *.dg.*; quibus .4. extractis ex base *.bg.*, scilicet de .14., remanet linea *.bd.* 10.; quorum dimidium, scilicet .5., erunt in minori casu *.bc.*; quod oportebat ostendere.

fol. 23 recto.

Incipit differentia tertia.

SI autem trigonum ampligonium, et equicrurium fuerit, protrahes cathetum in ipso super latus maius; et operaberis secundum quod superius in trigono acutiangulo et equicrurio diximus. Sed si trigonum ampligonium diuersilaterum fuerit, vt trigonum *.abg.*, cuius latus *.ab.* sit pertice 13; et latus *.bg.* pertice 4; latus quoque *.ag.* pertice .15.; si ab angulo *.b.* obtuso cathetum protrahere uolueris super maius latus, scilicet super *.ag.*, infra triangulum cadet. Casum itaque seu cathetum, nec non et embadum ipsius inuenies, secundum quod docuimus in triangulo acutiangulo diuersilatero. Sed si ab angulo *.a.*, uel ab angulo *.g.* cathetos protrahere uolueris, extra triangulum cadent.

* inuenies, secundum . . . . 144.; cuius * (fol. 23 recto, lin. 9, 10-20, pag. 38, lin. 17-27).



Quare qualiter casus ipsorum extra bases reperiantur, indicare necesse est. Ex potentia maioris lateris, que est .225., extrahes potentiam reliquorum duorum laterum; quorum potentia *.ab.* est .169., et potentia *.bg.* est .16., remanebunt .40.; quorum dimidium, scilicet .20., si per basem *.bg.* diuiseris, scilicet per .4., exibunt .5. pro quantitate casus *.bd.*, super quem cathetus *.ad.* erigitur. Et si eadem .20. per basem *.ab.*, scilicet per .13., diuiseris, habebis pro casu *.be.* perticam $\frac{7}{13}$ 1., super quem cathetus *.ge.* eleuatur. Deinde si potentiam *.db.*, que est .25., ex potentia *.ab.*, que est .169., extraxeris; uel si potentiam *.dg.*, que est .81., ex potentia *.ag.* dempseris, remanebunt pro potentia catheti *.ad.* 144.; cuius radix, scilicet .12., est longitudo catheti *.ad.*: quam si in dimidium sue basis, scilicet in .2., multiplicaueris, reddent perticas .24. pro area trigoni *.abg.*: uerbi gratia: trigonum *.adg.* orthogonium est; et colligitur area ipsius ex multiplicatione dimidij catheti *.ad.*, scilicet de .6. in totam basem *.dg.*, scilicet in .9.: quare area trigonj *.adg.* est pertice .54.; ex qua si extraxeris aream trigonj orthogonij *.adb.*, que est .30., que colligitur ex multiplicatione eiusdem dimidij catheti *.ad.* in basim *.db.*, remanebunt pro area trigonij *.abg.* pertice .24.; que colliguntur iterum ex multiplicatione dimidij catheti *.ad.* in basim *.bg.*, uel ex multiplicatione catheti *.ad.* in dimidium basis *.bg.*, ut prediximus. Similiter si multiplicaueris cathetum *.ge.* in dimidium basis *.ba.*, eamdem habebis aream. Cathetum enim *.ge.* inuenies, si extraxeris potentiam linee *.eb.* ex potentia linee *.bg.*, uel potentiam linee *.ea.* ex potentia linee *.ag.* Et est cathetus *.ge.* perticarum $\frac{9}{13}$ 3.; quorum dimidium, scilicet $\frac{11}{13}$ 1., si per basem *.ab.*, scilicet per 13 multiplicauerimus, ad easdem perticas 24 pro embado trigonj *.abg.* ueniemus.

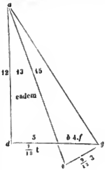
Est enim in secundo Euclidis libro aperte demonstratum, unde procedit modus supradictus in reperiendis casibus perpendicularium, que cadent extra obtusum angulum in ampligonijs trigonis. Possumus quidem per alios duos modos ipsos casus reperire |

fol. 23 verso.

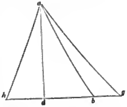
uidelicet per eos, quos demonstrationibus superius demonstrauimus. Et est iste primus modus: adde .13. cum .15., scilicet latus .ab. cum latere .ag., erunt .28.; quorum dimidium, scilicet .14., multiplica per differentiam, que est ab ipsis .14. usque ad unum ex lateribus predictis, scilicet per .1., erunt .14.; que si diuiserimus per .2., scilicet per dimidium basis, egredientur .7.; de quibus demptis .2., scilicet .bf., remanebunt .5. pro casu .bd.: super quibus namque .7., si addiderimus lineam .fg., habebimus .9. pro tota linea .dg. Alius quidem modus est, ut potentiam linee .ab. ex potentia linee .ag. extrahas, scilicet .169. de .225.; residuumque, scilicet .56., per basem .bg. diuidas, scilicet per .4.; et que de ipsa diuisione peruenit, .4., scilicet basem extrahas, remanebunt .10.; quorum dimidium, scilicet .5., est casus .bd. Que euidentissime monstrabuntur, si lineam .gd. protraxerimus in puncto .h.: et sit linea .dh. equalis linee .db.; et copuletur .ah., ut in hac alia cernitur formula. Est enim in trigono .ahg., et infra ipsum trigonum cathetus ducta .ad.; et quoniam recta .hd. equalis est recte .db., et in eis est cathetus .ad., equalis est recta .ah. recte .ab.: ergo recta .ah. est 13, et recta .ag. est .15., et recta .bg. est .4., et recta .bh. est ignota; et est diuisa in duo equa supra punctum .d., cui iacet in directo linea .bg.; et est linea .dg. maior casus; linea quoque .dh. minor in trigono .ahg. Quare potentia linee .dg. superhabundat potentiam linee .dh. in quantitate, in qua superhabundat potentia linee .ag. potentiam linee .ah., scilicet in .56. Sed potentia linee .dg. superhabundat potentiam linee .dh. in multiplicatione .bg. in lineam .gh. Quare .bg. ducta in .gh. facit .56.: quare diuisis .56. per .bg. reddent .14. pro tota linea .hg.; de quibus dempta linea .bg., scilicet .4., nimirum .10. remanebunt pro linea .bh.; quorum dimidium, scilicet .5., est casus .bd., ut superius inuentum est. Nam si super rectam .hg. protraherimus ad rectos angulos lineas .gc. et .hi. Quarum .gc. sit equalis utrique linearum .ab. et .ah.; et linea .hi. equatur linee .ag.; et copuletur .ci.; et expleatur figura, secundum quod fecimus in trigono oxigonio. Inuenies lineam .kl. esse dimidium laterum .ah. et .ag.; et .hl. esse dimidium basis .hg. Quare .dl. est .2, et .lg. remanet ignota; et .mk. est 1., scilicet differentia, que est a linea .kl. ad quamlibet linearum .cg. uel .hi.; et est trigonum .dlk. simile trigono .kmc. Quare est sicut .dl. ad .lk., ita .km. ad .mc. Quare multiplicationem .kl. in .km. diuides per .2., scilicet per .dl., egredientur .7. pro linea .mc., scilicet pro .lg.; quibus additis .2, scilicet .ld., habebis .9. pro linea .gd.; de qua extracta .gb., scilicet .4., remanebunt .5. pro casu .bd., ut oportet. Aliter adiaceat rursus trigonum ampligonium .acb. obtusum habens angulum, qui sub .acb.; et sit .ac. .13., et .ab. 20., et .bc. 11.; et protrahatur extra ipsum cathetus .ag. super lineam .bg.; et á punctis .c. et .b. | ad rectos protrahatur .bd. et .cf., quarum .bd. sit equa linee .ac. et .cf. linee .ab., erit .bd. 13., et .cf. 20.; et copulentur .df. et .fg. et .dg.; et á puncto .e., scilicet á medio linee .df., protrahatur cathetus .eh. super lineam .gb.; et copuletur recta .eg.; et per punctum .d. protrahatur .dk. equidistans linee .bh.: et quoniam orthogonia sunt trigona .agc., et .agb. equatur potentia linee .ac. duobus potentijs linearum .ag. et .gc.; et potentia linee .ab. potentijs linearum .ag. et .gb. Quare potentia linearum .ac. et .gb. equatur potentie linearum .ab. et .gc., hoc est potentia linearum .fc. et .gc. equatur quadratis linearum db. et .bg.: quare recte .dg. et .gf. sibi inuicem sunt equales; et recta .ge. est cathetus super .df.; et per reliqua supradicta ostendetur, .hk. esse .13., scilicet

fol. 24 r.

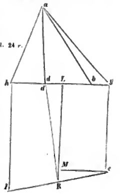
« uidelicet per eos, ... quorum dimidium » (fol. 23 verso, lin. 1-9, pag. 39, lin. 1-10).



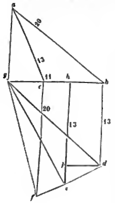
« hac alia cernitur .... superhabundat potentia » (fol. 23 verso, lin. 12-13, pag. 39, lin. 13 13).



« dempta linea .b.g., ... trigonum ampligonium » (fol. 23 verso, lin. 22-23, pag. 39, lin. 21 22).



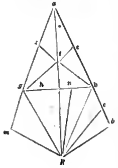
« erit *.h.d.* 13. .... reddet pro area » (fol. 24 *recto*, lin. 2-15; pag. 39, lin. 25-43 — pag. 40, lin. 1-7).



equalem lineę *.db.* et *.ke.* esse superhabundantiam linee *.he.* ad *.bd.*; et trigonum *.ghe.* esse simile trigono *.ekd.* Quare est sicut *.dk.* ad *.ek.*, ita *.eh.* est ad *.hg.* Quare si multiplicatio *.ek.* in *eh.* diuidatur per *.dk.*, scilicet per *.bh.*, que est dimidium linee *.bc.*, exibit linea *.hg.* $\frac{1}{2}$ 10.: ex quibus extracta linea *.ch.*, scilicet $\frac{1}{2}$ 5., remanebit casus *.cg.* .5., ut oportebat ostendere. Quare cathetus *.ag.* erit .12.; cuius dimidium, si per basem *.cg.*, scilicet .6. per .11. multiplicauerimus, nimirum perticas .66. reddet pro area trigoni *.acb.* Nam ut mensurandi doctrina perfecte in hoc libro contineatur; qualiter quodlibet trigonum sine inuestigatione catheti mensurari possit, indicabimus. Trigonj latera in unum coniunge, et dimidium sume accipe eorum; de qua extrahe per ordinem latera trigonj; et multiplica residuum unius lateris per residuum alterius; et sumam multiplica per residuum alterius lateris; quod totum per medietatem trium laterum multiplica; et summe radicem inuenias, que erit area totius trigonj. Verbi gratia: additis in unum lateribus suprascripti trigoni, scilicet .13. et .11. et .20., faciunt .44.; cuius dimidium est .22., a quo maius latus distat perticis .2.; secundum perticis .9.; tertium perticis .11.: multiplicatio quidem residui primi lateris, scilicet .2., in residuo secundi lateris, scilicet in .9., multiplicata per residuum tertij lateris, scilicet per .11., faciunt .198.; quo numero iterum multiplicato per dimidium laterum, scilicet per .22., faciunt .4356.; que sunt potentia areę trigonj, quorum radix est .66., ut pro area ipsius superius inuenimus. AD cuius rei demonstrationem adiaceat trigonum *.abg.*; et diuidantur in duo equa anguli, qui sub *.abg.* et *.agb.* á rectis *.bt.* et *.tg.*; et á puncto *.t.* cathetus protrahantur *.th.* *.te.* et *.tz.*; et copuletur *.at.*: et quoniam rectus est qui sub *.thg.*, et qui sub *.tzg.*, equalis est angulus qui sub *.thg.* angulo qui sub *.tzg.*, nec non et angulus qui sub *.tgh.* angulo, qui sub *.tgz.* est equalis. Quare reliquus qui sub *.gth.* reliquo qui sub *.gtz.* equatur: equianguli enim sunt trianguli *.thg.* et *.tgz.*: et quoniam latus *.gt.* est comune eorum; reliqua quidem latera, que equos angulos subtendent, equalia habebunt; latus quoque *.th.* lateri *.tz.*, et *.hg.* lateri *.gz.* equantur. Similiter ostendetur | rectam *.hb.* recte *.be.*, et rectam *.th.* recte *.te.* esse equales; et trigonum *.thb.* equarj trigono *.teb.*: et quoniam utraque rectarum *.te.* et *.tz.* equales sunt recte *.th.*, et sibi inuicem equalia sunt; ergo equalis est recta *.te.* recte *.tz.*: comunis adiaceat recta *.ta.*; due ergo, que sunt *.et.* et *.ta.*, duabus, que sunt *.at.* et *.tz.*, equantur; et angulus qui sub *.aet.* angulo qui sub *.azt.* est equalis; et latus *.at.* est comune. Quare equiangulum et equilaterum est trigonum *.aet.* trigono *.azt.* Quare latus *.az.* lateri *.ae.* equatur. Et quoniam equalis est recta *.az.* recte *.ae.* Si comune adiaceat eis recta *.eb.*, erit quidem recta *.ab.* equalis duabus rectis, que sunt *.az.* et *.eb.*, hoc est *.az.* et *.bh.* Rursus quoniam recta *.zg.* equalis est recte *.gh.*; erunt quidem due recte, que sunt *.ag.* et *.hb.*, equales, duobus rectis *.ab.* et *.gh.*; ergo *.ag.* et *.hb.*, scilicet *.eb.*, sunt medietas laterum trigonj *.abg.* Quare *.eb.* est id in quo medietas laterum trigonj *.abg.* superhabundat latus *.ag.* Similiter ostendetur, rectam *.ae.* esse illud, in quo medietas laterum trigonj *.abg.* superhabundat latus *.bg.*; et *.hg.*, uel *.gz.* esse superhabundantiam á latere *.ab.* Quare recte *.ab.* et *.hg.* sunt medietas laterum trigoni *.abg.* Similiter et recte *.ag.* et *.hb.* sunt medietas laterum eiusdem trigoni: protrahantur ergo recte *.ab.* et *.ag.* in directo in punctis *L.M.*; et sit *.bl.* equalis recte *.hg.*, et *.gm.* equalis recte *.hb.*; erit ergo utraque re-

fol. 24 *verso*.

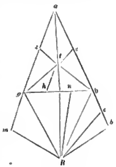
« Quare reliquus .... Similiter ostendetur » (fol. 24 *recto*, lin. 3 ab infra; pag. 40, lin. 24-27)



ctarum .*al*. et .*am*., sicut medietas laterum trigoni .*abg*. Deinde producatur .*at*. in puncto .*k*.; et copulentur recte .*lk*. et .*km*.; et sit rectus qui sub .*alk*. Quare rectus erit qui sub .*amk*.; quia due recte .*al*. et .*ak*. equales sunt rectis .*ak*. et .*am*.; et angulus qui sub .*lak*. angulo, qui sub .*kam*. est equalis: quare et latus .*lk*. lateri .*mk*. equatur; et reliqui anguli reliquis angulis, qui ab equalibus rectis subtenduntur, equabuntur: angulus quidem qui sub .*akl*. ei qui sub .*akm*., et qui sub .*alk*. ei qui sub .*amk*.; sed rectus qui sub .*alk*.; ergo rectus qui sub .*amk*., ut prediximus. Et secetur á linea .*bg*. equalis linee .*bl*.; et sit .*bn*.; et copulentur .*nk*. et .*kg*. et .*kb*.: et quoniam .*gh*. est superhabundantia dimidij laterum trigoni .*abg*. á latere .*ab*., equalis est linee .*bl*., hoc est .*bn*. Quare .*ng*. equatur .*gm*.; cum sit superhabundantia medietatis laterum á latere .*ag*. Et quoniam trigona .*gmk*. et .*klb*. orthogonia sunt, potentia linee .*gk*. equatur duabus potentijs linearum .*gm*. et .*mk*., hoc est .*gn*. et .*mk*.; et potentia linee .*bk*. equatur duabus potentijs linearum .*kl*. et .*bl*., hoc est .*kl*. et .*bn*. Sed potentie linee .*lk*. equa est potentia linee .*km*. Quare quantum potentia linee .*kg*. superhabundat potentiam linee .*kb*., tantum potentia .*ng*. superhabundat potentiam .*nb*. Quare linea .*kn*. cathetus est super lineam .*bg*., et est equalis linee .*kl*. Et quia anguli .*knb*. et .*blk*. recti sunt, remanent anguli .*nbl*. et .*lkn*. duobus rectis equales. Sed angulj .*ebn*. et .*nbl*. similiter duobus rectis sunt equales. Quare angulus .*ebn*. equalis est angulo .*lkn*.; et angulus .*lkb*. dimidium est anguli .*lkn*.; erit ergo equalis | angulo .*ebt*., qui est medietas anguli .*ebh*.; et angulus qui ad .*l*. est equalis ei qui ad .*e*.; cum ambo sint recti; et remanet angulus .*etb*. equalis angulo .*kbl*.: trigonum ergo .*kbl*. simile est triangulo .*ebt*. : proportio ergo .*kl*. ad .*lb*. sicut proportio .*be*. ad .*et*. : ductus ergo .*kl*. ad .*et*. sicut ductus .*lb*. ad .*be*. Sed proportio tetragoni .*et*. ad ductum .*et*. ad .*lk*., sicut proportio .*et*. ad .*lk*; et proportio .*et*. ad .*lk*. sicut .*ae*. ad .*al*.; cum .*et*. sit equidistans linee .*lk*.: proportio ergo .*ae*. ad .*al*. sicut proportio tetragoni .*et*. a ductu .*et*. ad .*lk*. sicut ductus .*eb*. ad .*bl*.: proportio ergo .*ae*. ad .*al*. sicut proportio tetragoni .*et*. ad ductum .*eb*. ad .*bl*. : ductus ergo tetragoni .*et*. ad .*al*. sicut ductus .*ae*. ad ductum .*eb*. ad .*bl*. Et ductus tetragoni .*et*. ad tetragonum .*al*. est sicut ductus .*ae*. ad ductum .*eb*. ad .*bl*., et producti .*al*. Sed ductus tetragoni .*et*. ad tetragonum .*al*. est sicut tetragonum superficiei trigoni .*abg*.; quod in sequenti demonstrabimus. Quare multiplicatio .*ae*., que est superhabundantia medietatis laterum trigoni .*abg*. a latere .*bg*. in .*eb*., que est superhabundantia á latere .*ag*. ducta in .*bl*., que est superhabundantia á latere .*ab*., et producti in .*al*., scilicet in medietate laterum trigonj .*abg*., reddit tetragonum aree trigoni .*abg*., ut oportebat ostendere. Sed ostendendum est, qualiter ductus tetragoni .*et*. ad tetragonum .*al*. est sicut tetragonum aree trigonj .*abg*. Quoniam trigonum .*abg*. in tribus trigonis resolutum est a puncto .*t*., que sunt .*atb*. et .*btg*. et .*gta*.; et catheti uniuscuiusque sunt equales sibi inuicem; et sunt .*te*. et .*th*. et .*tz*.; ergo ductus .*et*. in dimidio basis .*ab*. reddit aream trigoni .*atb*.: similiter ductus .*th*., scilicet .*te*., in dimidio .*bg*. reddit aream trigoni .*btg*.: propter eandem ergo et ductus .*tz*., hoc est .*te*., in dimidio .*ag*., reddit aream trigoni .*atg*.

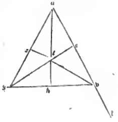
Quare ductus .*et*. in .*al*., scilicet in dimidio laterum trigoni .*abg*., reddit aream trigoni .*abg*.: quare ductus tetragonj .*et*. ad tetragonum .*al*. est sicut tetragonum aree

« trigoni .*abg* .. angulus quidem qui » (fol. 24 *verso*, lin. 12-22; pag. 40, lin. 38-43 — pag. 41, lin. 1-6).

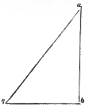


fol. 25 *recto*.

« reddit tetragonum .... laterum trigoni .*abg*, » (fol. 25 *recto*, lin. 16-23; pag. 41, lin. 35-42).

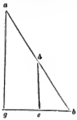


« trigoni .abg. . . . . est minor recto » (fol. 25 recto, lin. 24, 25-32; pag. 42, lin. 1-8).

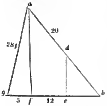


fol. 25 verso

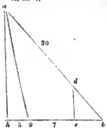
« erit lateri .ag.: . . . . ergo sicut .bd. » (fol. 25 verso, lin. 1-6; pag. 42, lin. 12-17).



« ducto per .gb., ... quadrato linee » (fol. 25 verso, lin. 13-20; pag. 42, lin. 23-31).



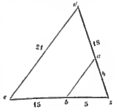
« et proportio .be. . . . . Et si unum » (fol. 25 verso, lin. 23-25; pag. 42, lin. 32-42 — pag. 42, lin. 1).



trigoni .abg., ut oportebat ostendere. Et si in trigono aliquo duo tantum latera proponantur nuta; et uolueris per ea habere embadi, et alterius lateris notitiam, ut in trigono .abg., cuius latera .ab. et .bg. sint nota; considerandum est primum, utrum angulus contentus á notis lateribus, scilicet angulus .abg. sit rectus, uel minor, aut maior recto. Esto primum rectus; quare recta .ab. super rectam .bg. cathetus est. Ex ductu ergo .ab. in .bg. dimidium prouenit area trigoni .abg.; et si acceperimus in unum quadrata linearum .ab. et .bg. notarum, proueniet notum quadratum linee .ag., cuius radix habebitur pro linea .ag. Sed si angulus qui sub .abg. est minor rectu, tunc accipies in lineam .ab. punctum aliquod, quod sit .d.; á quo super lineam .bg. cathetus trahatur .de. et mensurabis latera trianguli .deb.; et si proportio .be. ad .bg. est equalis proportionij .bd. ad .ba., angulus qui ad .g. erit rectus; quia linea .ad. equidistans | erit lateri .ag.: quare si ex quadrato lateris .ab. auferatur quadratum lateris .bg., remanebit quadratum lateris .ag. notum: uel quia linea .de. equidistans est linee .ag., erit proportionaliter sicut .bd. ad .ba., ita .ed. ad .ga.: quare si multiplicauerimus latus .ba. in .ed.; et diuiserimus sumam per .db., proueniet utique latus .ag. nutum. Verbi gratia: sit latus .ab. 20., et .bg. 12.; et sit angulus qui sub .abg. minor recto; et sit .bd. perticarum .5., et .de. sit .4., et .eb. tres: erit ergo sicut .bd. ad .ba., scilicet sicut .5. ad .20., ita .3. ad .12., hoc est .be. ad .bg.: quare recta .de. equidistat recte .ag.; quare angulus qui sub .agb. est rectus, cum rectus est qui sub .deb.: quare si ex quadrato lateris .ab. auferatur quadratum lateris .bg., scilicet .144 ex 400., remanebunt .256. pro quadrato lateris .ag.; quarum radix, scilicet .16., est longitudo lateris .ag.: uel si multiplicauerimus .ba. in .ed., scilicet .20. per .4.; et diuiserimus per .db., scilicet per .5., prouenient utique .16. pro latere .ag.; quorum dimidio ducto per .gb., scilicet .8. per .12., uenient .96. pro embado trianguli. Et si proportio .be. ad .bg. fuerit minor proportione .bd. ad .ba., ut in hoc alio trigono cernitur; tunc angulus qui sub .agb. erit minur recto: quare oxigonium erit trigonum .abg.; et á puncto .a. cathetus cadat inter .bg.; unde ut habeamus casum ipsius, fiat sicut .bd. ad .ba., ita .be. ad .bf.; et cupuletur .af., quia ipsa erit cathetus super .bg. rectam. Verbi gratia: sit iterum .ab. 20., et .bg. 17., et erit .bf. 12.; cum sit sicut .bd. ad .ba., ita .be. ad .bf.: quare per ea que dicta sunt, inuenies, cathetum .af. esse .16.; cuius quadratum, scilicet .256., si addiderimus cum quadrato linee .fg., scilicet cum .25., habebuntur .281. pro quadrato linee .ag.: et si multiplicauerimus dimidium catheti .af. in totam .gb., uenient .136. pro embado trianguli .abg. Et si proportio .be. ad .bg. fuerit maior proportione .bd. ad .ba., erit angulus qui sub .agb. maior recto; unde cathetus a puncto .a. cadet extra trigonum .abg. Quare protrahatur linea .bg. in punctu .h.; et sit .be. ad .bh. sicut .bd. ad .ba.; et copuletur .ah., qui erit cathetus, super lineam .hb. Verbi gratia: sit latus .ab. 20., et .bg. sit .7., et .bd. 5., et .be. sit .3., et .de. sit .4.; quare .bh. erit .12.: que reperies si multiplicationem ex .be. in .ba. diuiserimus per .db.; cum sit .be. ad .bh. sicut .bd. ad .ba.: et erit iterum .ed. ad .ah., sicut .bd. ad .ba. Quare diuisa multiplicatione ex .de. in .ba. per .db. prouenient .16. pro catheto .ah.: et si ex .bh., scilicet ex 12, auferatur .bg., scilicet 7, remanebunt 5 pro casu .gh.; cuius quadratum, scilicet .25., si addatur quadrato linee .ah., habebuntur .281. pro quadrato linee .ag.: quare latus .ag. est radix de .281.; et ex ducto dimidio .ah. in .gb. proueniunt .56. pro embado tri-

goni *.abg.* Et si unum tantum latus alicuius trigoni proponatur notum; et uolueris per ispum reliquorum laterum, et ipsius embadi habere notitiam. Vt trigoni *.dez.*; cuius latus *.dz.* sit notum, | accipiam in rectam *.dz.* partem aliquam, que sit *.az.*; et a puncto *.a.* super rectam *.az.* protraham lineam *.ab.* equidistantem linee *.de.*; et mensurabo lineas *.ab.* et *.bz.*, ut sint nota latera trigoni *.abz.*: et quia recta *.ab.* equidistat recte *.de.*, proportionaliter est sicut *.za.* ad *.zd.*, ita recta *.zb.* ad *.ze.*, nec non et recta *.ab.* ad *.de.* Sed proportio *.za.* ad *.zd.* est nota; quare latera *.de.* et *.ez.* erunt nota. Verbi gratia: sit *.dz.* 18., et *.az.* 6., et *.ab.* sit .7., et *.bz.* sit .5.; et sic *.zd.* ex *.za.* est tripla; quare *.de.* erit tripla ex *.ab.*, et *.ez.* ex *.bz.* similiter est tripla: ergo latus *.de.* est .21., et latus *.ez.* est .15.; et cum latera trigoni *.dez.* sint nota, erit notum embadum ipsius per ea que dicta sunt superius. Vel habeatur embadum trigoni *.abz.* per modum predictum, scilicet accipiatur dimidium laterum ipsius, quod est .9.; et accipiamus differentiam laterum, que est usque in .9., scilicet .2., et .3., et .4.; et multiplicemus .2. per .3.; quod totum per .4.; quod totum per .9., erunt .216.; quorum radix est embadum triaoguli *.abz.*

fol. 26 recto

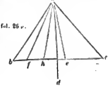


Et quoniam simile est trigonum *.abz.* trigono *.dez.*, erit embadum trigoni *.abz.* ad trigonum *.dez.*, sicut quadratum lateris *.za.* ad quadratum lateris *.zd.*, ut euclides ostendit: et quia latus *.dz.* est triplum ex *.az.*, erit quadratum linee *.dz.* nonuplum quadrati linee *.az.*; quare embadum trigoni *.dez.* est oonuplum trigoni *.abz.* Quare si multiplicaueris .216. per quadratum nouenarij, scilicet per .81., habebis .17496. pro quadrato embadi trigoni *.dez.*; quorum radix, que est parum plus de $\frac{1}{4}$ 132., habebitur pro embado ipsius. Diximus autem, simile esse trigonum *.abz.* trigono *.dez.*; com ad inuicem habeant angulos equales: est enim recta *.ab.* equidistans recte *.de.*; quare angulus *.zab.* equalis est angulo *.zde.*, exterior interiori: propter eadem et angulus *.zba.* equalis est angulo *.zed.*; et habent enim angulum qui sub *.dze.* comunem; quare equiangulum est trigooum *.abz.* trigono *.dez.*; et sic ipsa trigona sunt similia.

Modus uulgaris quo uti debent agrimensores, et est sufficiens in mensuratione omnium trigonorum.

Stet mensor super maiorem trigoni angulum, et aspiciat super latus maius, ubi ab ipso angulo cathetus cadere debeat; et si hoc ad oculum perfecte comprehendere nequiuerit, habeat lensam fili, et figat unum caput in ipso angulo; et extendat ipsum filum in partes, in quibus cathetus cadere ei uidebitur; et producat ipsum aliquantulum extra maius latus trigoni; et tunc ducat eam lensam circiter, douec in utraque parte cum manu tanget ipsum maius latus; et signet utrumque contactum, et dinidat spatium quod fuerit inter utrumque in duo equalia, et ibi erit casus catheti: tunc mensuret cum pertica cathetum, et multiplicet eam per longitudinem dimidie basis, scilicet per medietatem maioris lateris; et habebit aream trigoni. Ad cuius euidentiam estu trigonum *.abc.* habens latus *.bc.* maius quam *.ab.*, uel quam *.ac.* Quare ab angulo *.a.* cathetus dirigendus est super latus | *.bc.*; et si latus *.ab.* equalis est lateri *.ac.*; cadet cathetus in medio lateris *.bc.*; si minus cadet uersus *.b.*; et si maius cadet uersus *.c.* Vnde stabit mensor super punctum *.a.*; et considerabit ubi ab ipso puncto *.a.* cadere debeat super lineam *.bc.*: quo facto figet lensam in puncto *.a.*; et extendet eam super lineam *.bc.* uersus *.ab.* latus, cum sit minor lateri *.ac.*: sitque lensa illa *.ad.*;

fol. 26 v.

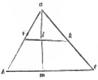


* gratia sit *.dz.* 18 .... triangula *abz* » (fol. 26 recto, lin. 6-14; pag. 42, lin. 2-16).

* *.bc.*; et si . .. lineam *bc.* » (fol. 26 verso, lin. 1-2; pag. 42, lin. 39-42).

tenebit cum manu lensam super punctum .*d*., scilicet aliquantulum extra trigonum ducet ipsam lensam uersus .*c*., donec .*d*. punctus tangat lineam .*bc*.; sitque contactus eius punctus .*c*.; quare lensa .*ac*. erit lensa .*ad*.: deinde ducet lensam uersus .*b*., donec punctus .*d*. tangat lineam .*bc*., ubi sors dediderit; sitque contactus ipsius punctus .*f*., hoc est cum lensa .*af*. sit lensa .*ad*.; et diuidat lineam .*ef*. in duo equalia supra punctum .*h*.; et a puncto .*a*. in punctum .*h*. protrahet lineam .*ah*. Dico quoniam .*ah*. cathetus est super lineam .*bc*.; ideo quia equalis est linea .*af*. linee .*ac*., et linea .*fh*. linee .*he*.; quare mensurabit cum pertica cathetum .*ah*., nec non et latus .*bc*.; et multiplicabit dimidium catheti per totam basem .*bc*., uel econuerso, et habebit aream trigoni .*abc*. Nam si trigonum suprascriptum .*abc*. tam magnum fuerit, uel lensa quam habuerit, fiat minor catheto, aut area trigoni uineata, uel arborata fuerit, aut plena segetibus, ita quod cathetus ordine suprascripto habere non possit; tunc quot sunt pertice in latere .*ab*., tot pedes sint in linea .*ai*.: similiter et quod pertice fuerint in latere .*ac*., tot pedes sint in linea .*ak*.; et copuletur linea .*ik*., et inueniat cathetum cum lensa, suprascripto modo, in trigono .*aik*.; sitque .*al*., et protrahet cathetum .*al*. in directo supra punctum .*m*.; linea uero .*am*. est cathetus trigoni .*abc*., ut in geometria aperte declaratur.

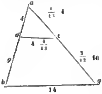
« lensa quam ..... et protrahet » (fol. 26 verso, lin. 14, 15-19; pag. 44, lin. 10-15).



De proportionibus et accidentijs, que fiunt in trigonis per protractionem linearum in ipsis.

Cum duo sint nota latera trigoni; et in eis recta protrahatur equidistans reliquo lateri; et sectiones unius lateris note fuerint; tunc sectiones alterius note erunt, et linea protracta nota erit. Sit trigonum .*abg*., et in ipso protracta sit linea .*de*. equidistans basis .*bg*., secansque latera .*ab*. et .*ag*.; et sit .*ad*. 4., et .*bd*. 9., et .*ag*. 15., et .*bg*. 14. Dico quod sectiones .*ae*. et .*eg*. note erunt.

« et in ipso ..... 60 per 13 » (fol. 26 verso, lin. 25-31; pag. 44, lin. 21-29).

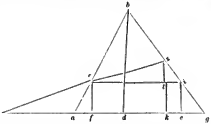


Quoniam equidistans est linea .*de*. linee .*bg*., proportionaliter secta sunt trigoni latera, ut Euclides in sexto libro ostendit. Est enim ut .*ad*. ad .*db*., ita .*ae*. ad .*eg*. Ergo sicut .4. est ad .9., ita .*ae*. est ad .*eg*. Similiter erunt coniuncte proportionales sicut .*ad*. ad .*ab*., ita .*ae*. est ad .*ag*., scilicet sicut .4. ad .13., ita .*ae*. ad .*ag*., scilicet ad .15. Quare multiplicatio de .4. in .15. est sicut multiplicatio de .13. in lineam .*ae*.: ergo diuisis .60. per .13., ueniunt $\frac{8}{13}$ 4. pro linea .*ae*.; quibus extractis ex .*ag*., scilicet de .15., remanent $\frac{5}{13}$ 10. pro linea .*eg*. Vel aliter, quia permutatim est sicut .*ab*., scilicet .13., ad .*db*., scilicet .9., ita .*ag*., scilicet .15., est ad .*eg*. Quare si diuiserimus nouies .15., scilicet .135., per .13., nimirum ad eadem $\frac{5}{13}$ 10. ueniemus pro linea .*eg*.; uel quia est sicut .4. ad .9., ita .*ae*. est ad .*eg*.: diuidenda est | linea .*ag*. in .4. et .9., scilicet in .13. partes, et erunt pro linea .*ae*. $\frac{4}{13}$. ex tota .*ag*.; et pro linea .*eg*. erunt $\frac{9}{13}$. similiter ex .*ag*.: quare acceptis $\frac{4}{13}$. et $\frac{9}{13}$. de .15., habebimus supradicta $\frac{8}{13}$ 4. et $\frac{5}{13}$ 10. Sed sit .*ad*. 4., et .*db*. 9., et .*ae*. $\frac{8}{13}$ 4.; et .*eg*. sit ignota. Quoniam est sicut .4. ad .9., ita $\frac{8}{13}$ 4. sunt ad .*eg*.: multiplicabis itaque .9. per $\frac{8}{13}$ 4.; et diuides per .4., exibunt $\frac{5}{13}$ 10. pro linea .*eg*.: et si ignorauerimus lineam .*ae*. tantum, multiplicandum erit .4. per $\frac{5}{13}$ 10., et diuidendum per .9.; quia sicut .*bd*. ad .*da*., ita .*ge*. ad .*ea*. Similiter demonstrabimus, lineam .*de*. esse notam; cum ipsa sit equidistans linee .*bg*., erit simile trigonum .*ade*. ei quod est .*abg*. Quare circa equales angulos latera sunt proportionalia: est ergo sicut .*ad*. ad .*de*., ita .*ab*. ad .*bg*. Quare si multiplicatio ex .*ad*. in .*bg*., scilicet de .4. in .14., diuisa fuerit per .*ab*., egredientur $\frac{4}{13}$ 4. pro linea .*de*., que oportebat ostendere.

fol. 27 recto.

Volumus inuenire quantitatem linee protractae, et terminate in notis terminis duorum laterum trigoni, que non sit equidistans reliquo lateri. Sit idem trigonum *.bag.*; et protracta sit linea *.ez.* et sit *.eb.* due tertie linee *.ba.* et *.z.* sit in medio *.bg.*: ergo *.be.* est $\frac{2}{3}$ 8., remanet *.ea.* $\frac{1}{3}$ 4.: uolumus ergo scire quantitatem *.ez.*: protrahatur cathetus *.bd.*, quam esse .12. superius demonstrauimus; et est minor casus *.ad.* 5.; maior quoque *.dg.* est .9.; et per punctum *.e.* basi *.ag.* equidistans ducatur *.ei.*; et per punctum *.z.* equidistans catheto *.bd.* protrahatur *.ztk.* Et quoniam linea *.zk.* equidistans est linee *.bd.*, est sicut *.zg.* ad *.gb.*, ita *.gk.* ad *.gd.*, et *.zk.* ad *.bd.*: sed *.gz.* ex *.gb.* est medietas. Quare *.gk.* ex *.gd.* et *.zk.* ex *.bd.* sunt medietas.

Ergo *.gk.* est $\frac{1}{2}$ 4., et remanet *.kd.* totidem, et *.zk.* est .6. Rursus protrahatur *.ef.* equidistans catheto *.bd.*; eritque sicut *.ac.* ad *.ab.*, ita *.af.* ad *.ad.*, et *.ef.* ad *.bd.* Quare *.af.* est $\frac{2}{3}$ 1., remanet *.fd.* $\frac{1}{3}$ 3., et *.ef.* est .4., scilicet tertia pars ex *.bd.* Et quoniam equidistantes sunt linee *.ef.* et *.tk.* catheto *.bd.*; et sibi inuicem equidistantes sunt, et copulant equidistantes *.et.* et *.fk.*; quare *.tk.* est equalis *.ef.*, et *.et.* linee *.fk.* Sed *.fk.* equatur duabus, que sunt *.kd.* et *.df.*, hoc est $\frac{1}{2}$ 4. et $\frac{1}{3}$ 3. Quare tota *.kf.* est $\frac{5}{6}$ 7. Ergo *.te.* est $\frac{5}{6}$ 7. Similiter *.tk.* est 4, cum sit equa *.ef.*, remanet *.tz.* 2. Et quoniam in duabus equidistantibus *.ei.* et *.ag.* recta incidit *.zk.*; exterior angulus *.zte.* equalis est opposito, et interiori *.zkf.* Sed rectus *.zkf.*, cum rectus sit qui sub *.bdk.*, rectus quoque qui sub *.zte.* Orthogonium ergo est trigonum *.zte.*; et sunt duo latera nota, illa uidelicet que continent angulum rectum. Quare tertium latus, scilicet *.ez.*, notum erit, ut prediximus; cum quadratus eius equetur duobus quadratis linearum *.zt.* et *.te.* Nam quadratus ex *.zt.* est .4., et ex *.te.* est .61., et tertia, et trigesima sexta pars unius; quibus additis cum .4., reddent $\frac{13}{36}$ 65. pro quadrato linee *.ez.*; quorum radix, que est parum amplius ex $\frac{1}{12}$ 8., est quantitas linee *.ez.*; quod oportebat ostendere. Possumus autem aliter ad notitiam| a aliter ad notitiam a (fol. 27 *recto*, margine inferiore verso l'angolo esterno, pag. 45, lin. 24).



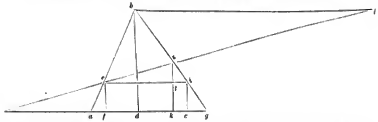
linearum *.zt.* et *.te.* deuenire. Est enim trigonum *.zti.* simile trigono *.bdg.* propter rectam *.ti.*, que est equidistans linee *.dg.* et *.zt.* linee *.bd.*: est enim latus *.zi.* lateri *.bg.* simile; et *.it.* lateri *.gd.*; reliquum *.zt.* reliquo *.bd.* est simile: est ergo sicut *.zi.* ad *.bg.*, ita *.it.* ad *.gd.*, et *.zt.* ad *.bd.*; est enim *.gi.* tertia pars ex *.gb.*; et *.gz.* est medietas ex *.gb.* Quare *.iz.* est sexta pars ex *.gb.*, scilicet $\frac{1}{2}$. Ergo *.zt.* est sexta ex *.bd.*, scilicet ,2.; et *.it.* est sexta ex *.gd.*, scilicet $\frac{1}{2}$ 1.; quo extracto ex *.ie.*, que est $\frac{1}{3}$ 9., remanet *.te.* $\frac{5}{6}$ 7, ut prediximus. fol. 27 *verso*

Aliter protrahatur *.ic.* equidistans linee *.bd.*; et erit trigonum *.icg.* simile trigonis

.bdg. et *.zti.* : est ergo sicut *.gi.* ad *.gb.*, ita *.gc.* ad *.gd.*, et *.ic.* ad *.bd.* Est enim *.gi.* tertia pars ex *.gb.*; et *.gc.* est tertia ex *.gd.*; et *.ic.* est tertia similiter ex *.bd.*: ergo *.gi.* est 5, et *.gc.* 3, et *.ic.* 4. Et quoniam trigonum *.zti.* simile est trigono *.icg.*, est sicut *.zi.* ad *.ig.*, ita *.ti.* ad *.cg.*: est enim *.gi.* medietas ex *.ig.*; quare *.it.* est medietas ex *.gc.* et *.zt.* est medietas ex *.ic.*; que oportebat ostendere.

Verum si lioeas *.ze.* et *.ga.* extra trigonum in puncto *.h.* protraherimus ; et uoloerimus scire quantitatem linearum *.ah.* et *.eh.*; ducemus lineam *.te.* in *.ef.*; et diuidemus summam in *.zt.*, et habebimus lineam *.fh.*; et hoc faciemus, quia trigonum *.zte.* simile est trigono *.efh.*: est enim *.te.* equidistans recte *.gh.*; et in eis incidit recta *.zh.* exterior angulus, qui sub *.zet.* equalis est interiori et opposito, qui sub *.ehf.*; et angulus *.zte.* equalis angulo, qui sub *.efh.*; cum ambo siot recti. Reliquus autem qui sub *.tze.* reliquo, qui sub *.feh.* est equalis. Quare est sicut *.zt.* ad *.te.*, ita *.ef.* ad *.fh.* Quare multiplicatio *.te.* in *.ef.* diuisa per *.zt.*, reddit lineam *.fh.* Vel quia permutatim est sicut *.zt.* ad *.ef.*, ita *.te.* ad *.fh.* Est enim *.zt.* medietas ex *.ef.*; quare *.te.* est medietas ex *.fh.*, hoc est *.fh.* est duplum ex *.te.* Sed *.te.* est $\frac{5}{6}$ 7; quare *.fh.* est $\frac{2}{3}$ 15; de quibus extractis *.fa.*, remanet *.ah.* 14. Item enim est sicut *.zt.* ad *.ef.*, ita *.ze.* est ad *.eh.* Quare est duplum ex *.ez.* Sed quia *.ez.* est surda , accipiemus proportionem in quadratis earum, uidelicet est sicut quadratus linee *.zt.* ad quadratum linee *.ef.*, hoc est sicut 4 est ad 16, ita quadratum linee *.ze.* est ad quadratum linee *.eh.* Quare quadratum linee *.eh.* est quadruplum quadrati linee *.ez.* Vel adde in onum quadrata linearum *.af.* et *.fh.*; et ueniet quadratum linee *.eh.* Aliter protrahatur linea *.hz.* extra trigonum, dooec concurrat linee *.bl.* in puncto *.l.*; et sit *.bl.* equidistaos linee *.hg.* Et quoniam equidistantes ioter *.bl.* et *.hg.* incidit linea *.hl.*, angulus qui sub *.elb.* equalis est *.ei.*, qui sub *.zhg.*; et angulus qui sub *.lbz.* ei qui sub *.zgh.* est equalis; reliqui qui ad *.z.* equales sibi inuicem, qui suot a uertice. Ergo trigonum *.lbz.* simile est trigono|

e sibi inuicem, . . . est trigono e (fol. 27 verso, margine inferiore pag. 46, lin. 23).



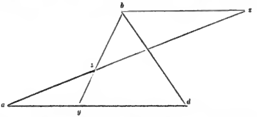
fol. 28 recto.

.hgz. Quare est sicut *.gz.* ad *.zb.*, ita *.hg.* ad *.bl.*: est enim *.gz.* equalis *.zb.*; et *.hg.* equatur *.bl.* Rursus quia similia sunt trigona *.leb.* et *.eha.*, erit quidem sicut *.ae.* ad *.eb.*, ita *.ah.* ad *.bl.*, hoc est ad *.hg.* : est enim *.ae.* ex *.ab.* tertia pars. Quare *.ae.* est medietas ex *.eb.*; et *.ha.* erit medietas ex *.bl.*, hoc est ex *.hg.* ; remanet *.ag.* medietas ex *.hg.* Quare *.ha.* equatur *.ag.* Sed *.ag.* est .14.; quare *.ah.* erit similiter .14.; et qoelibet rectarum *.hg.* et *.bt.* erit .28. Nam si coniunctiooem linearum *.ze.* et *.eh.* habere uolumus; quia est sicut *.zt.* ad *.ef.*, ita *.ze.* ad *.eh.* Sed *.zt.* est ad *.ef.* sicut medietas *.zt.* ad medietatem ex *.ef.*, hoc est sicut .1. est ad .2. Adiaceat quidem quidam recta *.mno.*;

et sit *.mni.*, et non sit .2. Et quia est sicut *.mn.* ad *.no.*, ita *.ze.* ad *.eh.*; et coniuncte proportionales erunt; eruntque sicut *.mn.* ad *.mo.*, ita *.ez.* ad *.zh.* Quare est sicut quadratum linee *.mn.* ad quadratum linee *.mo.*, hoc est sicut .1. est ad .9., ita quadratum linee *.ze.* est ad quadratum linee *.zh.* Quare quadratum linee *.zh.* erit nonuplum ex quadrato linee *.ze.* Quare si per .9. multiplicauerimus $\frac{13}{36}$ 65., que sunt quadratum linee *.ze.*, habebimus $\frac{1}{4}$ 588. pro quadrato linee *.zh.*

Aliter quia trigonum *.zkh.* orthogonium est habens angulum qui ad *.k.*; iungantur quidem quadrata linearum *.zk.* et *.kh.*; et habebimus quadratum linee *.zh.* Nam *.kd.* inuenta est superius esse $\frac{1}{2}$ 4., et *.da.* 5., et *.ah.* 14.: quare tota *.kh.* est $\frac{1}{2}$ 23.; cuius quadratum est $\frac{1}{4}$ 552.; et quadratum linee *.zk.* est .36.; et sic habemus pro quadrato linee *.zh.* $\frac{1}{4}$ 588., ut prediximus. Rursus sit trigonum *.bgd*, cuius *.bg.* latus, ut diximus, sit .13., *.gd.* 14., et *.bd.* 15.; et emictatur *.gd.* in punctum *.a.*, et sit *.ga.* 10.; et super *.gb.* accipiatur punctus *.z.*; et sit *.gz.* 5., remanebit *.zb.* 8. Queritur; si protrahatur *.az.*, et emictatur usque in *.e.*, quanta erit quantitas sectionum *.de.* et *.eb.* Ducatur quidem per *.b.* punctum linea *.bi.* equidistans linee *.gd.*; et emictatur linea *.ae.* in punctum *.i.*, eruntque duo trigona *.bzi.* et *.azg.* sibi inuicem similia. Quare est sicut *.ag.* ad *.gz.*, ita *.ib.* est ad *.bz.* Sed *.ag.* est duplum ex *.gz.*; quare *.ib.* erit .16., scilicet duplum ex *.bz.* Item quia trigonum *.aed.* simile est trigono *.eib.*, est sicut *.ad.* ad *.bi.*, ita *.de.* ad *.eb.* Nam *.ad.* ad *.bi.* est sicut octaua pars ex *.ad.* ad octauam partem ex *.bi.*: est enim .3. octaua ex *.ad.*, et .2. est octaua ex *.bi.*; ergo est sicut .3. ad .2., ita *.de.* ad *.eb.*; et coniunctim proportionales erunt.

Quare sicut .3. est ad .5., ita *.de.* ad *.db.* Quare *.de.* est $\frac{3}{5}$. ex *.db.*, scilicet .9., et *.eb.* .6.; que oportebat ostendere. Sint itaque note portiones *.bz.* et *.zg.* et *.be.* et *.ed.*; et sint eodem suprascripte, et trigonum sit idem; et ignorantur *.ag.* et *.bi.*: primum quidem quia est sicut *.de.* ad *.eb.*, scilicet sicut .3. est ad .2., ita | *.ad.* ad *.bi.* Ergo *.ad.* est semel *.bi.*, et dimidium eius. Rursus quia est sicut *.gz.* ad *.zb.*, scilicet sicut .5. est ad .8., ita *.ag.* ad *.bi.* Ergo *.ag.* est $\frac{5}{8}$. ex *.bi.*: tota quidem *.ab.* inuenta est esse duodecim octaue ex *.bi.*; cum tota *.ad.* sit semel .61., et dimidium eius. Quare extractis $\frac{5}{8}$. ex $\frac{12}{8}$., remanet *.gd.* $\frac{7}{8}$. ex *.bi.* Ergo est sicut .7. ad .8., ita *.gd.* ad *.bi.* Quare multiplicatis .8. per .14., scilicet per *.gd.*; et diuisa summa per .7. Vel septimam de .14., scilicet .2., multiplica per .8., egredientur .16. pro linea *.bi.*; ex quibus .16. acceptis $\frac{5}{8}$., egredientur .10. pro linea *.ag.* Item sit idem trigonum *.abg.*; et extra ipsum summatur *.d.* punctus, qui non sit indirecto linee *.bg.*; et per *.d.* punctum protrahatur linea *.de.*



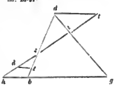
* est .14. quare .ah. .... pro quadrato linee » (fol. 28 recto, lin. 6-15; pag. 46, lin. 31-33 — pag. 47, lin. 1-6).



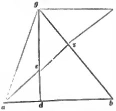
* ad .2. ita » (fol. 28 recto, nel margine inferiore, angolo esterno, pag. 47, lin. 25).

fol. 28 verso.

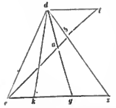
* .ad. ad .bi. .. egredientur .16. » (fol. 28 verso, lin. 1-6, pag. 47, lin. 26-31).



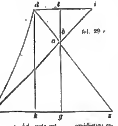
« Et sumatur .... ita .gi. » f. l. 28 verso, lin. 11-17; pag. 48, lin. 2-8).



« est trigonum .... transierit linea » (fol. 28 verso, lin. 19-25; pag. 48, lin. 9-16).

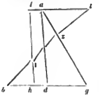


« ostendere. Et si .... est trigonum » (fol. 28 verso, lin. 4 ab infra; pag. 48, lin. 22-27).



fol. 29 r

« .bd. nota est, ... equidistans catheto » (fol. 29 recto, lin. 5-10; pag. 48, lin. 29-35).



equidistans basi .bg.; et sint .de. et .bg. note, remanebit .ea. nota; cum tota .ab. sit nota. Et sumatur in .ab. punctus .z. notus; et copuletur .dz.; et emictatur in punctum .i. Dico, quod proportio .gi. ad .ia. erit nota; compleatur figura. Et quoniam trigonum .dze. simile est trigono .zat., est sicut .ez. ad .za.; quorum proportio est nota, ita nota .de. est ad .ad. Quare .at. erit nota. Rursus quoniam similia sunt trigona .hzb. et .zat., est sicut .az. ad .zb., que sunt note, ita .at. nota est ad .bh. Quare .bh. erit nota posita est .bg.; ergo nota est tota .hg. Et quoniam similia sunt trigona .hig. et .iat. est sicut .hg. nota ad notam .at., ita .gi. ad ia.: ergo proportio .gi. ad .ia. est nota, ut oportebat ostendere. Rursus sit trigonum notum .gab., cuius cathetus sit .gd.; et sumatur in ipso punctus notus .e.; et per puncta quidem .ae. protrahatur linea .aez. Dico quidem, quod proportio .bz. ad .zg. erit nota: protrahatur itaque linea .gi. equidistans linee .ab.; et producatur .az. in .i., et erunt trigona .aed. et .ieg. sibi inuicem similia. Quare est sicut .de. ad .eg., ita .ad. ad .gi.; erit itaque nota .gi., cum nota sit .ad.; ad quam .gi. proportionem habet recta .ab., sicut .bz. ad .zg.: ergo proportio .bz. ad .zg. est nota; quod oportebat ostendere.

Et si punctus, per quem transierit linea ab angulo nequaquam in catheto fuerit, ut in trigono .dez., in quo datos est punctus .a. in lineam .dg., que non est cathetus, per quem punctus transit linea .eab.; et sit nota proportio .ga. ad .ad., nec non et sit nota .ge. Dico quidem, proportionem .zb. ad .bd. notam esse: eisdem dispositis. Compleatur quidem figura; et quoniam est sicut .ga. nota ad .ad. notam, ita .eg. nota ad .di. Quare .di. nota erit; et est sicut .ez. nota ad notam .di., ita .zb. ad .bd. : ergo proportio .zb. ad .bd. nota est, ut oportebat ostendere. Et si proportio sectionum linee transeunctis per punctum .a. datum, que sit equidistans catheto, nota fuerit que linea terminata sit ab una parte super basem in puncto .g., et ab alia super lineam .di. in puncto .t., ut in hac alia cernitur figura. Dico iterum, proportionem .zb. ad .bd. notam esse. Quoniam simile est trigonum | .eag. ei quod est .ait., est sicut .ga. ad .at., ita .eg. ad .ti.: protrahatur quidem in trigono .dez. cathetus .dk., et erit .dt. equalis .gk.; quia paralilogramum est quadrilaterum .dg. Quare si addatur linee .ti. equalis linee .gk., scilicet .td., erit nota tota .di.: et quoniam est sicut .ez. ad .di., ita .zb. ad .bd. Quare proportio .zb. ad .bd. nota est, ut prediximus. Et si punctus datus infra trigonum fuerit inter cathetum, et angulum, á quo per punctum extenditur linea ad latus subtendens ipsum angulum; similiter sectiones illius lateris note erunt. Sitque in trigono .abg., cuius cathetus est .ad. datus, punctus .e.; et á puncto .b. per .e. ducta est linea .bez.

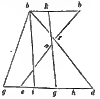
Dico iterum, sectiones .gz. et .za. note erunt: protrahatur per punctum .a. linea .it. equidistans linee .bg.; et expleatur linea .bt., et per punctum .e. equidistans catheto .ad. protrahatur .hi.; et sit nota proportio .he. ad .ei.; et sint nota latera trigoni .abg., nec non et linea .bh. sit nota: et quoniam nota sunt latera trigoni .abg., notus erit et casus .bd.; de quo si extrahatur .bh. nota, reliqua .hd. nota erit. Quare et .ia. nota est, cum sit equalis .hd. propter .id. paralilogramum; et quia trigona .beh. et .eit. similia sunt, est sicut .he. ad .ei., ita .bh. ad .it.; ergo nota erit .it.; de qua si auferatur .ia., remanebit .at. nota. Et quoniam est sicut .bg. ad .at., ita .gz. ad .za. Ergo sectiones .gz. ad .z.a. nota erunt, ut prediximus. Similiter si per punctum datum infra trigonum á puncto dato in uno laterum trigoni linea protrahatur usque ad unum. Ex

lateribus trigoni inuenietur proportio sectionis illius lateris. Exempli causa: in trigono *.bdg.* sit datus punctus, punctus notus *.e.* in base *.gd.*; et infra trigonum sit datus punctus *.a.* Similiter notus in linea *.zk.*, que est equidistans catheto *.bi.*; et per puncta *.ea.* linea protrahatur *.et.* Dico, proportionem *.dt.* ad *.tb.* notam esse: compleatur figura. Et quoniam linea *.zk.* equidistans est catheto *.bi.*, et *.bk.* est equidistans *.iz.*; ergo equalis est *.bk.* recte *.iz.* et *.zk.* catheto *.bi.*: que cum sit nota, eritque nota *.zk.* et *.za.* nota est, remanet *.ak.* nota: et quoniam est sicut *.za.* ad *.ak.*, ita *.ez.* ad *.kh.* Ergo *.kh.* est nota: cui si addatur *.kb.*, scilicet *.zi.*, que nota esse ponitur, erit *.bh.* nota. Et quoniam similia sunt trigona *.etd.* et *.tbh.*, est sicut *.ed.* ad *.bh.*, ita *.dt.* ad *.tb.*; quod oportebat ostendere. Item sit trigonum *.abg.*, cuius *.ab.* sit .13., et *.bg.* 14., et *.ag.* 15.; cuius cathetus *.ad.* est .12.; et summatur punctus *.d.* extra trigonum, a quo ducatur recta *.az.* equidistans catheto *.ad.*; et sit *.ez.* 2., et *.zb.* 1.; quare *.zd.* erit .4. : et sumatur iterum infra trigonum punctus .1.; et sit *.it.* 3.; et sit equidistans catheto *.ad.*; et sit *.tz.* 9.; et per puncta *.ei.* protrahatur linea *.eik.* Dico quod proportio *.gk.* ad *.ka.* est nota : protrahatur linea *.al.* equidistans basi *.bg.*; et emittetur *.eh.* in puncto *.l.*, et *.i.* in punctis *.h.* et *.m.*; et sit *.tm.* equalis *.ez.*; et copuletur *.em.*; | et quoniam recte *.ez.* et *.it.* equidistantes sunt catheto *.ad.*, erit recta *.tm.* equidistans recte *.ze.*, et sunt equales sibi inuicem, erit recta *.em.* equalis et equidistans recte *.zt.*: ergo *.em.* est .9.; et est equidistans recte *.al.*; et *.th.* est .12., cum sit equalis *.ad.*: tota ergo *.mh.* est .14.: est enim *.mi.* 5., remanet *.ih.* 9.; est ergo sicut *.mi.* ad *.ih.*, ita *.em.* ad *.hl.*; hoc est sicut .5. est ad .9., ita .9. est ad *.hl.*; ergo *.hl.* est $\frac{1}{5}$ 16. Quare tota *.al.* est $\frac{1}{5}$ 21. Item quia equidistans est *.ez.* recte *.ti.*, similia sunt trigona *.enz.* et *.int.* Quare est sicut *.ti.* ad *.ez.*, ita *.tn.* ad *.nz.* Quare *.tn.* est $\frac{2}{5}$ 5. Vel aliter: quia trigona *.nit.* et *.lih.* sunt similia sibi inuicem, est sicut *.ti.* ad *.ih.*, hoc est sicut .3. est ad .9., ita *.nt.* est ad *.hl.*; ergo *.nt.* est tertia ex *.hl.*, scilicet $\frac{2}{5}$ 5.: cui si addatur *.tg.*, erit *.ng.* $\frac{2}{5}$ 9.; et est sicut *.ng.* ad *.al.*, ita *.gk.* ad *.ka.*: est enim *.al.* $\frac{1}{5}$ 21, que sunt quinte .106., et in *.gn.* sunt quinte .47.; ergo sicut .47. est ad couiunctum de .47. et de .106., scilicet ad .153., ita *.gk.* est ad *.ga.*, scilicet ad .15.: quare est sicut .47. ad tertiam de .153., scilicet ad .51., ita *.gk.* est ad tertiam de .15., scilicet ad .5. Quare si multiplicauerimus .5. per .47., et summam diuiserimus per .51., exibunt $\frac{1}{3}\,\frac{12}{17}$ 4. pro linea *.gk.* Reliquum quidem est usque in .15., scilicet $\frac{2}{3}\,\frac{4}{17}$ 10. remanebit pro *.ka.* Aliter emictautur linee *.em.* et *.ag.* in *.o.*, erit sicut *.eo.* ad *.al.*, ita *.ek.* ad *.ka.*: per hanc quidem proportionem inueniemus *.ak.*, et tunc habebimus *.kg.*; quod oportebat ostendere.

Nam notitiam ex *.go.* et ex *.oe.* habebitur pro premissa; quia trigonum *.agd.* simile est trigono *.afo.* Item si notitiam puncti *.c.*, per quem linea *.el.* secat, cathetum *.ad.* habere uolumus; quia trigonum *.ncd.* est simile trigono *.lca.*, est sicut *.nd.* ad *.al.*, scilicet sicut due quiute sunt ad se, et ad quintas .106., scilicet sicut 2 sunt ad .108., ita *.dc.* est ad *.da.* Quare *.dc.* est $\frac{2}{9}$. unius integri, remanet *.ca.* $\frac{7}{9}$ 11. Vel si protraxerimus cathetum *.nx.*, erit sicut *.ex.* ad *.xn.*, ita *.nd.* ad *.dc.*: est enim *.ef.* equalis *.dz.*, et *.dn.* equalis *.fx.* Quare *.ex.* nota est.

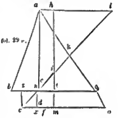
Rursus sit *.ge.* uice *.ez.* in hac alia figura, et sit 2; Latera uero trigonj et cathetus, nec non et linea *.ti.* sint ubi prediximus; et sit angulus *.egt.* rectus. Quare equidistans erit rectis *.it.* et *.ad.*: et protrahatur per puncta *.ei.* linea *.ef.* Volumus ergo

a *.gz.* ad *.za.* .... *.et.* Dico a (fol. 29 recto, lin. 17-22; pag. 48, lin. 41-48 — pag. 49, lin. 1-4).

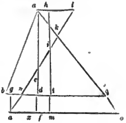


a catheto *.ad.* .... et copuletur *.em.*; a (fol. 29 recto, lin. 33-35 e margine inferiore esterno; pag. 49, lin. 13-16).

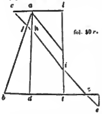
fol. 29 v.



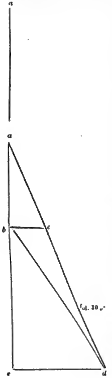
a ita .9. est .... .47. ad tertiam a (fol. 29 verso, lin. 6-13 e 14; pag. 49, lin. 21-38).



* Quare equidistans . . . . remanet .ha. $\frac{3}{4}$ 2. » (fol. 29 verso, lin. 28-35; pag. 49, lin. 42, 43 — pag. 50, lin. 1-6).



* .d. ad punctum .... Sed proportio » (fol. 30 recto, lin. 8-35 e margine inferiore esterno; pag. 50, lin. 12-39).



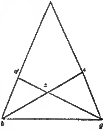
scire sectiones linearum *.gb.* et *.ad.*, nec non et *.ab.* Emictatur quidem linea *.ef.* in puncto *.c.*, et linea *.ti.* in puncto *.l.*; et copuletur *.cal.*; et sit equidistans linee *.bg.*; eritque ut *.eg.* ad *.ti.*, ita *.gz.* ad *.zt.* Quare erit sicut *.eg.* et *.ti.* ad *.ti.*, hoc est sicut .5. ad .3., ita *.gt.* ad *.zt.*: ergo *.zt.* erit $\frac{2}{5}$ 2., cum *.gt.* sit .4. Item est sicut *.ti.* ad *.il.*, ita *.zt.* ad *.tc.* Quare *.lc.* est $\frac{1}{5}$ 7; de qua dempta *.la.*, remanet *.ac.* $\frac{1}{5}$2. Item est sicut *.td.* ad se et ad *.ac*, ita *.dh.* ad *.da.* Quare *.dh.* est $\frac{1}{4}$ 9, remanet *.ha.* $\frac{3}{4}$ 2. | Rursus quia est sicut *.zb.* ad se et ad *.ac.*, ita *.bf.* ad *.ba.*; erit ergo *.bf.* $\frac{8}{13}$ 11; reliqua *.fa.* erit $\frac{10}{13}$ 1.

In trigono orthogonio notorum laterum protrahatur extra trigonum latus subtendens angulum rectum per longitudinem notam; et á termino ipsius linee ad angulum rectum recta producatur, erit etiam ipsa linea nota. Exempli causa: sit trigonum orthogonium *.abc.* notorum laterum, habens angulum *.abc.* rectum; et emittatur latus *.ac.* extra trigonum in punto *.d.*; et sit tota *.ad.* nota; et á puncto *.d.* ad punctum *.b.* protrahatur recta *.bd.* Dico, lineam *.db.* notam esse; quod sic probatur. Protraham rectam *.ab.* secundum rectitudinem in infinitum per punctum *.e.*; et per punctum *.d.* protraham rectam *.de.* equedistantem linee *.bc.*; et erit angulus *.aed.* rectus; cum sit equalis angulo *.abc.*: quia cum in duabus rectis equidistantibus recta incidit, erit interior angulus equalis exteriori et opposito. Nam in equidistantibus *.bc.* et *.ed.* recta incidit *.ae.*; quare angulus *.aed.* equalis est angulo *.abc.* . propter eadem ergo et angulus *.ade.* equalis angulo *.acb.*; et angulus qui ad *.a.* est comunis. Quare trigona *.abc.* et *.aed.* equiangula sunt, et sibi inuicem similia.

Similia uero trigona circa equales angulos latera habent proportionalia. Quare est sicut *.ac.* ad *.cb.*, ita *.ad.* ad *.de.*: permutatim ergo erit sicut *.ad.* nota ad *.ac.* notam, ita *.ed.* ad *.bc.* notam. Quare recta *.ed.* erit nota. Similiter est sicut *.ad.* ad *.ac.*, ita *.ae.* ad *.ab.* notam. Quare recta *.ae.* erit nota: de qua si auferatur recta *.ab.* nota, remanebit recta *.be.* nota; cuius quadratum si addatur cum quadrato linee *.de.*, egredietur quadratum linee *.bd.* notum: et sic ostenditur, lineam *.bd.* esse notam, ut predixi. Ex hac quidem figura egreditur solutio subscriptę questionis mihi proposita á quodam ueronense. qui proposuit, arborem quamdam erectam esse prope ripam cuiusdam fluminis; et fuit longitudo arboris peduum .40.: quam longitudinem pono lineam *.bg.*; et spatium, quod erat á pede arboris usque ad flumen, posuit esse pedum .5.; quod spatium posui lineam *.bc.*; et fuit in arbore *.bg.* acceptus punctus quidam *.a.*; et fuit *.ba.* 10. pedum; et in puncto *.a.* secta fuit arbor, et cecidit superior pars *.ag.*, que erat .30. pedum super lineam *.ad.* tangens punctum *.c.*; et fuit linea *.ad.* 30.: petijt quanta esset quantitas lineę *.db.* egredientis á puncto summitatis arboris usque ad punctum pedis ipsius. Vnde cum uellem hanc questionem soluere, intellexi figuram suprascriptam; et aggregaui quadrata linearum *.ba.* et *.bc.*, hoc est .100. et .25., et habui .125. pro quadrato linee *.ac.*: et quia erat sicut *.ad.* ad *.ac.*, ita *.ed.* ad *.bc.*, fuit sicut quadratum linee *.ad.* ad quadratum linee *.ac.*, hoc est sicut .900. ad .125., ita quadratum linee *.ed.* ad quadratum linee *.bc.*, quod est .25. Sed proportio | de .900. ad .125. est in minimis numeris sicut .36. ad .5.; ergo est sicut .36. ad .5., ita quadratum linee *.ed.* ad .25.: permutatim ergo fuit .36. ad quadratum linee *.ed.*, sicut .5. ad .25. Sed .5. de .25. est quinta pars; quare .36. fuit $\frac{1}{5}$. quadrati linee *.ed.* Quare multiplicaui .36. per .5., et habui .180. pro quadrato linee *.ed.*: quod quadratum extraxi ex quadrato linee *.ad.*, scilicet de

.900., remanserunt .720. pro quadrato linee *.ae.*: vel aliter quia est sicut *.ad.* ad *.ac.*, ita *.ae.* ad *.ab.*: fuit ergo sicut .36. ad .5., ita quadratum linee *.ea.* ad quadratum linee *.ba.*, hoc est ad .100.: quare permutatim est sicut .5. ad .100., ita .36. ad quadratum linee *.ae.* Quare multiplicanda sunt .30. per .20.; quia .5. sunt $\frac{1}{20}$. de .100.; et habentur similiter .720. pro quadrato linee *.ae.*; ergo *.ae.* fuit radix de .720.: de qua extraxi lineam *.ab.*, que est .10., remansit mihi radix de .720. minus .10. pro linea *.eb.* : quam multiplicaui in se, et habui .820. minus radice de .288000. pro quadrato linee *.eb.*; cui addidi quadratum linee *.ed.*, quod est .180., et babui .1000. minus radice de .288000. pro quadrato linee *.bd.* Quare *.bd.* est radix de .1000. minus radice de .288000. Et ut bec reducerem ad numerum ratiocinatum, accepi radicem de .288000., quam inueni esse $\frac{2}{3}$ 536. minus $\frac{1}{96}$.; quam etiam extraxi de .1000., remanserunt $\frac{11}{32}$ 463.: de quibus etiam accepi radicem, et habui $\frac{1}{2}$ 21., et unam quadragesimam unius pedis pro quantitate linee *.bd.* Nec etiam pretermictendum est demonstrare uiam habendi quadratum lineę *.eb.*, que recisum uel abscisio, seu residuum nuncupatur; cum sit differentia, que est inter duas lineas potentia solum commensurabiles, scilicet inter *.ae.* et *.ab.* rectas; quarum *.ae.* est radix numeri ratiocinati, scilicet de .720., et *.ab.*, que est .10., est numerus. Et quoniam recta *.ae.* diuisa est in duo in puncto *.b.* Quadrata linearum *.ae.* et *.ab.* equantur duplo multiplicationis *.ab.* in *.ae.*, et quadrato linee *.eb.*, ut superius demonstratum est : ergo si ex quadratis linearum *.ae.* et *.ab.*, scilicet ex .720. et ex .100., hoc est de .820. auferatur duplum multiplicationis ex *.ab.* in *.ae.*; quod duplum est equale .20. radicibus de .720.; que etiam equantur uni radici numeri prouenientis ex multiplicatione quadrati de .20., hoc est de .400. in .720.; et qui numerus est .288000., remanebunt .820. minus radice de .288000., ut superius demonstraui. Rvrsus si in trigono *.abg.* ab angulis *.gb.* egrediantur recte *.be.* et *.gd.* se inuicem secantes super punctum .z.; et sit nota proportio ex *.ge.* ad *.ea.*, et ex *.bd.* ad *.da.* , erunt utique note proportiones *.bz.* ad *.ze.* et *.gz.* ad *.zd.* Sed antequam bec demonstrare possimus, oportet nos tractare de compositione proportionum ex duabus, uel pluribus proportionibus. Nam illa proportio composita dicitur, que prouenit ex multiplicatione omnium antecedentium ad multiplicatum omnium consequentium duarum, uel plurium proportionum. Verbi gratia: ex proportione, quam habent .2. ad .3., et ex ea quam habent .4. ad .5 componitur proportio ex .8. ad .15.; cum ex multiplicatione de .2. in .4. prouenient .8.; ex .3. in .5. uenient .15. Item ex proportione quam babent .2. ad .3. et .4. ad .5. et .6. ad .7. componitur | proportio quam babent .48. ad .105.: cum ex multiplicato omnium antecedentium prouenient .48, scilicet ex 2. in .4. productam in .6.; et ex multiplicato consequentium, scilicet ex .3. in .5. ducto in .7., ueniunt .105.; sed proportio de .48. ad .105. est illa in minimis numeris, quam habent .16. ad .35. Et est intellectus talis compositionis, quod inter .16. et .35. cadunt tres numeri in proportionibus suprascriptis, uidelicet sicut .2. ad .3., ita .16. ad .24.; et sicut .4. ad .5., ita .24. ad .30.; et sicut .6. ad .7., ita .30. ad .35. Ex bis enim procedit compositio proportionis duarum quantitatum, uel duorum numerorum: cum inter ipsas quantitates eiciatur quantitas aliqua, erit tunc proportio prime quantitatis ad secundam composita ex proportione, quam babet prima quantitas ad eiectam, et ex ea quam habet quantitas eiecta ad secundam. Cuius exemplum ponamus in numeris: sint .7. eiecta inter .3. et .10. Dico quod proportio de .3. ad .10. componitur ex ea quam habet .3. ad .7., et ea quam

« uni radici . . . . prouenient .8. » (fol. 30 *verso*, lin. 23-34; pag. 51, lin. 21-31).



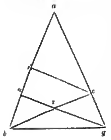
fol. 31 *recto*.

habent .7. ad .10. Nam multiplicatio ex antecedentibus ad multiplicatum ex consequentibus fit sicut .5. ad .10,; quam si multiplicauerimus insimul antecedentes, scilicet .3. per .7., prouenient .21.: et si multiplicauerimus insimul consequentes, scilicet .7. per .10., prouenient .70.: proportio quidem de .21. ad .70. est proportio septimę partis de .21. ad septimam partem de .70.; et est illa quam habent .3 ad 10., ut diximus. Similiter inter duas quantitates possunt eici due, uel plures quantitates; et erit proportio ipsarum duarum quantitatum composita ex ipsis proportionibus: ut si inter .3. et. 10 eiciantur .5 et .6 et .7., erit proportio de .3. ad .10. composita ex proportione, quam habent .3. ad .5., et ex eis quam habent .5. ad .6., et .6. ad .7., et .7. ad .10.

His optime intellectis, oportet nos etiam demonstrare, quomodo et ex proportione data extrahatur proportio aliqua: ut si uolueris ex proportione quam habent .7. ad .8., extrahere proportionem quam habent .6. ad .5.; multiplicabis antecedens proportionis, de qua extrahenda est proportio, per consequens proportionis extrahendę, scilicet .7. per .5., prouenient .35. pro antecedente proportionis residuę: et multiplicabis antecedens extrahendę proportionis per consequens, de qua extrahitur proportio, scilicet .6. per .8., erunt pro consequente residuę questionis: ergo si ex proportione quam habent .7. ad .8. auferatur proportio de .6. ad .5., remanebit utique proportio de .35. ad .48. Vnde si addiderimus proportiones quam habent 6 ad 5, et 35 ad 48, proueniet proportio quam habent .210. ad .240.; et est ipsa eadem quam habet trigesima pars unius ad trigesimam partem alterius, scilicet .7. ad .8. His itaque intellectis, oportet nos ostendere, antequam redeamus ad propositum, quomodo proportio quam habet in suprascripto trigono *.abg.* recta *.ga.* ad *.ea.* componatur ex proportione, quam habet tota reflexa *.gd.* ad partem suam *.zd.*, et ex proportione quam habet *.bz.* ad *.be.*; et est ista demonstratio, que uocatur cata coniunctum: a puncto quidem *.e.* protrahatur recta *.ei.* equidistans linee *.gd.*, ut in hac alia ostenditur figura; et erit trigonum *.aie.* simile trigono *.adg.* Quare | erit sicut *.ga.* ad *.ae.*, ita *.gd.* ad *.ei.*: eiciatur itaque recta *.zd.* inter *.gd.* et *.ei.*; et erit per ea, que supra diximus, proportio *.gd.* ad *.ei.* composita ex proportione *.gd.* ad *.dz.* et ex *.dz.* ad *.ei.* Sed proportio *.zd.* ad *.ei.* est sicut proportio *.bz.* ad *.be.*, cum simile sit trigonum *.bzd.* trigono *.bei.*, cum *.zd.* equidistet recte *.ei.*: ergo proportio *.gd.* ad *.ei.* componitur ex proportione *.gd.* ad *.dz.* et *.bz.* ad *.be.* Sed proportio *.gd.* ad *.ei.* est sicut proportio *.ga.* ad *.ae.*; ergo proportio *.ga.* ad *.ae.* componitur, ut diximus, ex proportione *.gd.* ad *.dz.* ex *.bz.* ad *.be.* Dico iterum quod proportio *.ga.* ad *.ae.* componitur ex proportione *.gd.* reflexa ad reflexam *.be.*, et ex ea quam habet *.bz.* ad *.zd.*; quoniam equalis est proportio *.gd.* ad *.ei.* proportioni *.ga.* ad *.ae.* Si inter proportionem quam habet *.gd.* ad *.ei.* eiciatur recta *.be.*, erit proportio recte *.ga.* ad *.ae.* composita ex proportione quam habet *gd.* ad *.be.*, et *.be.* ad *.ei.* Sed proportio *.be.* ad *.ei.* est sicut proportio *.bz.* ad *.zd.*; ergo proportio *.ga.* ad *.ae.* componitur ex proportione *.gd.* ad *.be.*, et ex *.bz.* ad *.zd.*; quod oportebat ostendere.

fol. 31 *verso*.

* .gd. ad .dz. . . . . ad .ei. Sed * (fol. 31 *verso*, lin. 3-12, pag. 52, lin. 27-36).

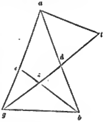


Nam semper contingit, cum aliqua proportio composita fuerit ex duabus proportionibus, erit etiam ipsa eadem proportio composita ex proportione antecedentium ad permutatos consequentes. Verbi gratia: proportio de .8. ad .15. est composita ex proportione quam habet .2. ad .3., et .4. ad .5.; erit etiam proportio de .8. ad .15. composita ex permutatis proportionibus, sicut ex ea quam habet .2. ad .5., et ex ea quam habet

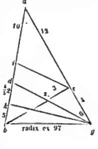
.4. ad .3.; quia multiplicatio de .3. in .5. equa est multiplicationi de .5. in .3.; et sunt .3. et .5. in utraque compositione consequentes; et .2. et .4. sunt antecedentes. Simili quoque modo ostendetur, quod proportio *.ba.* ad *.ad.* componitur ex proportione *.be.* ad *.ez.*; et ex ea quam habet *.gz.* ad *.gd.*: si protraxerimus infra trigonum a puncto *.d.* lineam equidistantem linee *.be.*; et sic ex proportione quam habet *.ga.* ad *.ae.* ostensa est una concubinatio compositarum proportionum. Rursus dico, quod proportio *.bd.* ad *.da.* componitur ex proportione *.bz.* ad *.ze.*, et ex proportione *.ge.* ad *.ga.*; quod sic probatur: a puncto quidem *.a.* protrahatur recta *.at.* equidistans linee *.be.*, ut in hac alia cernitur figura, que cata dicitur disiunctum; et emictatur recta *.gd.* usque ad punctum *.t.*; et quia equidistantes sunt recte *.at.* et *.zb.*; et in eis incidit recta *.ab.*, equalis est angulus, qui sub *.tad.* angulo, qui sub *.dbz.*: propter eadem et angulus qui sub *.atd.* equalis est angulo, qui sub *.dzb.*; et anguli qui ad *.d.* cum sint a uertice sibi inuicem sunt equales: ergo equiangula sunt trigona *.atd.* et *.dbz.*, et circa equales angulos habent latera proportionalia: quare erit sicut *.db.* ad *.bz.*, ita *.da.* ad *.at.*: permutatim ergo erit sicut *.bd.* ad *.da.*, ita *.bz.* ad *.at.*: eiciamus ergo rectam *.ze.* inter *.zb.* et *.at.*; erit tunc proportio *.bz.* ad *.at.* , hoc est proportio *.bd.* ad *.da.* composita ex proportione, quam habet *.bz.* | ad *.ze.*, et ex ea quam habet *.ze.* ad *.at.*, hoc est *.ge.* ad *.ga.*; cum simile sit trigonum *.gez.* trigono *.gat.*: ergo proportio *.bd.* ad *.da.* componitur ex proportione *.bz.* ad *.ze.*, et *.ge.* ad *.ga.* Vel proportio *.bd.* ad *.da.* componitur ex proportione *.bz.* ad *.ga.*, et ex proportione *.ge.* ad *.ez.*; quod sic ostenditur: inter *.bz.* et *.at.* eiciatur recta *.ga.*, erit proportio quidem *.bz.* ad *.at.* composita ex proportione *.bz.* ad *.ga.*, et ex proportione *.ga.* ad *.at.* Sed proportio *.ga.* ad *.at.* est sicut proportio *.ge.* ad *.ez.*; ergo proportio *.bz.* ad *.at.*, hoc proportio *.bd.* ad *.db.* componitur ex proportione *.bz.* ad *.ga.*, et ex proportione *.ge.* ad *.ez.*; quod oportebat ostendere. Et sic ostensa est una combinatio compositionis proportionis *.bd.* ad *.da.* Similiter ostendetur, quod proportio *.ge.* ad *.ea.* componitur ex proportione *.gz.* ad *.zd.*, et ex proportione *.bd.* ad *.ba.*: si protraxerimus a puncto *.a.* equidistantem linee *.gd.*, et copulauerimus eam cum linea *.be.* NVNC reuertamur ad propositum; et ostendam, quod si proportiones *.ge.* ad *.ea.* , et *.bd.* ad *.da.* fuerint note; eruntque utique proportiones *.bz.* ad *.ze.* et *.gz.* ad *.zd.* note. Cum itaque proportio quam habet *.ge.* ad *.ea.* nota componatur ex proportione quam habet *.gz.* ad *.zd.*, et ex proportione quam habet *.bd.* ad *.ba.* Si ex proportione quam habet *.ge.* ad *.ea.* auferatur proportio *.bd.* ad *.ba.*, que est nota, remanebit nota proportio *.gz.* ad *.zd.* Similiter si ex proportione quam habet *.bd.* ad *.da.* auferatur proportio *.ge.* ad *.ga..*, remanebit nota proportio *.bz.* ad *.ze.*: que omnia ut clarius uideantur, ponamus lineam *.ag.* esse 16, et lineam *.ab.* esse .15.; et sit *.ge.* tertia pars ex *.ea.*; et *.bd.* sit dimidium ex *.da.*; erit ergo proportio *.ge.* ad *.ea.* sicut 1 ad 3: de qua si extrahatur proportio *.bd.* ad *.ba.*, scilicet ea quam habet 1 ad 3, remanebit proportio *.gz.* ad *.zd.*, sicut .3. ad .3.; quare equalis est recta *.gz.* recte *.zd.*; et sic proportio *.gz .zd.* inuenta est nota. Similiter si ex proportione quam habet .1. ad .2., scilicet *.bd.* ad *.da.*, extraxerimus proportionem quam habet .1. ad .4., scilicet *.ge.* ad *.ga.*, remanebit proportio, quam habet .2. ad .1., proportione *.bz.* ad *.ze.* Et quamuis proportiones sectionum reflexarum sint note, tamen longitudines ipsarum reflexarum habere non possumus nisi per basis notitiam; quam ponamus esse radicem de .97.; et studeamus super latus

fol. 32 recto.

« ad .ze., ..., et ex proportione » (fol. 32 recto, lin. 3-10 e 11; pag. 53, lin. 19-26).

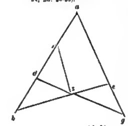


« inuenta est ...., quod est .16. » (fol. 32 recto, lin. 24-32; pag. 53, lin. 39-43 — pag. 54, lin. 1-4).



.*ag*. inuenire casum perpendicularis cadentis super eam ab angulo .*b*.; et inueniemus ipsum esse, per ea que demonstrata sunt inuentione casuum, punctum .*e*.; quare recta .*be*. cathetus est super rectam .*ag*. Orthogonia ergo sunt trigona .*beg*. et .*eba*.: quare si quadratum lateris .*eg*., quod est .16., auferatur ex quadrato linee .*bg*., scilicet de .97., remanebunt .81. pro quadrato linee .*be*.; quare recta .*be*. est .9.: et quia .*bz*. ad .*ze*. est sicut .2. ad .1.; si coniungerimus proportionem .*bz*. ad .*ze*., inueniemus ipsam sicut .3. ad .1. Quare | recta .*be*. tripla est recte .*ze*.: quare cum .*be*. sit .9., erit .*ze*. 3, et .*zb*. erit .6. fol. 32 *verso*. Item ut inueniamus longitudinem recte .*gd*. , faciemus cadere cathetum a puncto .*g*. super lineam .*ab*., que sit linea .*gk*.; et erit notus casus .*bk*. per ea que demonstrauimus in inuentione casuum: quare .*kd*. remanebit nota, et erit $\frac{4}{5}$ 2.: unde si ex quadrato linee .*gb*. extraxerimus quadratum linee .*bk*., que est $\frac{1}{5}$ 2., remanebunt pro quadrato linee .*gk*. $\frac{4}{25}$ 92.; quibus si addiderimus quadratum linee .*dk*., scilicet .8. minus $\frac{4}{25}$., uenient .100. pro quadrato linee .*gd*.; ergo linea .*gd*. est .10.: quare quelibet rectarum .*gz*. *zd*. est .5., cum ambe sibi inuicem inuente sint equales. Iterum sine base reiteretur figura trigoni supradicti, dico quod proportio .*gd*. ad .*dz*. componitur ex duabus proportionibus linearum .*ga*. ad .*ae*., et .*be*. ad .*zb*.; quod sic probatur. In puncto quidem .*z*. protraham lineam .*zi*. equidistantem linee .*ga*.; et erit trigonum .*d.z.i*. simile trigonô .*dga*.; quare proportionaliter est sicut .*gd*. ad .*dz*., ita .*ga*. ad .*zi*. : et eiciatur .*ae*. inter .*ga*. et .*zi*.; et erit proportio .*ga*. ad .*zi*. composita ex proportione .*ga*. ad .*ae*., et ex .*ae*. ad .*iz*. Sed proportio .*ea*. ad .*zi*. est sicut proportio .*eb*. ad .*bz*., cum simile sit trigonum .*bzi*. trigono .*bea*.; ergo proportio .*ga*. ad .*zi*., hoc est proportio .*gd*. ad .*dz*., componitur ex proportione .*ga*. ad .*ae*. , et ex proportione .*eb*. ad .*bz*. ; quod oportebat ostendere. Ex hoc ergo manifestum est , quod quando proportio duarum quantitatum componatur ex proportione tertię quantitatis ad quartam, et ex proportione quintę quantitatis ad sextam; tunc proportio tertię quantitatis ad quartam erit composita ex proportione primę quantitatis ad secundam, et sextę ad quintam : fuit enim proportio primę quantitatis .*ag*. ad secundam .*ae*. composita ex duabus proportionibus, scilicet ex ea quam habet tertia quantitas .*gd*. ad quartam .*zd*., et ex proportione quintę .*bz*. ad sextam .*be*.: modo inuenimus, proportionem tertię quantitatis .*gd*. ad quartam .*zd*. compositam esse ex proportione primę quantitatis .*ga*. ad secundam .*ae*., et ex proportione sextę quantitatis .*be*. ad quintam .*bz*. Ostendam* rursus in eadem figura, quod proportio .*gd*. ad .*dz*. componitur ex proportione .*ga*. ad .*zb*. , et ex proportione quam habet .*be*. ad .*ae*. ; quod sic probatur : est enim sicut .*gd*. ad .*dz*., ita .*ga*. ad .*zi*.: adiaceat quidem recta .*zb*. inter .*ea*. et .*zi*.; et erit proportio .*ga*. ad .*zi*. composita ex .*ga*. ad .*zb*., et ex .*zb*. ad .*zi*. : si proportio .*bz*. ad .*zi*. est sicut proportio .*be*. ad .*ea*.; ergo proportio .*ga*. ad .*zi*., scilicet proportio .*gd*. ad .*dz*. componitur ex proportione .*ga*. ad .*bz*., et ex proportione .*be*. ad .*ea*., ut prediximus: et sic in hac figura ostensa est alia combinatio proportionum . Sunt enim decem et octo combinationes proportionum , que ostendi possunt in hac figura cata , et quas etiam in libro meo in regula baracti demonstraui. Sed quia ex his | colligitur tantum fol. 33 *recto*. scientia habendi notitiam alicuius ignotę quantitatis per notitiam quinque quantitatum notarum; ex quibus sex quantitatibus proportio unius ad aliam componatur ex duabus proportionibus reliquarum quatuor quantitatum, non curo reliquas combinationes osten-

* .*ga*. ad secundam ..., hac figura » (fol. 32 *verso*, lin. 26-34 ; pag. 54, lin. 30-35).



dere. Sed qualiter ad notitiam quantitatis ignotę per quinque quantitates notas uenire debeamus, ex ordine cum suprascriptis numeris demonstrare curaui. Sit itaque proportio primę quantitatis .*a*. ad secundam .*b*. composita ex proportione tertię quantitatis .*g*. ad quartam .*d*., et ex proportione quintę quantitatis .*e*. ad sextam .*z*.; et sit ignota quantitas .*a*.: et quia proportio .*a*. ad .*b*. prouenit ex proportione multiplicati antecedentium duarum reliquarum proportionum ad multiplicatum duarum consequentium earumdem, erit multiplicatio multiplicati ipsarum antecedentium in quantitatem .*b*. equalis multiplicationi ipsarum consequentium in quantitatem .*a*. Quare si multiplicauerimus multiplicationem ex .*e*. in .*g*., que sunt quantitates antecedentes, per quantitatem .*b*.; et diuiserimus summam per factum ex multiplicatione .*d*. in .*z*., que sunt consequentes, prouenit utique quantitas .*a*. nota. Verbi gratia: sit .*a*. .16., et .*b*. sit .12., et .*g*. sit .10., et .*d*. sit .5., et .*e*. sit .6., et .*z*. sit .9.; et multiplicentur .6. per .10., scilicet .*e*. in .*g*., uenient .60.; quibus ductis in .6., scilicet in .12., prouenient .720. Similiter si multiplicauerimus .9. per .5.; quod totum per .16., prouenient .720.* ergo cum equalis sit multiplicatio ex .*e*. in .*g*. ducta .*b*. multiplicationi .*z*. in .*d*. ducta in .*a*.; si multiplicationem ex .*z*. in .*d*. diuiserimus factum ex multiplicatione ex .*e*. in .*g*. ducta in .*b*., scilicet .720. per .45., prouenient utique .16. pro quantitate .*a*. Sed si quantitas .*b*. ignota; et relique quinque quantitates sint note; diuiserimus .720., que proueniunt ex .9. multiplicatis in .5.; quod totum in .16. per .60., que proueniunt ex .6. moltiplicatis in .10., prouenient .12. pro quantitate .*b*. Sed sit ignota quantitas .9.; diuidemus iterum .720., que proueniunt ex .*a*. in .*d*. et in .*z*. per factum ex .*b*. in .*e*., scilicet per .72., prouenient .10. pro quantitate .*g*. Sed sit ignota tantum quantitas .*d*.; diuidemus iterum .720., que proueniunt ex .*e*. ducta in .*g*.; quod totum in .*b*. per factum ex .*a*. in .*z*., scilicet .144., prouenient .5. pro quantitate .*d*.

* ad quartam .*d*. .... sit .5., et .*e*. * (fol. 33 *recto*, lin. 3-15, pag. 55, lin. 4-12).

prima.	tertia.	quinta
16.	10.	6
a	g	e
secta	quarta	sexta
.12.	5.	9
b	d	z

Rursus sit tantum ignota quantitas .*e*.; diuidemus iterum .720. que proueniunt ex .*z*. in .*d*. et in .*a*. per factum ex quantitatibus .*bg*., scilicet per .126., prouenient .*b*. pro quantitate .*e*. Ad ultimum sit ignota quantitas .*z*.; et relique quantitates sint note; diuidentur iterum .720., que proueniunt ex .*e*. in .*g*. ducta in .*b*. per factum ex .*a*. in .*d*., scilicet per .80., prouenient .9. pro quantitate .*z*. Et notandum, quod quantitates .*adz*. uocantur societates prime. Relique uero tres quantitates, scilicet .*bge*., uocantur societates secunde. Componitur quidem proportio unius cuiuscumque quantitatis prime societatis ad unamquamque secundę ex duabus | proportionibus reliquarum quatuor quantitatum, secundum unam combinationem, uidelicet proportio quantitatis .*a*., que est ex societate quantitatis primę ad quantitatem .*b*., que est ex societate secunde componitur ex duabus proportionibus reliquarum quatuor quantitatem, scilicet ex proportione, quam habet .*g*. ad .*d*., et ex ea quam habet .*e*. ad .*z*., secundom quod demonstratum est: uel componitur proportio .*a*. ad .*b*. ex proportione quam habet .*g*. ad .*z*., et .*e*. ad .*d*. Item componitur proportio quantitatis .*a*. ad quantitatem .*z*. ex proportionibus .*b*. ad .*d*. et .*e*. ad .*z*. Vel ex proportione quam habet .*b*. ad .*z*. et .*e*. ad .*d*. Componitur etiam proportio quantitatis .*a*. ad quantitatem .*e*. ex proportionibus .*b*. ad .*z*. et .*g*. ad .*d*., uel ex proportionibus .*b*. ad .*d*. et .*g*. ad .*z*. Simili quoque modo componitur proportio quantitatum .*dz*., que sunt ex societate prime ad tres quantitates reliquas ex proportionibus quatuor reliquarum quantitatum; et sic sunt nouem

fol. 33 *verso*.

proportiones composite ex tribus quantitatibus societatis primę ad tres quantitates societatis secundę: eodemque modo egredientur alie nouem compositiones proportionis ex quantitatibus societatis secundę ad tres societates quantitatis primę; et quelibet ipsarum compositionum proueniet combinata; et sic erunt inter omnes decem et octo combinationes proportionum in ipsis sex quantitatibus: et quanuis muteutur proportiones, tantum non uocantur societates predicte: quare multiplicatum unius cuiusque societatis erit 720, ut superius inuenimus; et est illud quod procedit ex antecedente composite proportionis in consequentes compositionum. Non enim aliqua ex sex quantitatibus predictis proportionem compositam habere poterit ad aliquam ex sua societate ex proportione reliquarum quatuor quantitatum, uidelicet proportio quantitatis *.a.* ad quantitatem *.d.*, uel ad quantitatem *.z.* componi non potest ex proportionibus reliquarum quatuor quantitatum; nec etiam proportio quantitatis *.d.* ad quantitatem *.z.*; uel ad quantitatem *.z.* componitur; neque proportio quantitatis *.z.* ad quantitatem *.d.a.* componi poterunt ex reliquis quatuor quantitatibus.

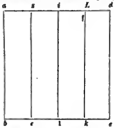
Similiter non componetur proportio quantitatum *.b.g.e.* inter se, cum sint unius societatis; et sic erunt duodecim proportiones in bis sex quantitatibus, que non componentur ex duabus proportionibus reliquarum quatuor quantitatum. His itaque explicatis, ueniamus ad mentionem quadrilaterorum camporum.

Incipit pars secunda tertię distinctionis
de mensuratione quadrilaterorum.

Aree quidem camporum quadrilaterorum rectos angulos habentium colliguntur, secundum quod superius in alia distinctione docuimus. Qui cum habent latera equalia, multiplicatur unum ex lateribus in se; et cum habent latera inequalia, multiplicautur |
fol. 34 recto. longitudines ipsorum per latitudines; et sic habemus embadum ipsorum. Reliqua uero quadrilatera in quatuor differentias diuiduntur; in prima quarum sunt rumbi, in secunda rumboides, in tertia capita abscissa, que duo tantum latera habent equidistantia; in quarta sunt diuersilatera, quorum nullum laterum reliquis equidistat; quorum omnium mensurationes aperte in suo loco monstrabuntur. Sed antequam ad dimensiones ipsorum quadrilaterorum ueniamus, quedam super prescriptis quadrilateribus, que ad notitiam huius artis animum introducunt, proposui demonstrare. Que pertinent ad solutionem sex regularum, que ueniunt ex tribus essentijs, que sunt in numeris. Sunt enim numeri et fractiones eorum, aut radices quadratorum, aut quadrati, aut numeri simplices. Quando numeri in se multiplicantur radices dicuntur facti ex multiplicatione quadrati, seu census appellantur. Cum autem numeri non habent respectum ad radices uel ad quadratos numeros, tunc simpliciter numeri uocantur. Quare secundum hanc distinctionem omnis numerus est quandoque radix, uel quadratus, uel simplex. Nam ex his tribus essentijs tres regule simplices, totidemque composite proueniunt. Simplices enim sunt quando in questionibus arithmeticis uel geometricis inueniuntur, radices equari quadratis, uel numero quadrati, uel partes unius quadrati equari radicibus, uel numero. Vel cum numerus equatur radicibus, uel quadratis et econuerso. Composite quidem sunt quando inueniuntur, radices equari quadratis et numero, uel quadrati radicibus et numero, aut numerus radicibus et censibus. Quadratum autem quod radicibus equatur est ac si dicas. Quadratum equatur quatuor radicibus; radix ergo

quadrati est .4.; et quadratum est .16., hoc est latus superficiei quadrate et equilatere et equiangule est .4.; et eius embadum est .16. Nam quot unitates sunt in unoquoque laterum ipsius, tot radices in eius embado continentur, ut in hoc quadrilatero .*abcd*. ostenditur, quod habet in unoquoque laterum perticas .4. Quare embadum eius equatur quatuor radicibus, quarum una est quadrilaterum .*ae*.; secunda .*zt*.; tertia .*ik*.; quarta quadrilaterum .*lk.cd*.: et si latus quadrati fuerit .5., equabitur radicibus; et erit quadratum .25. Et cum dicitur: quatuor quadrati equantur .24. radicibus, tunc unum quadratum equatur sex radicibus; et unaqueque radix est .6., et quadratus est .36.: et cum dicitur: medietas quadrati, siue census equatur quatuor radicibus, tunc census equabitur .8. radicibus; et erit census .64., et radix eius erit .8. Item quinta pars quadrati equatur tribus radicibus; ergo quadratum, scilicet embadum eius, equatur .15. radicibus. Quare embadum est .225., et latus quadrati est .15. Similiter quoque quod fuerit maius quadrato |

¹ quadrato » (fol. 34 recto, lin. ult. margine inferiore interno ad externo; pag. 57, lin. 12).



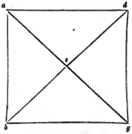
aut minus, ad unum reducendum est quadratum. Et eodem modo fit quando radices equantur censibus, inueniende sunt radices, que equantur uni censui. Item quando dicitur: quadratum equatur numero, ut dicamus perticis .36.; tunc embadum est .36., et eius latus est .6.: et cum quinque quadrata equentur .125., tunc quadratum est .25., et eius radix est .25.: uel cum quarta pars quadrati equetur secundum arithmetricam dragmis .16.; tunc census, scilicet quadratum, erit .64., et eius radix est .8.

fol. 34 verso.

Similiter omnis census augmentatus et diminutus ad unum reducendus est censum. Et eodem modo fit quando numerus equatur censibus. Radices uero que numeris equantur, est sicut si dicas: radix equatur quatuor; ergo radix est .4.; et census qui est ex ea est .16.: et sicut si dicas: sex radices equantur .30.; una igitur radix equatur .5.: et similiter si dicas: medietas radicis equatur .9.; ergo radix est .18.; et census qui est ex ea est .324. Radices siquidem, que equantur quadratis et numero sunt ac si dicas: .36. radices equantur tribus censibus et .105. dragmis; hoc .12. radices equantur uni censui, et dragmis .35.: et si dicas: .5. radices equantur dimidio censui, et dragmis .12.; hoc radices .10. equantur uni censui et .24. dragmis. Quadrata autem que equantur radicibus et numero sunt ac si dicas: tria quadrata equantur .12. radicibus et dragmis .36.; hoc unus census equatur .4. radicibus et .12. dragmis: et si dicas : quarta census equatur duabus radicibus et .12. dragmis; hoc est quadratus equatur octo radicibus et dragmis .48. Numerus quoque qui equatur quadratis et radicibus est ac si dicas: .78. dragme equantur duobus quadratis et .10. radicibus ; hoc est unum quadratum et .5. radices equantur 39. Et si dicas: .32 equantur dimidio quadrati et sex radicibus; hoc est unum

quadratum, et duodecim radices equantur .64. dragmis: et sic semper debemus questiones redigere ad unum censum; et secundum illud quod proportionaliter ceciderit reductio plurium quadratorum, uel partes unius quadratj ad unum quadratum in eadem proportione reducende sunt radices et numeri, qui cum quadratis, uel contra eos proponentur, ut ueniamus ad notitiam quadratorum et radicum eorum, ut in sequentibus ostendemus. Si in quadrato quidem .*abgd*., quod in singulis lateribus habet perticas .10., dyametrum eius .*ag*., vel .*bd*. habere desideras, ipsius embadum, scilicet .100., duplica, erunt .200.; quorum radicem accipe, et habebis longitudinem unius dyametrorum. Verbi gratia: quoniam rectus est angulus, qui sub .*abg*. orthogonium est est, trigonum .*abg*.; quare multiplicatio lateris .*ag*. in se, quod recto sub teuditur angulo, equatur duobus quadratis linearum .*ab*. et .*bg*. Sed quadratum lateris .*bg*. est embadum tetragoni .*abgd*.; et quadratum lateris .*ab*. equatur quadrato lateris .*bg*.; quare duo quadrata linearum .*ab*. et .*bg*. dupla sunt quadrato |

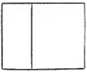
• quadrato lateris a (fol. 24 verso, lin. ultima, margine inferiore interno ed esterno; pag. 58, lin. 12-13).



fol. 25 recto.

lateris .*bg*. Sed quadratum dyametri .*ag*. equum est quadratis linearum .*ab*. et .*bg*.; ergo quadratum dyametri .*ag*. duplum est quadrati lateris .*bg*.; sed quadratum lateris .*bg*. est area tetragoni .*abgd*.; ergo quadratum lateris .*ag*. duplum est embado tetragoni .*abgd*.; quod oportebat ostendere.

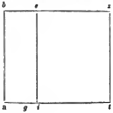
• dyametro .*bd*. ...... sunt recte a (fol. 25 recto, lin. 7-11, pag. 58, lin. 20-23).



Et est id in quo census equatur numero, scilicet embadum equatur 100. Quare duplum embadi, scilicet quadratum dyametri, erit 200. Dico iterum, dyametrum .*ag*. equum esse dyametro .*bd*.; quoniam recta .*bg*. equa est recte .*ad*. Si comuniter accipiatur recta .*ad*., erunt due recte .*ab*. et .*bg*. equales duabus rectis .*ba*. et .*ad*.; et angulus .*abg*. equalis est angulo .*bad*.: quare dyametrum .*ag*. equum est dyametro .*bd*. Dico iterum quod dyamitri .*ag*. et .*bd*. se se inuicem secant per equalia super punctum .*e*. Quoniam sibi inuicem equales sunt recte .*ad*. et .*bg*.; et in eorum terminis copulate sunt recte .*ab*. et .*gd*., que sibi inuicem equantur; erunt siquidem equidistantes recte .*ad*. et .*bg*.: et quoniam in eis recte incidunt .*bd*. et .*ag*., equatur quidem angulus .*adb*. angulo .*dbg*.; et angulus .*dag*. angulo .*agb*.; reliquus .*aed*. reliquo .*beg*. est equalis. Quare trigonum .*aed*. trigono .*beg*. equatur; et recta .*be*. recte .*ed*. est equalis. Similiter et recta .*ge*. recte .*ae*. est equalis; ergo per equalia sese secant dyametri .*ag*. et .*bd*.; que oportebant ostendere. Nam si dyameter tetragoni dati fuerit radix ducentorum; et ignoraueris embadum, nec non et eius latus, accipe dimidium de .200., erunt .100., que habeas pro embado; et earum radicem, scilicet .10., habebis pro

latere; hoc est duu quadrati equantur .200.: quare unum quadratum, scilicet embadum tetragonj, erit .100. Et si quadratum dyametri cum embadu tetragonj fiant .300.;ergo tres quadrati equautur .300.; quare tertia pars eorum, scilicet .100., erit embadum. Relique quidem .cc. habebuntur pro quadratu dyametri; et radix embadi erit latus tetragoni. Et si embadum et quatuor eius latera faciunt .cxl. ; et uis separare latera ab embado. Adiaceat tetragonum *.ezit.*, et addatur ei superficies *.ae.* rectiangula; et sit *.ai.* indirectu recte *.it.*, et *.be.* indirectu *.ez.*; et sit unaqueque rectarum *.be.* et *.ai.* 4. propter numerum laterum tetragouj; quare superficies *.ae.* equatur quatuor lateribus tetraguuj *.et.*, cum latus ipsius *.ei.* sit unum ex lateribus superficiei *.ae.*; et superficies quidem *.et.* contiuet embadum tetragonj *.zi.*, nec non et quatuor eius latera; ergo superficies *.za.* est .140.; et hoc est illud quod diximus, uidelicet census cum quatuor radicibus equantur .140.; et est census tetragunum *.et.*, quatuor eius radices sunt superficies *.ae.* Diuidatur quidem recta *.ai.* in duu equa super puuctum *.g.*; et quuniam linea *.ti.* addita est liuee *.ai.*, erit superficies rectiangula *.it.* in *.at.* cum quadrato linee *.gi.* equa tetragono linee *.gt.* Sed superficies *.it.* in *.at.* est sicut superficies *.zt.*| in *.at.*, cum *.it.* equa sit ex *.tz.* Ergo superficies *.zt.* iu *.at.* cum quadrato linee *.gi.* equatur quadrato liuee *.gt.* Sed *.zt.* in *.at.* est superficies *.za.*, que est .140.; quibus addito quadrato linee *.gi.*, scilicet .4., redduut .144. pro quadrato liuee *.gt.*; quare *.gt.* est .12., scilicet radix de .144. Quare si ex *.gt.* relinquatur *.gi.*, scilicet .2., remanebit *.it.* 10., quod est latus tetraguni *.et.*; cui embado, scilicet .100., si addatur quatuor eius latera, que sunt .40., erunt .140., ut oportet. Et sic fiat in omnibus questionibus, in quibus numerus equatur uni quadratu et radicibus, uidelicet super ipsum numerum addatur quadratum medietatis radicum, et summe radix inueniatur; ex qua tollatur medietas positarum radicum, remanebit radix quesiti census; que in se multiplicata faciet censum. Verbi gratia: dragme .133. equantur uni censui et duodecim radicibus. Quare si quadratum medietatis radicum, scilicet .36., addiderimus super .133., facient .169.; de quurum radice, scilicet de .13, extractis 6., scilicet medietas radicum, remanebunt .7. pro radice quesiti census; et census erit .49.

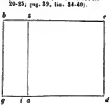
« tetragonj .zi. . . .. superficies. ae. » (fol. 35 recto, lin. 30-35; pag 59, lin. 10 15).



fol. 35 verso.

Item est tetragonum, ex cuius embado si tollantur quatuor eius latera, remanent 77. Adiaceat tetragonum *.bd.*, et sumatur punctus *.a.* in *.gd.* rectam; et sit *.ga.* 4. perticarum; et per punctum *.a.* producatur recta *.az.* equidistans ubilibet rectarum *.gb.* et *.de.*: et quoniam *.ga.* est .4. superficies *.ba.*; quatuor latera, scilicet .4. radices ex tetragono *.bd.* continere necesse est. Quare si de tetragunu *.bd.* extrahatur quadrilaterum *.ba.*, scilicet quatuor eius latera, remanebit superficies *.zd.* 77. Et quoniam due superficies *.ba.* et *.zd.* equantur tetraguno *.bd.*; ergu census equatur radicibus et numero, hoc est quadratus *.bd.* equatur .4. suis radicibus et .77. Diuidaturque *.ga.* in duu equa. Et quoniam recta *.ga.* diuisa est in duo equa super punctum *.i.*, et ei adiuncta est in directu recta *.ad.*, erit multiplicatio *.ad.* in *.gd.* cum quadratu liuee *.ai.* equalis quadrato linee *.di.* Sed multiplicatio *.ad.* in *.dg.* est sicut multiplicatio *.da.* in *.de.*; cum *.de.* equa sit linee *.dg.* Sed *.da.* in *.de.* est superficies *.zd.*, que est .77.; ergo *.da.* in *.de.* facit .77. : quibus si addatur quadratum linee *.ai.*, quod est .4., erunt .81. pro quadratu linee *.di.*, cuius radix, scilicet .9., est linea *.di.*: cui si addatur linea *.ig.*, habebitur .11. pro latere *.dg.* Quare embadum quadrati *.bd.* est undecies uudecim, sci-

« .77. Et quoniam due ...., est superficies .zd. » (fol. 35 verso, lin. 20-25; pag. 59, lin. 34-40).



licet .121.; et quatuor eius latera, scilicet superficies *.ba.*, est *.ba.* est .44., remanet superficies *.zd.* 7., ut oportebat. Et sic faciendum est in omnibus questionibus, in quibus quadratum equabitur radicibus et numero; uidelicet super numerum addatur quadratum medietatis radicum; et de summa collecta accipiatur radix, eique addatur medietas radicum; et sic habebitur radix quadrati, que in se multiplicata faciet quesitum quadratum: ut si proponatur quod census equatur decem radicibus et .39. dragmis, addatur quadratum quinque radicum, scilicet .25. super .39., erunt .64. ; super quorum

fol. 36 recto.

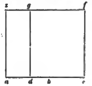
radice, scilicet super .8., | addatur medietas radicum, scilicet .5., et habebis .13. pro radice census; et census erit .169.; et eius decem radices sunt .130., que procreantur ex multiplicatione de .10 in 13. Item est tetragonum, cuius embadum si tollatur ex summa quatuor laterum ipsius, scilicet ex quatuor suis radicibus, remanebunt pertice .3. Adiaceat tetragonum *.ge.* habens in singulis lateribus minus de perticis .4.; et adiaceat *.de.* linea *.da.*; et sit tota *.ae.* 4; et diuidatur *.ae.* in duo equa super punctum *.b.*; et protrahatur recta *.az.* equidistans et equalis *.dg.*; et protrahatur *.fg.* in punctum *.z.*; et quoniam recta *.ae.* est 4, et *.ef.* est latus tetragoni *.ge.*; erit itaque *.fe.* in *.ea.*, scilicet superficies *.ze.*, equalis quatuor radicibus, scilicet lateribus tetragoni *.ge.*: ex quibus si tollatur tetragonum *.ge.*, remanet superficies *.ga.* 3. perticarum. Sed tetragonum *.ge.*, et superficies *.ga.* equantur superficiei *.ze.*; ergo quatuor radices equantur censui, et perticis tribus: oportet itaque ut inueniamus censum et eius radicem. Quoniam linea *.ae.*, que est .4., diuisa est in duo equalia super punctum *.b.*, et in duo inequalia super punctum *.d.*, erit multiplicatio *.ed.* in *.da.* cum quadrato linee *.bd.* equalis quadrato linee *.be.*, quod describitur a medietate liaec *.ae.* Sed ex multiplicatione *.ed.* in *.da.* oritur superficies *.ga.*, que est .3.; cum *.dg.* equalis sit *.de.*; ergo superficies *.gd.* in *.da.* cum quadrato linee *.bd.* equatur quadrato linee *.be.*, qui est .4.; ergo quadratum *.bd.* est .1.; cuius radix, scilicet .1., si tollatur ex linea *.be.*, remanebit de .1., que est latus tetragoni *.ge.*; cuius embadum, scilicet quesitus census, erit similiter .1. Et si medietas linee *.ag.* fuerit inter *.de.* super punctum *.b.*, ut hac alia cernitur figura; adde super *.eb.*, scilicet super .2., lineam *.bd.*, et erit tota *.de.* 3., que est radix quadrati *.ge.* quesiti; et quadratum erit .9.; et superficies *.ga.* erit similiter .3., ut prediximus. Et sic fiat semper in omnibus questionibus, in quibus radices equentur quadrato et numero. Videlicet ex quadrato medietatis radicum tollatur numerus, et residuo inueniatur radix, que tollatur ex medietate dicta, uel addatur super eam, et habebis radicem quesiti quadrati. Vt in hac in qua proponitur, duodecim radices equari uni quadrato et .27. dragmis : medietas itaque radicum est .6., quorum quadratus est .36.; de quibus extractis .27., remanent .9.; quorum radix, scilicet .3., si extrahatur ex medietate radicum, remanebunt .3. pro radice quesita; et census erit .9.: uel si .3. addantur super .6., habebis pro radice quesita .9.; et quadratum erit 81: et sic semper, cum radices equantur censui et numero, soluuntur questiones dupliciter. Vnde in quibusdam questionibus quandoque cadet una solutio, quandoque alia. Item quadratum dyametri et embadum, nec non et quatuor dati tetragoni latera equantur perticis 279; et queritur quantitas lateris tetragoni. Quoniam quadratus dyametri est duplum tetragoni; ergo quadratus | dyametri cum tetragono tripla erunt tetragoni; et tria quadrata et quatuor radices equantur 297. Quare ut reducas hec ad censum unum, accipe tertiam

fol. 36 verso.

* equalis quatuor .... equantur censui (fol. 36 recto, lin. 9-11; pag. 60, lin. 16-18).

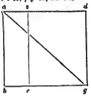


* radicum, tollatur .... .3. pro radice quesita * (fol. 36 recto, lin. 25-30; pag. 60, lin. 31-36).

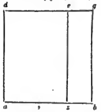


ex omnibus predictis, et inuenies, censum et radicem $\frac{1}{3}$ 1 equari perticis 93. Accipe ergo medietatem radicum, scilicet $\frac{2}{3}$, et multiplica eas in se, erunt $\frac{4}{9}$; que adde cum 93, erunt $\frac{4}{9}$ 93; de quorum radice tolle $\frac{2}{3}$, scilicet medietatem radicum, remanent 9 pro latere tetragoni; ergo embadum est 81, et quadratus dyametri est 162. Rursus quatuor tetragoni latera equantur $\frac{2}{9}$ totius tetragoni. Adiaceat tetragonum *.abgd.*; et in *.bg.* et *.ad.* rectis accipiantur puncta *.ez.*; et sit unaqueque rectarum *.be.* et *.az.* perticarum 4; et copulentur recte *.ez.*, eruntque paralilogramina *.ae.* et *.zg.* sub equidistantibus *.ad.* et *.bg.*: quare erit sicut paralilogramum *.ae.* est ad paralilogramum *.zg.*, ita basis *.be.* est ad basem *.eg.* Sed paralilogramum *.ae.* equatur quatuor radicibus tetragoni *.ag.*; ergo paralilogramum *.ae.* est $\frac{2}{9}$. ex tetragono *.ag.*; remanet itaque paralilogramum *.zg.* $\frac{7}{9}$. ex tetragono *.ag.*; ergo superficies *.ae.* ad superficiem *.ze.* est sicut .2 ad 7. Quare est sicut .2 ad 7., ita *.be.*, scilicet .4., est ad *.eg.* Quare multiplica .4 per .7, et diuide per .2., exibunt .14. pro linea *.eg.*: uel aliter quoniam dupla sunt .4 ex 2., ita dupla est recta *.eg.* ex .7.; ergo *.eg.* est .14.; quibus additis .4., scilicet *.eb.*, habebis pro *.bg.* .18., scilicet pro latere tetragoni *.ag.*; quod oportebat ostendere. Vel aliter secundum computationem algebre, quoniam superficies *.ae.* equatur quatuor radicibus, uel $\frac{2}{9}$. tetragoni *.ag.*; ergo quatuor radices equantur $\frac{2}{9}$. census. Vnde ut reintegretur census, multiplica .9 per 4., et diuide per .2.; uel medietatem de .9. multiplica per .4. Quia quotiens due none sunt in .6. nonis, scilicet in censu, totiens .4. erit in radice tetragoni *.ag.* Quare quadratum *.ag.* equatur .18. radicibus, ut prediximus; et continentur in eius embado pertice .324. Rursus .4. latera et $\frac{3}{8}$. embadi tetragoni equantur $\frac{1}{2}$ 77. Quare redige $\frac{3}{8}$. census ad censum unum, et habebis quod census et radices $\frac{2}{3}$ 10. equantur $\frac{2}{3}$ 206.: et hoc inueniemus multiplicando radices .4. et $\frac{1}{2}$ 77. per 8., et diuidendo utramque multiplicationem per .3. Dimidia itaque radices, erunt $\frac{1}{3}$ 5.; quorum quadratum accipe quod est $\frac{4}{9}$ 28.; quem nomerum adde cum $\frac{2}{3}$ 206., erunt $\frac{1}{9}$ 235.; de quorum radice, scilicet de $\frac{1}{3}$ 15. deme dietatem radicum, remanent .10. pro latere tetragoni; et embadum est .100. Et si quatuor eius latera equentur embado tetragoni, tunc quatuor eius radices equantur censui. Quare unum quodque latus est .4., et census est .16. Et si latera duplum essent embadi, tunc quatuor radices equarentur duabus radicibus; ergo latus tetragoni esset .2., et area esset .4. Item si ex area tetragoni auferantur tria latera, scilicet tres radices eius, remanent .40., ergo tres radices et .40. equantur censui. Medietatem quidem radicum in se multiplica, erunt $\frac{1}{4}$ 2.; que adde super .40., | erunt $\frac{1}{4}$ 42.; super quorum radicem, scilicet super $\frac{1}{2}$ 6., adde medietatem radicum, erunt .8., que sunt latus tetragoni. Item diuisi aream quadrati per dyametrum eius, et prouenit .10., quanta est dyameter et latus eius. Quoniam ex diuisione embadj per dyametrum proueniunt .10.; ergo ex multiplicatione dyametri in .10. prouenit embadum. Quare ex multiplicatione dyametri in duplo de .10. prouenient duplum embadj. Sed duplum embadi equatur quadrato dyametri; ergo ex multiplicatione dyametri in .20. prouenit quadratum dyametri. Sed ex multiplicatione dyametri in se prouenit idem quadratum. Quare dyameter est .20., et eius quadratum .400.; et embadum est dimidium eius, scilicet .200.: latus quoque est radix de .200., que est parum minus de $\frac{1}{7}$ 14. Item demptis quatuor lateribus ex area remaneant .4.; quantum est ergo eius latus. Adiaceat tetragonum *.abgd.*; et sumantur puncta *.ez.*; et sit unaqueque rectarum *.az.* et *.de.* 4.; et copuletur *.ze.* fol. 37 recto.

ergo medietatem .... ad paralilogramum (fol. 36 verso, lin. 4. 10 e 11; pag. 61, lin. 2-6).

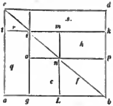


¹ .eo et .de. 4. .... si addatur ¹ (fol. 31 recto, lin. 13-19; pag. 61, lin. 43 — pag. 62, lin. 1-7).



Erit itaque superficies .dz. equalis quatuor lateribus tetragoni .db., remanet itaque superficies .eb. 4.; ergo quatuor radices et .4. equantur tetragono .db.: diuidatur itaque recta .az. in duo equalia super .i.; eritque multiplicatio .zb. in .ab. cum quadrato linee .iz. sicut tetragonum linee .ib. Sed .zb. in .ab. est sicut .zb. in .ze. Sed .zb. in .ze. facit superficiem .eb., scilicet .4.; ergo ex .zb. in .ab. proueniunt .4.; quibus addito trigono linee .iz., erunt .8. pro quadrato linee .ib.; ergo recta .ib. est radix de .8.: cui si addatur recta .ia., scilicet .2., habebimus .2. et radicem de .8. pro tota linea .ab., que est latus tetragoni .db.

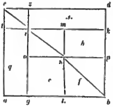
² tetragono .gk. .... ponitur .on. ² (fol. 37 recto, lin. 31-35 e margine inferiore esterno; pag. 62, lin. 18-38)



fol. 37 verso.

Et si dyametri quadrati supra unumquodque latus eiusdem quadrilateri addatur .6.; quantum erit latus eius. Multiplica itaque .6. in se, erunt .36.; que duplica, erunt .72.; supra radicem quorum adde .6., et habebis latus; ergo latus est .6. et radix septuaginta duorum. Verbi gratia. Adiaceat quedam recta .ab., et sit equalis dyametro dati quadrilateri; et latus eius sit .bg., remanet .ga. 6., in quibus dyameter superhabundat latus: et constituatur super rectam .ab. tetragonum .ad.; et protrahatur in ipso dyameter .eb.; et per punctum .g.; protrahatur recta .gz. equidistans rectis .ae. et .bd.; et per punctum .i. protrahatur recta .tk. equidistans rectis .ed. et .ab. : deinde summatur in .bg. recta punctus .l.; et sit .gl. equalis .ga.; et compleatur figura eadem in tetragono .gk.: et quoniam tetragonum est quadrilaterum .ad., tetragona sunt ea que sunt circa dyametrum ipsius, scilicet .tz. et .gk.: est enim latus tetragoni .tz. recta .t.i., que est equalis recte .ag.; ergo .ti. est .6; et tetragonum .tz. est .36. Item tetragona sunt quadrilatera .om. et .lp.; sunt enim circa dyametrum tetragoni .gk.; et est tetragonum .om. equale tetragono .tz. propter rectam .on., | que est equalis recte .gl., et .gl. recte .ga., et .ga. recte .ti. ostensa est equalis. Et quoniam recta .bg. est latus tetragonj, cuius .ba. est dyameter; quod a recta .ba. describitur tetragonum duplum est eius, quod describitur a recta .bg.; ergo tetragonum .ad. duplum est tetragoni .gk. Quare ignomon .q.r.s. equatur tetragono .gk.: auferatur itaque ex gnomone .q.r.s. tetragonum .tz.; et ex tetragono .gk. tetragonum .om., que sunt equalia, remanent supplementa .ai. et .id. equalia gnomonj .c.f.h. Sed supplementum .ai. equale est superficiei .il.; habet enim unum latus comune, quod est .ig.; et recta quidem .lg. recte .ga. est equalis. Similiter et supplementum .id. equale est superficiei .ip.; ergo due superficies .il. et .ip. equales sunt gnomonj .c.f.h. Quare si comuniter auferatur superficies .gn. et .nk., remanebit duplum tetragoni .om. equale tetragono .lp. Sed tetragonum .om. est .36. Quare tetragonum .lp. est .72; cuius latus, scilicet .bl., est radix septuaginta duorum: cui si addatur .lg., que est .6., habebimus pro tota .6. et radicem septuaginta duorum, ut oportebat ostendere. Cui si addatur .ga., erit tota .ag., scilicet dyameter dati quadrilateri .12. et radix septuaginta duorum. Vel aliter quoniam recta .ag. est .6.; et .gi. est latus tetragoni, cuius dyameter est equalis linee .ab., erit propter hoc quadrilaterum .ai. equale sex radicibus tetragoni .gk.; et est quadrilaterum .id. equale quadrilatero .ai.; ergo quadrilaterum .id. est sex radices quadrati .gk.; et quadratum .tz. est .36.: quare totum gnomon .q.r.s. est .36. et .12. radices tetragoni .gk. Et est gnomon .q.r.s. equale tetragono .gk., ut ostensum est. Vnde si ponamus rectam .bg. rem, erit tetragonum .gk. census, qui equatur .12. suis radicibus et .36. dragmis: operare ergo in hoc secundum quod dictum est quando census equatur radicibus et numero.

³ superficies .gn. .. .ai.; ergo ³ (fol. 37 verso, lin. 11-18; pag. 62, lin. 31-39).

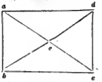


Rursus multiplicaui dyametrum per latus, et prouenit .100.; quanta est ergo dysmeter et latus tetragonj. Quoniam multiplicato dyametro per latus proueniunt .100. Si multiplicauerimus quadratum dyametri per quadratum lateris, scilicet per aream tetragoni, prouenit quadratum de .100., scilicet decem milia. Quare si multiplicauerimus quadratum dyametri per duplum embadi, scilicet per quadratum dyametri, proueniet duplum eius, scilicet uiginti milia. Ergo dyameter est radix radicis uiginti milium. Quare embadum, cum sit medietas ex quadrato dyametri, erit radix quinque milium; quare latus erit radix radicis quinque milium. Item multiplicaui dyametrum per aream tetragoni, et prouenit .500.; quanta est ergo dyameter et latus eius. Quoniam multiplicatio dyametri per embadum facit .500.; erit itaque multiplicatio dyametri per duplum embadi, scilicet per quadratum dyametri, .1000.; ergo dyameter est radix cubica de .1000. Nam radix cubica de .1000 est 10.; | ergo dyameter est .10.; et quadratum eius est .100.; et area est dimidium eius, scilicet .50.; et latus est radix de .50. fol. 33 recto.

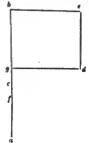
Explicit de quadrilatero: incipit de parte altera longiori.

Adiaceat quadrilaterum parte altera longius *.abcd.*, habens in singulis lateribus breuioribus, que sunt *.ab.* et *.dc.*, perticas .6.: in longioribus quoque *.ad.* et *.bc.* perticas .8.; eiusque embadum colligitur ex multiplicatione lateris *.ab.* in *.bc.*; quare area ipsius est .48. Nam si eius dyametrum *.ac.* habere desideras, adde quadrata linearum *.ab.* et *.bc.* in unum, scilicet .36 et 64., erunt .100.; quorum radix, scilicet .10., est dyameter *.ac.* Item sit dyameter .10., et latus *.cb.* sit. 8.; quantum est ergo latus *.ab.*: de quadrato linee *.ac.* extrahe quadratum linee *.bc.*, et remanebit quadratum linee *.ab.*, et econuerso, ut in trigono orthogonio superius diximus. Simili quoque modo inueniemus dyametrum *.bd.* esse .10. propter equalitatem trigonorum *.abc.* et *.bad.* Dico quidem quod ipsa dyametra sese per equalia secant super punctum .e.; sunt enim equidistantes recte *.ad.* et *.bc.*; quare angulus *.ade.* angulo *.ebc.* est equalis: propter eadem ergo et angulus *.dae.* angulo *.ecb.* est equalis: reliquus *.aed.* reliquo *.bec.* est equalis: equiangula enim sunt trigona *.aed.* et *.bec.*, et habent latera *.ad.* et *.bc.* sibi inuicem equalia; quare reliqua latera reliquis lateribus, que equalibus angulis subtenduntur, sibi inuicem equalia erunt; latus quoque *.be.* lateri *.ed.* Et latus *.ce.* lateri *.ea.* Et quoniam dyametrum *.ao.* equale est dyametro *.bd.*, et sunt secta per equalia super *.i.* punctum. Quantum enim recte, que sunt *.ia.* et *.ib.* et *.ic.* et *.id.* sibi inuicem equales sunt: est enim unaqueque earum .5., scilicet dimidium sui dyametri; que oportebat ostendere. Nam si area fuerit .48.; et latus breue aggregatum fuerit cum longiore sint .14.; et uis scire quantum sit longius, uel breuius latus; medietatem itaque de .14., scilicet .7., in se multiplica, erunt .49.; de quibus tolle aream, remanet .1.; cuius radicem adde super .7., erunt .8. pro latere longiori; a quibus usque in .14. desunt .6. pro breuiore latere. Verbi gratia: adiaceat quadrilaterum *.b.g.d.e.* parte altera longius; et sit *.bg.* breuius latus, et *.gd.* sit longius; et protrahatur recta *.bg.* in puncto *.a.*; et sit recta *.ga.* equalis recte *.gd.*; et diuidatur recta *.ab.* in duo equa super punctum *.c.*; erit ergo tota linea *.ba.* 14.; quare *.bc.*, uel *.ac.* est .7.: et quoniam recta *.ba.* diuisa est in duo equalia et totidem inequalia super punctis *.gc.*, erit *.bg.* in *.ga.* cum quadrato linee *.gc.* equalis quadrato linee *.ca.* Sed *.bg.* in *.ga.* est sicut *.bg.* in *.gd.*; et ex *.bg.* in *.gd.* prouenit area; ergo *.bg.* in *.ga.* est .48.: cui si addatur quadratum linee *.ge.*,

a est equalis .... .ab. et .dc. est a (fol. 33 recto, lin. 15-19; pag. 63, lin. 26-31).



a longius; et protrahatur .... addat super a (fol. 33 recto, lin. 26-33 e margine inferiore esterno; pag. 63, lin. 38-43 — pag. 64, lin. 1-3).

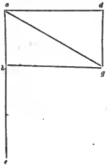


faciet .49.: ergo quadratus linee .*gc*. est .1.; cuius radix, scilicet .1., est linea .*gc*. quadrata super .*ac*., erit tota .*ag*., scilicet .*gd*. 8, quod est maius latus; remanet ergo .*gb*. 6., ut prediximus. Item sit area 48 et latus longius addat super | breuius secundum quantitatem duorum. Accipe medietatem ipsorum duorum, erit .1.; cuius quadratum adde super .48., erunt .49.; de quibus accipe radicem, que est .7., et adde super eam .1., quod fuit medietas duorum supradictorum, erunt .8., quod est latus longius; de quo tolle .2., in qua longius latus superhabundat breuius, remanent .6.; quod etiam possumus comprehendere in figura suprascripta. Sit longius latus ut prediximus .*gd*., cui iacet equalis recta .*ga*.; et auferatur a recta .*ga*. recta .*gf*., que sit .2.; erit ergo recta .*af*. equalis recte .*gb*. Diuidatur itaque recta .*gf*. in duo equalia super punctum .*c*., erit recta .*ac*. equalis recte .*cb*.; ergo recta .*ab*. diuisa est in duo equalia super punctum .*c*., et in duo inequalia super punctum .*g*.; et est recta .*gc*. .1., que inter iacet sectionibus. Est ergo multiplicatio .*ag*. in .*gb*. cum quadrato linee .*gc*. equalis quadrato linee .*ac*. Sed .*bg*. in .*ga*. est .48.; et quadratum ex .*cg*. est .1.; ergo .*bg*. in .*ga*. cum quadrato linee .*gc*. est .49.; quorum radix, scilicet .7., est linea .*ac*.: cui si addatur .*cg*., que est .1., erit tota .*ag*. 8., quod est maius latus. Item si ex .*cb*., que est .7., cum sit equalis .*ca*., auferatur .*cg*., remanet .*gb*. .6., ut prediximus. Vel aliter: pone latus breuius radicem; eritque tunc latus longius radix et .2. Et quoniam ex multiplicatione breuioris lateris in longius prouenit .48.; ergo ex multiplicatione radicis in radicem et in .2. proueniunt similiter 48. Nam ex multiplicatione radicis in radicem prouenit census; et ex multiplicatione radicis in .2. proueniunt due radices; ergo census et due radices equantur .48.: fac ergo ut supra diximus in his in quibus census et radices equantur numero, et habebis optatum. Item dyameter sit .10., et embadum sit .48.; quantum est ergo unumquodque latus: super quadratum dyametri adde duplum embadi, erunt .196.; cuius radix, scilicet .14., est longitudo utriusque lateris. Verbi gratia: adiaceat quadrilaterum .*abgd*.; cuius dyameter .*ag*. sit .10.: protrahatur quidem recta .*ab*. in punctum .*e*.; et sit .*be*. equalis .*bg*. Et quoniam recta .*ae*. diuisa est ubilibet in duo super punctum .*b*., erunt duo quadrata portionum .*ab*. et .*be*. cum duplo .*ab*. in .*be*. equales quadrato totius linee .*ae*. Sed portio .*be*. equa est lateri .*bg*.; ergo quadrata linearum .*ab*. et .*bg*. cum duplo .*ab*. in .*bg*. equantur quadrato linee .*ae*. Sed quadrata laterum .*ab*. et .*bg*. faciunt quadratum dyametri .*ag*.; et duplum .*ab*. in .*bg*. facit duplum aree, scilicet .96.; quibus iunctis cum .100. faciunt .196. pro quadrato linee .*ae*.; ergo .*ae*. est radix ipsorum, scilicet .14., ut prediximus: post hec, ut separes .*ab*. ex .*bc*., scilicet ex .*bg*., procedas, ut superius dictum est ubi diximus, embadum erunt .48., et duo latera coniuncta .14. Rursus dyameter sit .10., et duo latera coniuncta sint .14.; et uolo scire embadum, nec non et unumquodque | latus: multiplica igitur .14. in se, erunt .196.; de quo tolle quadratum dyametri, scilicet .100., remanet .96.; quorum dimidium, scilicet .48., est embadum: post hec per supradicta studeas latera segregare. Que inueniuntur in supradicta figura hoc ordine: quadratum dyametri .*ag*. equatur duobus quadratis laterum .*ab*. et .*bg*., hoc est quadratis portionum .*ab*. et .*be*. Sed quadrata portionum .*ab*. et .*be*. cum duplo .*ab*. in .*be*. equantur quadrato linee .*ae*.; ergo quadratum dyametri .*ag*. cum duplo .*ab*. in .*be*. equatur quadrato linee .*ae*. Quare si auferatur quadratum dyametri, scilicet .100., ex quadrato linee .*ae*., scilicet de .196., re-

fol. 38 *verso*.

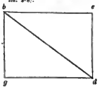
fol. 39 *recto*.

« dyametri sit .10. .... ut prediximus » (fol. 38 *verso*, lin. 22-32; pag. 64, lin. 23-33).



manebunt .96. pro dnplo .*ab*. in .*be*., hoc est pro duplo .*ab*. in .*bg*.: ergo .*ab*. in .*bg*. facit 48., scilicet dimidium de .96. Sed .*ab*. in .*bg*. facit embadum; ergo embadum est .48., ut prediximus: cum quo predicto modo separabis latera; et erit breuius latus .6., longius nero .8. Iterum coniunxi dyametrum cum uno latere, et prouenerunt inde .16.; et aliud latus est .8. Quanta est ergo dyameter, et quantum est latus ei coniunctum. Multiplica .16. in se, erunt .256.; de quibus tolle quadratum dati lateris, scilicet .64., remanent .192.; que diuide per duplum de .16., exibunt .6., que sunt latus coniunctum dyametro; quod latus tolle de .16., remanent .10. pro dyametro. Verbi gratia: adiaceat quadrilaternm .*b.g.d.e*; et sit dyameter .*bd*. cnm latere .*bg*. perticarum .16.; et latus .*dg*. sit .8.: pone itaque latus .*bg*. radicem, remanet dyameter .*db*. 16 minus radice; que multiplica in se, habebis .256. et unum quadratum minus radicibus .32. pro quadrato dyametri .*bd*. Sed quadrato dyametri .*bd*. equantur duo quadrata laterum .*bg*. et .*gd*.; ergo quadrata laterum .*bg*. et .*gd*. equantur 256. et uni quadrato lateris .*bg*., detractis inde radicibus .32.: restaura ergo ipsas radices et erunt quadrata linearum .*bg*. et .*gd*. cum radicibus .32. equales .256. et uni quadrato lateris .*bg*.: comuniter auferatur quadratum lateris .*bg*., remanebit quadratum lateris .*gd*. cum radicibus .32. equale .256.: comuniter auferatur quadratum linee .*gd*., scilicet .64., remanebunt radices 32. equales .192. Ecce raduximus (*sic*) hanc questionem ad unam ex sex regulis supradictis, ad eam uidelicet in qua radices equantur numero. Quare diuide .192. per .32, exibunt .6. pro radice, hoc est pro latere .*bg*.; quibus extractis de .16., remanent .10. pro dyametro .*bd*., ut predixi. Et si dyameter addat .4. super latus breuius; et longins latus sit .8., quanta est ergo dyameter. Multiplica .8. in se, erunt .64.; quibus adde multiplicationem quaternarij in se, erunt .80.: et dupla ipsa .4., erunt .8.; in quibus diuide .80., erunt .10. pro quantitate dyametri; de quibus tolle .4., que dyameter addit super latus breuius, remanebunt .6. pro ipso latere. Producitur enim hec questio ad unam ex sex regulis supradictis hoc modo: primo quidem manifestnm est | quod duo qnadrata, breuioris uidelicet et longioris lateris equantur quadrato dyametri. Quare pone dyametrum radicem, quam in se multiplica, facit quadratum dyametri. Item pro latere breuiori pone radicem dyametri minus .4.; que multiplica in se, neniet quadratum dyametri et .16. minus .8. radicibus dyametri pro quadrato lateris breuioris; cum quibus adde quadratum lateris longioris, habebis quadratum dyametri et 80. minus .8. radicibus dyametri, que equantur quadrato dyametri. Restaura ergo ipsas radices ab utraque parte, remanebit quadratum dyametri et .80., que equantur quadrato dyametrj et .8. radicibus: tolle ergo ab utraque parte qnadratum dyametri, remanent 80., que equantur .8. radicibus dyametri. Quare diuisis 80 per 8 uenient .10. pro dyametro, ut predixi. Et Si ex multiplicatione longioris lateris in area proneniet 384.; et breuius latus sit .6.; et uis scire quanta sit area. Quia ex multiplicatione breuioris lateris in longius prouenit area; et ex mnltiplicatione aree in latus longius prouenit .384.; ergo ex multiplicatione breuioris lateris in quadratum longioris idem prouenit. Quare si diuiserimus 384. per .6., scilicet per breuius latus, prouenient .64. pro qnadrato longioris. Quorum radix, scilicet .8., est latus longins. Et Si proponatur, embadum esse .48.; et diuiso latere maiore per minus proueniat $\frac{1}{3}$ 1.; et uis scire unum quodque latus, pone breuius latus .3 propter $\frac{1}{3}$., quod denominatur ab ipso; et multiplica .3. per $\frac{1}{3}$ 1., erunt .4., quod pone pro maiori

a latus .6. .... pro dyametro. a (fol. 29 *recto*, lin. 12-16; pag. 65, lin. 3-8).



fol. 29 *verso*.

latere. Ergo in qua proportione est .3. ad .4., in eadem est breuius latus ad maius: multiplica itaque .3 per 4., erunt .12.; in quibus diuide 48., uenient .4.; de quibus accipe radicem, que est .2.; et multiplica in eam posita .3 et 4, et habebis .6. pro breuiori latere, et .8. pro maiori. uel aliter: multiplica 3 per 48, et diuide per 4, exibunt .36.; quorum radix est breuius latus. Item multiplica .4 per 48, et diuide per .3., exibunt .64., quorum radix est latus longius. Et si latus minus diuidatur per maius, et prouenient $\frac{3}{4}$.; pone pro maiori latere .4. propter $\frac{3}{4}$., que denominantur ab ipso; et accipe $\frac{3}{4}$. de .4., erunt .3.; que pone pro minore, et fac ut supra, et babebis .6. pro minori latere, et .8. pro maiori.

Item latus breuius cum dyametro sit .16.; et latus maius addat .2. super latus minus; et uis scire quantum sit dyameter et unum quodque latus. Quoniam maius latus excidit minus latus in .2.; Ergo si addiderimus maius latus cum dyametro, uenient .18.: multiplica itaque .16. in se, et .18. in se; et aggrega multiplicationes eorum, erunt .580.; de quibus tolle quadratum duorum predictorum, remanent .576.; quorum radix, scilicet .24., est summa duorum laterum et dyametri: de quibus tolle dyametrum et fol. 40 recto. latus breuius, scilicet .16., remanebunt .8., que sunt latus | maius; de quo tolle .2., remanent .6. pro latere breuiori uel .16., scilicet maius latus; et dyametrum tolle de .24. QVe si ad computationem algebre reducere uis, pone latus breuius rem, remanebit dyameter .16., excepta re: multiplica ergo rem in re, proueniet census; quem aggregabis cum quadrato maioris lateris; quod quadratum inuenies sic: quia maius latus excidit minus in .2.; pones ipsum maius latus rem et duas dragmas; que multiplica in se, egredientur census et .4. radices et .4. dragme pro quadrato longioris lateris: que adde cum quadrato breuioris, scilicet cum censu, erunt duo census, scilicet duo quadrata breuioris lateris et .4. radices et .4. dragme, que equantur quadrato dyametrj, scilicet multiplicationi de 16., excepta re in se. Que multiplicatio est 256 et census, exceptis triginta duabus radicibus. Restaura ergo radices, remanebunt 256 et census, que equantur duobus censibus et 36 radicibus et .4. dragmis: tolle itaque ab utraque parte censum et .4. dragmas, remanebunt census et radices 36, que equantur 252.: media ergo radices et censum, secundum quod superius diximus, ubi census et radices equantur numero. Et si maius latus cum dyametro sit 18.; et maius excedat minus in .2.; tunc minus latus cum dyametro esset .16.; cum quibus operaberis ut supra. Rursus duo latera cum embado surgunt in 62.; et maius latus addit super minus .2.; quantum est igitur unumquodque latus: modus inueniendi hoc erit ut minuas .2. ex 62., et remanebunt .60. Duo igitur adiunge medietati laterum, et prouenient .4.; ipsum itaque adiunge .60., et prouenient .64.: horum ergo radicem, que est .8., assume; ipsum namque est latus longius: quod si uis breuius, minue .2. ex .8., remauebunt 6, quod est latus breuius. Exempli causa: pone latus minus rem, erit tunc latus maius res et due dragme. Ex multiplicatione quidem breuioris lateris in longius prouenit embadum. Quare multiplica rem, scilicet minus latus, in rem et in duas dragmas, et babebis censum et duas radices pro embado: quibus si addantur duo latera, scilicet 2 radices et .2 dragme, erunt census et 4 radices et 2 dragme, que equantur dragmis .62.: tolle ergo ab utraque parte dragmas .2., et remanent census et 4 radices, que equautur .60 et cetera.

Et si multiplicatio maioris lateris in dyametrum sit 80., et latus breuius .6., multiplica 80 in se et 6 in se, erunt .6400 et 36: accipe ergo quadratum medietatis de

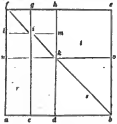
.36., scilicet .324.; et adde cum .6400., erunt .6724.; super quorum radicem, que est .82., adde medietatem de 36., erunt .100.; quorum radix, scilicet .10., est dyameter; in quo diuide 80., uenient .8., que sunt latus longius : uel de .80 deme .18., remanent .64., quorum radix est latus longius. Quod si hec ad computationem algebre reducere uis; quia ex multiplicatione longioris lateris in dyametrum proueniunt 80; ergo ex multiplica|tione quadratorum ipsorum prouenit quadratum de 80., scilicet .6400. Sed quadratus dyametri equatur duobus quadratis, longioris uidelicet et breuioris lateris; et est quadratum breuioris lateris .36. Ergo ex multiplicatione quadrati maioris lateris in se et in 36 proueniunt 6400. Quare pone quadratum maioris lateris rem, que in se multiplicata et in .36. facit censum et 36 radices, que equantur sex milibus et quadringentis et cetera. Similiter secundum hanc regulam facies si ex multiplicatione breuioris lateris in dyametrum proueniet 60; et maius latus sit .8.; tunc census et 64. radices equabuntur 3600. Item latus breuius cum area faciunt 54.; et latus maius addit super minus .2. Quantum est ergo quodque latus. Quia ex multiplicatione breuioris lateris in longius prouenit embadum; si ponamus breuius latus rem, est latus longius res et duo; que si multiplicauerimus per rem, scilicet per breuius latus, egredientur census et due radices pro area : quibus si addamus breuius latus, scilicet radicem, erunt census et tres radices, que equantur 54.: multiplica ergo $\frac{1}{2}$ 1., scilicet medietatem radicum in se, erunt $\frac{1}{4}$ 2.; que adde cum 54, erunt $\frac{1}{4}$ 56; de quorum radice, scilicet de $\frac{1}{2}$ 7, tolle $\frac{1}{2}$ 1., remanent .6., quod est breuius latus; maius ergo erit .8.: et si longius latus surgat in 56 cum embado. et minus latus sit .2. minus maiore; pone maius latus rem, erit minus latus res, exceptis duobus: multiplica ergo maius latus per minus, ueniet census minus duabus radicibus; cui superadde radicem, scilicet latus longius, erit census, una radice excepta, que equantur .56. Restaura ergo radicem, et oppone eam, remanebit census, qui equatur uni radici et 56: accipe quidem medietatem radicis; et multiplica eam in se, erit $\frac{1}{4}$; quod adde super 56, erunt $\frac{1}{4}$ 56; super quorum radicem, scilicet $\frac{1}{2}$ 7., adde medietatem radicis, erunt .8., quod est latus longius. Si autem ex aggregatione 4 laterum cum area parte altera longioris proueniant 76; et maius latus addat super minus .2.; tunc pone latus breuius rem, et latus longius rem et duo: multiplica ergo rem in re et duo, erit census et due radices, que equantur embado; cum quibus adde duas radices pro duobus breuioribus lateribus, et duas alias pro duobus lateribus longioribus et .4., in quibus maiora latera superhabundant minora, erunt census et sex radices et 4. dragme, que equantur 76.: tolle ergo .4. ab utraque parte, remanebit census et sex radices, que equantur .72.: pone itaque quadratum medietatis radicum super 72, erunt 81.; de quorum radice, scilicet de .9., tolle medietatem radicum, remanebunt .6. pro breuiori latere. Si uero ex area diminuatur latus breuius, et remaneant .42.; et latus maius addat super minus .2.; pone ergo latus minus rem, quam multiplica per rem et duo, scilicet per latus longius, egredietur census | et due radices, que equantur aree; de quibus tolle unam radicem, scilicet breuius latus, remanet census et radix, que equantur 42. : pone ergo super 42 quadratum medie radicis, scilicet $\frac{1}{4}$, erunt $\frac{1}{4}$ 42; de quorum radice, scilicet de $\frac{1}{2}$ 6, tolle $\frac{1}{2}$, remanebunt .6., quod est latus breuius. Et si ex area tollatur maius latus, et remanent autem .40.; et maius sit duo plus minore. tunc erit manifestum : quod si minus latus tollatur ex

fol. 40 verso.
fol. 41 recto.

area, remanebunt duo plus ex eo quod remanet, cum ex area tollitur maius latus; ergo dempto minore latere ex area, remanent 42: fac ergo ut supra, et habebis propositum, si deus uoluerit.

Vel aliter: pone maius latus rem, et multiplica eam per latus breuius, scilicet per rem, exceptis duobus, erit census, minus duabus radicibus, que equantur aree: deme ergo inde unam radicem, scilicet latus maius, remanebit census, exceptis tribus radicibus, que equantur quadraginta. Restaura ergo radices, et oppone eas, et habebis censum, qui equatur tribus radicibus et .40. et cetera. Item diminutis .4. lateribus ex embado, remanent .20.; et maius latus addit super minus .2. Quantum est ergo quodque latus: pone latus breuius rem, et maius rem et duo. Quare .4. latera erunt .4. res et 4 dragme. Ex multiplicatione quidem rei in rem et duo proueniunt census et due res, que equantur embado. De quibus tolle 4 latera, scilicet 4 res et 4 dragmas, remanebit census minus duabus rebus et 4 dragmis, que equantur 20. Restaura ergo duas, scilicet res, scilicet .2 radices, et 4 dragmas, ueniet census, qui equatur duabus radicibus et 24 dragmis. Media siquidem radices, erit .1.; cuius quadratum adde super .24., erunt .25.; super cuius radicem adde ipsum .1., erunt .6, quod est breuius latus et cetera. Item si maius latus et minus addantur cum dyametro, et sint sicut medietas aree; et area sit .48.; et uis scire quantum sit dyameter, nec non et quodque latus. Accipe ergo dimidium aree, scilicet .24., que sunt summa duorum laterum et dyametri; et multiplica ea in se, erunt 576.: de quibus tolle duplum embadj, remanent 480; dimidium quorum diuide per 24., scilicet per summam coniunctionis duorum laterum cum dyametro, exibunt .10. pro dyametro. Vel aliter: duplica embadum, erunt 96.; que diuide per 24., uenient .4.; que extrahe de .24., remanent .20.; quorum dimidium habeas pro dyametro; quibus extractis de 24., remanent .14. pro quantitate duorum laterum. Ex hoc ergo talis oritur questio. Aggregatio duorum laterum est 14., et area est .48. : fac ergo ut superius dictum est: et habebis propositum. Nam si unde ista procedant noscere uis; adiaceat quedam recta .ab. .24 ulnarum, in qua continetur summa coniunctionis duorum laterum et dyametrj; et sit .ac. equalis maiori lateri dati quadrilateri parte altera longioris, et .cd. minori; remanebit ergo .bd. equalis dyametro. Constituatur siquidem super rectam .ab.|

(a) majiori lateri ...... rectam .ab. ◦ (fol. 41 recto, lin. 34-35 e margine laterale esterno ed inferiore; pag. 68, lin. 28 e 29)

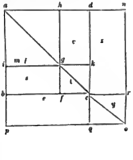


fol. 41 verso

tetragonum .ae.; et protrahatur dyametrum .fb. ; et per puncta .cd. protrahantur recte .$cpig$. et .$dkmh$. equidistantes ut libet rectarum .af. et .be.; et per puncta quidem .ik. protrahantur recte .lim. et .nko. Quoniam tetragonum est .ae., tetragona sunt que describuntur circa dyametrum ipsius; ergo tetragonum est .$kdbc$. et .$knfh$. Rursus quia

tetragonum est quadrilaterum *.nh.*, tetragona quidem sunt *pimk.* et *ilfg.*; et est latus tetragoni *do.* recta *db.* Quare *.do.* tetragonum equale est quadrato dyametri; et tetragonum quidem *.pm.* est latus; recta *.pk.*, que est equalis recte *.cd.*, et *.cd.* est equalis minori lateri. Ergo tetragonum *.pm.* equale est tetragono minoris lateris. Similiter ostendetur, tetragonum *.lg.* equale esse quadrato maioris lateris propter rectas *fg.* et *li.*, que sunt equales recte *.ac.*; et *ac.* iacet equalis maiori lateri dati parte altera longioris. Et quoniam tetragonum est *.pm.*, equalis est recta *.kp.* recte *.pi.*; ergo *.pi.* est equalis minori lateri, et *.il.* est equalis maiori. ergo supplementum *.ni.* est equale aree dati quadrilateri; et suplementum *.ih.*, ut euclides ostendit, est equale suplemento *.ni.* Ergo suplementa *.ni.* et *.ih.* dupla sunt embado dati parte altera longioris; que suplementa sunt 96.: si tollantur ex area tetragoni *.ae.*, scilicet ex 576, remanebunt tetragona *.lg.* et *.pm.*, et gnomon *.rst.* 480. Sed tetragona *.lg.* et *.pm.* equalia sunt tetragono *.do.*, scilicet dyametri; ergo *.do.* tetragonum cum gnomone *.rst.* sunt .480. Sed ex *.do.* tetragono et gnomone *.rst.* dimidium est superficies *.ao.*; ergo superficies *.ao.* est 240., que constat ex ductu *.ab.* in *.bo.*: ergo si .240. diuiserimus per *.ab.*, scilicet per .24., uenient .10. pro linea *.ob.*, scilicet pro linea *.bd.*, que est equalis dyametro; ergo dyameter est .10. Vel secundum aliam supradictam regulam cum de quadrato linee *.ab.*, scilicet de .24. uicibus .24. tollitur duplum embadj, scilicet suplementa *.ni.* et *.ih.*; et embadum est duplum quantitatis linee *.ab.*; ergo duplum embadi est quadruplum de .24.; ergo si ex 24. uicibus .24. tollatur quadruplum de .24., remanebunt .20. uicibus .24. pro area tetragonorum *.lg.* et *.pm.*, et ignomoni *.rst.*; ex quibus superficies *.ao.* dimidium continet, ut ostensum est. Quare superficies *.ao.* constat ex .10. uicibus 24.: ergo cum *.ab.* sit .24., sequitur necessario, *.bo.* esse .10.; que oportebat ostendere. ITem aggregatio duorum laterum cum dyametro est .24.; et maius latus addit supra minus .2. Quantum est ergo quodque latus: duplica itaque quadratum de .24., scilicet 576, erunt .1152.; super que adde quadratum superhabundantię, in qua maius latus superhabundat minus, scilicet duorum, erunt .1156.; de quorum | radice, scilicet de .34., tolle .24. predicta, remanent .10., que sunt dyameter; á quibus usque in .24. desunt .14., que sunt duo latera: de quibus .14. tolle .2., remanent .12.; quorum medietas, scilicet .6., est breuius latus. Ad cuius regule demonstrationem adiaceat tetragonum *.abcd.* habens in singulis lateribus quantitatem duorum laterum et dyametrj; et sit *.be.* equalis maiori lateri, et *.ef.* minorj. Remanebit *.fc.* equalis dyametro: et protrahatur dyameter *.ac.*; et per punctum *.f.* protrahatur linea *.fgh.* equidistans utrique linearum *.ba.* et *.cd.*; et per punctum *.g.* protrahatur recta *.igk.*; et erit recta *.ig.* equalis recte *.bf.*: et auferatur á recta *.gi.* recta *.gl.*, que sit equalis recte *.fe.*; remanet ergo *.li.* equalis recte *.eb.*; ergo *.gl.* est equalis minori lateri, et *.li.* maiori: auferatur itaque ab *li.* recta *.im.*, scilicet id in quo maius latus superaddit minus, remanebit *.ml.* equalis *.lg.*, scilicet maiori lateri: et educatur *.ad.* in puncto *.n.*; et sit *.dn.* equalis *.fc.*, scilicet dyametro; et constituatur super *.an.* tetragonum *nopa.*; et quoniam tetragona sunt *.bd.* et *.pn.*, et sunt circa unum angulum, qui ad *.a.* circa eumdem dyametrum sunt; ergo si protrahatur dyameter *.ac.* in punctum *.o.*, ueniet ergo recta *.ao.* dyameter. Protrahatur quidem recta *.dc.* in *.q.*, et recta *.bc.* in *.r.*; tetragonum ergo est *.qr.* continens in se quadratum dyametri dati parte altera longioris: totum igitur tetragonum *.pn.* equatur tetragono *.bd.* et ignomini *.stu.* De-

* tetragonum *.do.* .... duplum quantitatis » (fol. 41 *verso*, lin. 19-26; pag. 69, lin. 12-19).

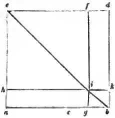


fol. 42 *recto*.

monstrabo siquidem, ignomon *.stu.* equale esse tetragono *.bd.*, et tetragono linee *.im.*, que est superhabundantia, in qua maius latus superhabundat minus. Sunt enim suplementa *.pc.* et *.cn.* equalia superficiebus *.bk.* et *.fd.* Sed due superficies *.bk.* et *.fd.* equantur ignomonj *.xyz.* et tetragono *.fk.* Quibus superaddatur equale tetragono *.qr.*, quod est equale tetragono *.fk.*, erit duplum tetragoni *.fk.* cum ignomone *.xyz.* equale ignomoni *.stu.* Restat siquidem demonstrandum, duplum tetragoni *.fk.* equale esse tetragono *.ih.* et *.ei.*, quod describitur á recta *.im.*; est enim recta *.gm.* in duo equa diuisa in puncto *.l.*, cui in directo adiuncta est recta *.mi.*; erit itaque tetragonum, quod describitur a recta *.gi.*, scilicet tetragonum *.ih.* cum eo quod describitur á recta *.im.*, duplum eorum, que describuntur á rectis *.gl.* et *.li.* Sed tetragona que describuntur á rectis *.gl.* et *.li.* equantur tetragono *.fk.*; quare duplum tetragonj *.fk.* equatur tetragono *.ih.* et *.ei.*, quod describitur á recta *.im.*; ergo ignomon *.stu.* equatur tetragono *.bd.*, et quadrato superhabundantię maioris lateris, ut prediximus. Nunc ueniamus ad causam. Multiplicauimus superius .24. per 24., et habuimus quadratum *.bd.*; que duplauimus, hoc est addidimus super eum equale illius; et superaddimus postea .4.; hoc est super qua-
fol. 42 verso. dratum *.bd.* superaddimus | ignomon *.s.t.u.*; et sic habuimus .1156. pro quadrato *.pn.*, cuius latus est radix illius: ergo *.po.* est 34.; de qua extracta *.pq.*, scilicet *.bc.*, remanet *.qo.* 10., cui equalis est recta *.cf.*; ergo *cf* est .10., ut predixi. Possumus etiam aliter ad notitiam supradictorum laterum deuenire. Videlicet ut ponas latus minus rem. Eritque latus longius res et duo; quibus extractis de .24., remanent pro dyametro .22., exceptis duabus rebus. multiplica rem in se, erit census et rem. et duo in se, erit census et 4. res et nu.^{or} dragme: quibus in unum coniunctis, erunt duo census et .4. res et .4 dragme, que equautur quadrato dyametri, scilicet multiplicationi de 22, exceptis duabus rebus in se; que multiplicatio est 4 census et 484, exceptis .88. radicibus. Restaura ergo radices, et oppone duos census et 4 dragmas, et inuenies, 92 radices equari duobus censibus et 480. Redige ergo hec ad censum unum, et erit census et 240, que equantur 46 radicibus et cetera. Vel pone latus longius rem, eritque latus breuius res minus duo; que extrahe de 24., remanent .26., exceptis duabus rebus: et operare de inde ut supra; et inuenies, census et 336 equari 50 radicibus. Si autem dyameter addiderit super latus maius .2., et maius super minus totidem; et uis scire dyametrum et quodque latus. Semper cum superhabundantie laterum erunt equales, multiplicabis ipsam superhabundantiam per 5., et habebis dyametrum; et ipsam per .4., et habebis longius latus; et ipsam per 3, et habebis breuius. Verbi gratia: superhabundantia quidem laterum est .2.; quibus multiplicatis per .5. et per .4. et per .3., egrediuntur .10. pro dyametro, et 8 pro latere longiori et 6 pro breuiori: et hec contingunt propter quadrilaterum parte altera longius; cuius latus longius est .4., breuius .3., dyameter quoque .5.: horum quidem laterum superhabundantia est unum. Quare sicut .1. erit ad quam uolueris superhabundantiam, ita hec tria latera erunt ad latera illius parte altera longioris, de quo superhabundantia aliqua data fuerit. Verbi gratia: si superhabundantia erit .3.; quia 3 tripla sunt de uno, ideo tripla erunt latera ex lateribus predictis, scilicet dyameter erit .15.; latus quoque maius .12., minus autem .9. Vnde si proponatur, dyametrum esse .20.; et uis scire superhabundantiam laterum, diuide .20. per .5., exibunt .4., que sunt superhabundantia laterum: quam multiplica per

4, et per .3., erunt .16. et 12, que sunt latera. Item latus longius sit .20. ; diuide ergo ipsum per .4., quia quaternarius est similis lateribus longioribus et 3 breuioribus et 5 dyametris. Diuisis ergo .20 per .4., ueniunt .5. pro superhabundantia; quam multiplica per .3. et per .5., uenient .15. pro latere breuiori et 25 pro dyametro. Rursus latus breuius sit .18.: diuide ergo ipsum per .3., exibunt .6. pro superhabundantia laterum; quam multiplica per 4. et per 5., uenient 24 pro latere longiori, et 30 pro dyametro. Nam si superhabundantie inequales | fuerint ut in quadrato, in quo proponitur, dya- fol. 43 recto. metrum addere .1. super latus maius, et maius supra minus .7.; tunc operabimus per algebram: ponemus siquidem latus breuius rem, eritque latus longius res et 7; et dyameter erit res et .8.: multiplica itaque rem in rem, facit censum. Et rem, et .7. in se, facit censum et 14 res et 49 dragmas; quibus insimul iunctis, erunt duo census et 14 res et .49, que equantur quadrato dyametri, scilicet multiplicationi unius rei et 8 in se; que multiplicatio est census et 16 res et 64. : tolle ergo ab utraque parte censum et 14 res et .49., remanebit census, qui equatur duabus radicibus et 15. Quare media radices, ueniet .1.; quod multiplica in se, erit .1.; quod adde cum .15., erunt .16.: super quorum radicem, scilicet super .4., adde medietatem radicum, erunt .5, que sunt minus latus: super que adde .7., erunt 12, que sunt maius latus: super que adde .1., erunt .13, que sunt dyameter. ITEM maius latus addit super minus .7. ; et dyameter est .13.; quantum est ergo quoque latus: quadratum itaque superhabundantię ex quadrato dyametri abice, scilicet 49 de 169., remanebunt .120.; cuius dimidium, scilicet 60., est area. Exempli causa: adiaceat recta *.ab.* equalis duobus lateribus; et sit *.bg.* equalis minori lateri, remanet *.ga.* equalis maiori; et sit *.ac.* 7., in quo maius latus *.ag.* superhabundat minus *.bg.* ; ergo *.gc.* equalis est recte *.gb.* Constituatur itaque super rectam *.ab.* tetragonum *.ad.*, et expleatur figura; erit quidem latus tetragoni *gk.* recta *.gb.*, hoc est *.gi.*; latus quoque tetragoni *hf.* est recta *.hi.* uel *.if.*, que sunt equales recte *.ag.*: suplementum ergo *.ai.* est equale quadrilatero dato, quia constat ex rectis *.ag.* et *.gi.*, que sunt equales duobus lateribus dati quadrilateri. Et suplementum *.id.* est equale suplemento *.ai.*; ergo suplementa *.ai.* et *.id.* dupla sunt aree dati quadrilateri; ergo duplum aree cum tetragonis *.hf.* et *gk.* est equale tetragono *.ad.* Sed duo tetragona *.hf.* et *.gk.* sunt equalia quadrato dyametrj; ergo suplementa *.ai.* et *.id.* cum quadrato dyametrj dati parte altera longioris equalia sunt tetragono *.ad.* Sed tetragonum *ad.* cum eo quod á recta *.ac.* describitur duptum est tetragonis, que describuntur á rectis *.ag.* et *.gb.* Sed ea que describuntur á rectis *.ag.* et *.gb.* equalia sunt tetragono dyametri. Ergo duplum tetragoni dyametri equale est tetragono *.ad.*, et ei quod á recta *.ac.* describitur. Sed semel tetragonum dyametri equale est tetragonis *.hf.* et *.gk.*; remanet ergo tetragonum dyametri equale suplementis *.ai.* et *.id.*, et tetragono quod á recta *.ac.* Quare extraximus tetragonum, quod est á recta *.ac.*, scilicet .49., ex quadrato dyametri, et remanserunt nobis .120. pro suplementis *.ai.* et *.id.*: quorum dimidium, scilicet .60., est area *.ai.* quadrilateri, quod est equale dati quadrilateri. ergo area dati quadrilateri est .60.| ut predixi. fol. 43 verso Sed ut habeas latera, dices: aream est 60; et maius latus addit .7. super minus; fac ergo ut supra docuimus. Aliter pone latus minus rem; eritque latus maius res et .7. : multiplica ergo rem in re, et rem et 7 in se; et adde ea, et erunt duo census et 14 radices et 49 dragmas; que oppone quadrato dyametri, et habebis quod queris.

¹ dupla sunt ... dyametri equale ¹ (fol. 43 recto, lin. 28-30, pag. 71, lin. 28-31).

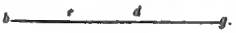


Item est pars altera longior, cuius dyameter est .20.; et id quod addit dyameter super latus maius non est equale ei quod addit maius super minus. Quantum est ergo quodque latus. Inuenias quidem aliquod quadrilaterum, cuius latera et dyameter sit rationabilia; et augmentum ipsius non sit equale. Sitque supradictum quadrilaterum, cui latus minus est .5.; maius quoque est .12.; dyameter quidem est .13.; que .13 habeas pro antecedente, cum ponatur dyametrum esse .20. Quare multiplicabis 20 per 12, et 20 per 5; et diuide utramque multiplicationem per 13, et habebis maius latus $\frac{6}{13}$ 18., minus quoque $\frac{9}{13}$ 7. Et si maius latus fuerit .20.; et uis inuenire minus latus seu dyametrum; tunc multiplicabis .20 per 5, et 20 per 13; et diuides utramque multiplicationem per 12; et habebis minus latus $\frac{1}{3}$ 8.; dyametrum quoque $\frac{2}{3}$ 21. Rursus minus latus sit .20.; tunc multiplicabis .20 per 12, et 20 per 13, et diuides utramque multiplicationem per 5.; uel quintam de .20., scilicet .4., multiplica per 12 et per 13; et inuenies, maius latus esse 48., et dyametrum .52. Sed ut in similibus sanius procedere ualeamus, quedam adiaceant demonstranda. Videlicet ut super quemlibet datum numerum doceamus addere quadratum numerum, et proueniat numerus quadratus. Esto datus numerus .a., oportet super numerum .a. quadratum numerum addere, et earum summa fiat quadrata, hoc est quod habeat radicem. Inuenias quidem duos numeros inequales, qui insimul multiplicati faciant numerum .a. : sintque .bg. gd. ; et diuidatur .bd. in duo equalia super punctum .e.; et quoniam numerus .bd. diuisus in duo equalia super punctum .e. et inequalia super punctum .g.; erit multiplicatio .dg. in .gb. cum quadrato numeri .ge. equalis quadrato .de. Sed multiplicatio .dg. in .gb. numerum .a. facit; ergo numerus .a. cum quadrato numeri .ge. equatur quadrato numeri .de.; quod oportebat facere. Si autem unum ex lateribus quadrilateri continentibus angulum rectum datum fuerit; et uis aliud latus, nec non et dyametrum in numeris inuenire; et sit datum latus .13., multiplica itaque 13. in se, erunt .169., que sint linea .ab.; et inueniantur duo numeri, qui insimul multiplicati faciant numerum .ab. Sintque ab., et unitas .bg. Nam ducta unitate in quo uis numero, idem prouenit numerus; ergo multiplicatio .bg. in .ba. numerum facit, scilicet .169.: diuidaturque numerus .ag. in duo equalia super punctum .d., eritque .gd. dimidium ex .ag., scilicet .85., que est dyameter; remanebit .bd. 84., quod est aliud latus. Et quoniam infinitos duos inequales numeros tamen cum fractionibus | inuenire possimus, quorum superficies contineret numerum .ab. Infinita quidem latera et dyametri inueniri possunt conuenientia dato lateri. Verum si proponatur, dyametrum esse 34; et uis latera inuenire. Duplica quidem 34, et egrediatur inde numerus .ef., scilicet .68.: et diuidatur .ef. in duo equalia super punctum .g., eritque .gf. 34.; et sumatur super numerum .ef. punctus .d., et sit proportio .fd. ad .de sicut aliquis quadratus numerus ad aliquem quadratum numerum. Sit itaque .fd. 4., remanebit .de. 64 : et quoniam .fd. et .de. habent proportionem quadratorum ex .fd. in .de., egredietur quadratus numerus, scilicet .256., quorum radix, scilicet .16., erit unum latus; reliquum erit .dg., quod est .30.; dyameter autem .gf., scilicet .34. Item si dictum fuerit: augmentum dyametri super latus longius est equale augmento longioris super breuius; et multiplicatio augmenti in dyametrum faciat .20. Supradicta ratione diuide .20 per 5, egrediuntur .4., quorum radix, scilicet .2., est augmentum; multiplica ergo augmentum in .5. et in .4 et in .3, et habebis dyametrum .10.; latus quoque maius .8., minus uero .6.

« Videlicet ut super .... et proueniat » (fol. 43 verso, lin 19 e 20; pag. 72, lin. 14-15).



« quadratum numerum .... radicem. Inuenias » (fol. 43 verso, lin. 20, 21 e 22; pag. 72, lin. 16 e 17).



« facit, scilicet .169.: .... punctum .d., eritque » (fol. 43 verso, lin. 33, pag. 72, lin. 28 e 29.)



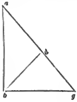
fol. 44 recto.

« punctum .g. .... et sit proportio » (fol. 44 recto, lin. 5 e 6; pag. 52, lin. 34-35).



Et si proponatur: est quadrilaterum longius altera parte, cuius dyametri proportio ad ipsius longitudinem est sicut proportio longitudinis eius ad eius latitudinem, etiam dyameter est 10. In hac autem diuidende sunt .10. secundum mediam et extremam proportionem; et quod medie proportioni ceciderit, erit minus latus; ipsumque per .10 multiplicandum est; et ipsius multiplicationis radix erit latus longius: verbi gratia: adiaceat trigonum orthogonium *.abg.*, scilicet dimidium quadrilateri parte altera longioris, cuius dyameter est *.ag.*, latus longius *.ab.*, breuius quoque *.bg.*; et protrahatur super *.ag.* cathetus *.bd.*; et sit sicut *.ga.* ad *.ab.*, ita *.ab.* ad *.bg.* Et quoniam recta *.bd.* cathetus est super rectam *.ag.*, trigona *.bdg.* et *.bda.* sibi inuicem similia sunt, et toti trigono *.abg.* Quare est sicut *.ga.* ad *.ab.*, ita *.ba.* ad *.ad.* Sed sicut *.ga.* ad *.ab.*, ita *.ab.* est ad *.bg.*; ergo recta *.ab.* ad rectas *.bg.* et *.ad.* eandem habet proportionem. Quare recta *.ad.* recte *.bg.* est equalis. Item quia trigona *.abg.* et *.bdg.* sibi inuicem similia sunt, est sicut *ag.* ad *.gb.*, ita *bg.* ad *gd.*; nam *.bg.* equalis est recte *.ad.*: est ergo sicut *.ag.* ad *.ad.*, ita *.ad.* est ad *.dg.* Ergo *.ag.*, scilicet .10., diuisa est secundum mediam et extremam proportionem; et est media, scilicet maior pars eius *.ad.*, cuius minus latus quesiti parte altera longioris, scilicet *.gb.*, iacet equalis. Nam ut inuenias quantitatem eius, secundum Euclidis regulam, dimidium de .10., scilicet .5, in se multiplica; et quod prouenerit adde cum quadrato linee *.ag.*, scilicet cum .100., erunt .125.; de cuius radice abice .5., scilicet dimidium linee *.ag.*; et sic habebis pro minori latere, scilicet pro linea *.gb.*, radicem de .125. minus .5. Nam ut habeamus maius latus *.ab.* | Quoniam est sicut *.ga.* ad *.ab.*, ita *.ab.* ad *.bg.*; erit quidem superficies *.bg.* in *.ga.* equalis quadrato linee *.ab.* Quare multiplica *.ag.* in *.gb.*, scilicet 10., in radice de .125. minus .5, et egredietur radix de 12500 minus .50. pro latere *.ab.* Procedunt multe et diuerse questiones ex lateribus etiam et ex dyametro, seu ex area supradictorum duorum quadrilaterorum, quarum solutiones, per ea que dicta sunt, poteris inuenire.

« ita .ab. ad .bg. .... Nam ut inuenias » (fol. 44 recto, lin. 23-31; pag. 73, lin. 8.18).



fol. 44 verso.

Incipit pars secunda tertie differentie.

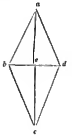
Reliqui quidem quadrilateri in IIII.or partes diuiduntur: in prima quorum sunt rumbi, qui omnia IIII.or latera sibi inuicem equalia habent, sed angulos minime rectos habent. In secunda quidem sunt rumbi, idest qui tantum habent latera opposita sibi inuicem equalia et equidistantia, nec non et angulos oppositos equales habent. In tertia sunt campi, qui duo latera habent equidistantia, sed non equalia: qui diuiduntur in IIII.or genera, secundum quod inferius demonstrabimus. In quarta uero sunt diuersilateri campi, qui nullam equidistantiam in eorum lateribus habent.

Incipit de rumbo.

Sit Rumbus *.a.b.c.d.* habens in singulis lateribus perticas 13.; cumque hunc mensurare uolumus, oportet nos habere notitiam unius dyametrorum. Esto itaque dyameter eius breuius *.bd.* perticarum .10. Erit itaque rumbus *.a.b.c.d.* ab ipso dyametro in duo trigona equalia diuisus, quorum unumquodque est equicrurium. Nam duo latera, que sunt *.ab.* et *.ad.*, duobus lateribus *.cb.* et *.cd.* equantur; et comunis eorum est *.bd.*

Quare angulus, qui sub *.bad.*, angulo, qui sub *.bcd.* est equalis; et totum trigonum *.abd.* toti trigono *.cbd.* equatur. Ergo si aream huius rumbi habere uolumus, duplicabimus aream trigoni *.abd.* uel *.bcd.*; et sic habebimus propositum. Nam area trigoni *.abd.* colligitur ex ducto catheto *.ae.* in dimidium basis *.bd.*, ut in trigonis de-

« duplum aree .... linee ae. » (fol. 44 verso, lin. 24-33; pag. 74, lin. 1-11).

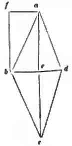


monstratum est. Quare si multiplicauerimus cathetum *.ae.* in totam *.bd.*, ueniet duplum aree trigoni *.abd.*, hoc est area rumbi *.abcd.* : cadit itaque cathetus *.ae.* in medio *.bd.*, cum equicrurium sit trigonum *.abd.* Quare si notitiam eius habere uis, extrahe quadratum linee *.eb.* ex quadrato linee *.ab.*, scilicet .25 de 169, remanebunt 144.; quorum radix, scilicet .12., est cathetus *.ae.*: propter eadem ergo et cathetus *.ce.* est similiter .12.; et est *.c.e.* recta in directo recte *.ea.* Cum anguli *.aed.* et *.dec.* sint recti. Quare dyameter est recta *.ac.*, et est .24. Ergo area rumbi *.abcd.* colligitur ex multiplicatione dimidij dyametri *.ac.* in toto dyametro *.bd.*; que multiplicatio est .120.: similiter si data fuerit dyameter *.ac.* 24 perticarum, inueuimus siquidem per ipsum supradicto modo dyametrum *.bd.* Quia equicruria sunt trigona *.bac.* et *.dac.*, et sunt sibi inuicem equalia. Quare si ex potentia lateris *.ba.* extraxerimus potentiam linee *.ae.*, scilicet .144 de 169, remanebunt .25. pro potentia catheti *.be.*; ergo *.be.* est .5. Quare tota dyameter *.bd.* est .10. Et quoniam si multiplicauerimus cathetum *.be.* per dimidium basis | *.ac.*, egredietur nobis area trigoni *.abc.* Quare si multiplicauerimus cathetum *.be.*, scilicet dimidium dyametri *.bd.*, in totum dyametrum *.ac.*, reddetur nobis area totius rumbi *.abcd.* Nam multiplicatio *.be.* in *.ac.*, scilicet .5. in .24., facit .120., quod est area rumbi *.abcd.* Ergo area omnium rumborum colligitur ex multiplicatione unius dyametrj in dimidio alterius; et hec est regula uniuersalis in ipsis.

fol. 45 *recto.*

Nam si proponatur quod maior dyameter sit 24., minor quoque .10.; et uis scire latera rumbi. Quadrata medietatis dyametrorum, scilicet linearum *.ae.* et *.eb.* in unum coniunge; quorum radicem, scilicet .13., habeas pro uno quoque latere. Possumus quidem multas questiones ex dyametris et ex area, etiam et ex lateribus rumbi proponere; que omnes reduci possunt ad questiones illius parte altera longiores, cuius latus longius est medietas longioris dyametri rumbi : breuius quoque est medietas breuioris. Quod quadrilaterum dimidium rumbi aree continere probabimus : protrahatur itaque, ut in hac alia cernitur figura, *.af.* equalis et equidistans linee *.eb.*; et copuletur *.fb.* Dico quidem, quadrilaterum *.ef.* dimidium esse rumbi *abcd.*; et sunt latera eius equalia medietatis dyametrorum *ac.* et *bd.* Nam *.ae.* dimidium continet ex *.ac.*, et *.be.* ex *.bd.*: est enim trigonum *.abd.* dimidium rumbi *abcd.* Sed trigonum *.abd.* equale est quadrilatero *.ef.*; cunstat enim utrumque ex ductu *.ae.* in *.eb.*; ergo quadrilaterum *.ef.* dimidium est rumbi *.abcd.*, ut predixi. Nam qualiter questiones rumbi ad quadrilaterum perducantur, quedam de multis uolumus proponere. SI Dictum tibi fuerit: aggregaui duos dyametros, et fuit .34.; et rumbi area est .120. Quantum est ergo queque dyameter. Cum itaque dyametri sint .34.; dimidium ipsarum, scilicet *.ae.* et *.eb.*, sunt .17.; et area quadrilateri *.ef.* est .60.: ergo perduxisti hanc questionem ad unam ex questionibus parte altera longioris; ad eam uidelicet, in qua proponitur aream esse .60., et aggregatiunem laterum .17.: ex quadrato quidem medietatis .17, scilicet ex $\frac{1}{4}$ 72, tolle 60, remanet $\frac{1}{4}$ 12.; quorum radicem tolle ex medietate .17., remanebunt 5. pro linea *.be.*: reliquum quod est usque in .17., est linea *.ae.*; ergo duplum eorum, scilicet .24. et .10., sunt dyametri. Item aggregatio dyametrorum sunt .34.; et maius addit super minus .14. Quantum est ergo area: tolle .14 et 34., remanebunt .20.; quorum dimidium, scilicet .10., est dyamiter breuior. Reliquum, scilicet .24., est longior; multiplica quidem dimidium unius dyametrorum per alium, et habebis aream.

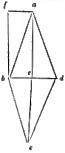
« aggregaui duos .... scilicet .24. » (fol. 45 recto, lin. 20 e 21-30; pag. 74, lin. 32, 33-42).



Rursus aggregaui duos dyametros cnm area rumbi, et prouenerunt .154.; et maior dyameter addit super minorem .14. Quoniam duo dyametri rumbi equantur .IIII.^{or} lateribus quadrilateri .*ef*.: pone latus breuius rem; eritque latus longius res et 7. : multiplica ergo rem in re et in .7., proueniet census et .7. radices, que sunt area | quadrilateri .*ef*. Et quoniam quadrilaterum .*ef*. dimidium continet rumbi. Duplica ergo censum et 7 radices, erunt duo census et .14 res, que equantur rumbo : super que adde .4 res et 14., scilicet quatuor latera, erunt duo census et 18. radices et .14., que equantur .154.: tolle ergo ab utraque parte .14.; et redige ea ad censum uuum, ueniet census et 9 • radices, que equantur .70.: media ergo radices, erunt $\frac{1}{2}$ 4.; que multiplica in se, erunt $\frac{1}{4}$ 20.; que adde cnm .70, erunt $\frac{1}{4}$ 90; de qnorum radice abice $\frac{1}{2}$ 4., remanebunt .5. pro .*be*.; quorum duplum, scilicet .10., est dyameter .*bd*.: quibus additis .14., erunt .24. pro dyametro longiori; á quibus dyametris usque in .154. remanet .120. pro area. ADhuc aggregaui dyametrum breuiorem, et latus rumbi, et fueruut .23.; et dyameter maior addit super minorem .14. Quantum est ergo latus, nec non et queque dyameter. Quoniam dyameter maior addit .14 super minorem; ergo medietas dyametri longiuris addit .7. super medietatem breuioris, scilicet latus .*ae*. super latus .*eb*. Ergo .*be*. cum .*ae*. addit .7. super dyametrum .*bd*. Sed .*bd*. cum latere .*ab*. sunt 23; ergo .*be*. et .*ea*. cum .*ab*. sunt .30. Vnde talis est hec questio. Aggregaui duo latera quadrilateri cum dyametro ipsius, et fuit .30.; et maius latus addit super minus .7: fac ergo ut supra dictum est, et cetera. Item multiplicasti unam quamque dyametrum in se, et aggregasti eas : et quod prouenerit fuit .676.; et area est .120. Queque igitur dyameter quanta est. Accipe itaque quartum de .676.; quia quadrata linearum .*ae*. et .*eb*. quarta pars sunt ex quadratis dyametrorum; cum ipsarum latera sint dimidium ipsorum, exibunt .169., quorum radix, scilicet 13., est dyameter quadrilateri .*ef*., scilicet latus rumbi. Et quoniam ostensum est superius, quod quadratum dyametri parte altera longioris addit super duplum embadi quadratum superhabundantię laterum ipsorum. Icciro si extraxerimus embadum rumbi .*abcd*., quod est duplum aree quadrilateri .*ef*., ex quadrato dyametri ipsius, scilicet .120 ex .169, remanebunt .49., quorum radix, scilicet .7., est superhabundantia laterum: ergo area quadrilateri est .60., et maius latus addit super minus .7.; quantum est ergo quodque latus, et cetera. Item multiplicaui maiorem dyametrum rumbi per minorem, et prouenit 240.; et maior dyameter addit super minorem .14.; quanta est ergo qneque dyameter : ex multiplicatione quidem medietatis unius dyametri in totam aliam prouenit embadum rumbj; ergo .240., scilicet multiplicatio unius dyametri in aliam sunt dupla ex area rumbi; ergo area rumbi est .120., que est duplum aree quadrilateri .*ef*. Ergo area quadrilateri .*ef*. est .60. Vnde talis oritur questio. Est quadrilaterum parte altera longius, cuius area est .60.; et maius latus addit super minus | 7., scilicet dimidium de .14., in quibus maior dyameter superhabundat minorem, et cetera.

fol. 45 verso.

fol. 46 recto.



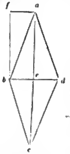
Rursus aggregaui dyametros, et quod prouenit fuit .34.; et ex multiplicatione unius dyametri per aliam prouenerunt .240. Quanta est ergo quecque dyameter. Ad hec quidem ostendenda, adiaceat recta .*ab*. 34. perticarum; et sit diuisa in duo equa, et totidem inequalia super puncta .*g.d.* ; et sit .*ad*. equalis dyametro breuiori ; remanet ergo .*db*. equalis maiori. Ex multiplicatione quidem .*ad*. in .*db*. cum quadrato linee .*dg*. egreditur quadratum linee .*gb*., scilicet de .17., quod est .289.: ex quibus si extraxeris •



• radice abice .... Item multiplicasti unamquamque » (fol. 45 verso, lin. 7-17 e 18; pag. 75, lin. 10-20).

• equa; et totidem ... equalis dyametro » (fol. 46 recto, lin. 5; pag. 75, lin. 40-41).
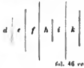
• semper ueniet . . . . ita minus • (fol. 46 *recto*, lin. 18-27; pag. 76, lin. 9-19).



• sicut ductus . . . . numerus .h. et .h. • (fol. 46 *recto*, lin. 29; pag. 76, lin. 19 e 20).



• .k. equalem esse . . . . et producta • (fol. 46 *recto*, lin. 31-35; pag. 76, lin. 22-25).



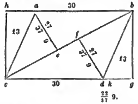
fol. 46 *verso*.

multiplicationem ex *ad*. in .*db*., remanebunt .49. pro quadrato .*dg*.; ergo .*dg*. est .7.; quibus additis cum .*bg*., erit tota .*bd*., scilicet maior dyameter .24.; remanet .*da*. 10., que est minor dyameter. Iterum diuisi maiorem dyametrum per minorem, et egredietur ex diuisione $\frac{2}{5}$ 2., et area rumbi est .120.; quanta est ergo queque dyameter. Quoniam est sicut totum ad totum, ita quelibet pars est ad eandem partem. Erit itaque sicut maior dyameter est ad minorem, ita medietas maioris ad medietatem minoris; et medietas maioris est maius latus quadrilateri .*ef*., scilicet linea .*ae*.; et medietas minoris est linea .*eb*., scilicet minus latus. Nam omnes numeri, qui habeat unam et eandem proportionem, si diuidantur maiores per minores, semper ueniet idem ex diuisione. Ergo si diuiserimus maius latus quadrilateri .*ef*. per minus, proueniet similiter $\frac{2}{5}$ 2.; ergo talis est questio: area quadrilateri est .60., scilicet dimidium aree rumbi; et diuisi maius latus per minus, et prouenerunt $\frac{2}{5}$ 2.: et multiplica ita .1. per $\frac{2}{5}$ 2.; que multiplica per .60., erunt .144., quorum radix est .12.; que diuide per numeros proportionis, scilicet per .1., et per $\frac{2}{5}$ 2., egredientur 12 et 5., que sunt latera quadrilateri, scilicet dimidium dyametrorum; ergo maior dyameter est .24., et minor est .10. Nam si unde hec procedant noscere uis, adiaceat unitas .*a*.; et $\frac{2}{5}$ 2. sit .*b*.; multiplicetur .*a*. per .*b*., et proueniat .*g*.; et sit minus latus quadrilateri .*d*., maius quoque .*e*.; et area sit .*f*.; et quoniam ex diuisione maioris lateris per minus prouenit $\frac{2}{5}$ 2.; est sicut .1. ad $\frac{2}{5}$ 2., ita minus latus est ad maius, hoc est sicut .*a*. ad .*b*., ita .*d*. ad .*e*. Quare ductus .*a*. in .*e*. est sicut ductus .*b*. in .*d*. Sit ergo multiplicatio ex .*a*. in .*e*., uel ex .*b*. in .*d*. numerus .*h*.; et .*h*. multiplicetur in se, proueniat .*i*.: et multiplicetur quidem .*d*. in .*f*., et proueniat .*k*.: dico, numerum *k* equalem esse numero .*i*. Multiplicasti quidem .*a*. in .*b*., et uenit .*g*.; et .*d*. in .*e*., et uenit .*f*.; et .*g*. in .*f*., fecit .*k*.: ergo numerus .*k*. factus est ex multiplicatione .*a*. in .*b*. ducta in .*d*. et producta in .*e*. Item multiplicasti .*a*. in .*e*., et proueniat .*h*.; et .*b*. in *d*., et prouenit similiter .*h*.; et ex .*h*. in .*h*. factus est .*i*.: ergo .*i*. factus est ex multiplicatione .*a*. in .*e*. ducta in .*b*. et producta in .*d*. Sed multiplicatio .*a*. in .*b*. ducta in .*d*. et producta | in .*e*. equatur multiplicationi .*a*. in .*e*. ducta in .*b*. et producta in .*d*.; ergo .*k*. equalis est .*i*., ut prediximus. Multiplicauimus quidem superius .*a*. in .*b*., et prouenit $\frac{2}{5}$ 2.; que multiplicauimus per aream, scilicet .*g*. per .*f*., et habuimus numerum .*k*., hoc est numerum .*i*., qui fuit .144.; de quibus accepimus radicem, que fuit .*h*.; quia ex multiplicatione .*h*. in se prouenit .*i*.; ergo .*h*. est .12. Et quoniam ex .*a*. in .*e*. proueuit .*h*., scilicet .12.; et .*a*. est .1. Ideo diuisimus .12 per 1., scilicet .*h* per *a*, proueuit .12., quod est .*e*., scilicet maius latus. Item ex *b*. in *d*. prouenit .*h*., scilicet .12; et *b* est $\frac{2}{5}$ 2. Quare diuisimus .12, scilicet *h*, per *b*, scilicet per $\frac{2}{5}$ 2; et habuimus .*d*., scilicet minus latus, quod fuit .5. Nam si area, scilicet .*f*., esset .100, tunc *k*, scilicet .*i*., esset .240., cuius radix est .*h*. Sed 240. non habet radicem; vnde cum non possumus diuidere .*h*. per .*a*. et per .*b*., accipiemus quadratos eorum, et in ipsis diuidemus numerum .*i*. Vel aliter accipiemus proportionem in sanis numeris, quam habet unitas .*a*. ad .*b*., eruntque .5. et 12. Sit ergo .*a*. 5., et .*b*. 12., et .*g*. .60. Quare .*k*. uel *i* erit .6000.; que diuidemus per quadrata numerorum .*a* et *b*., scilicet per 25, et per 144., egredietur per maiore latere radix ducentorum quadragiata; minus uero erit radix de $\frac{2}{3}$ 41. Vel aliter: pone latus minus rem, eritque latus maius due res et due quinte rei: multiplica ergo rem in duabus rebus et duabus quintis, erunt

duo census et due quinte census, que equantur aree date. Sit ergo area data .100.; que diuide per $\frac{2}{5}$ 2., proueniet $\frac{2}{3}$ 41; quorum radix est .*d*., scilicet latus minus. Et quoniam est sicut .*a*. ad .*b*., ita *d*. ad .*e*.; erit itaque sicut quadratus numeri .*a*. ad quadratum numeri .*b*., ita quadratus quantitatis .*d*. ad quadratum quantitatis .*e*. Quare multiplica quadratum numeri .*b*. per quadratum quantitatis .*d*., scilicet .144 per $\frac{2}{3}$ 41.; et multiplicationis summam diuide per quadratum numeri .*a*., scilicet per 25, egredientur .250., quorum radix est latus maius.

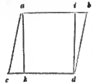
Incipit de rumboide differentia secunda.

Rumboides quidem est figura paralilograma habens tantum latera opposita, et angulos ut diximus equales. Cumque hanc metiri uolumus, protrahemus in ea dyametrum, per quam figura diuisa erit in duo trigona equalia. Quare si cathetum unius per totam basem, scilicet per dyametrum ipsius multiplicauerimus, reddet aream totius rumboidis. Ad cuius rei euidentiam sit romboides .*abcd*. habens in singulis lateribus .*ab* et *cd*. perticas .30., que sibi inuicem opposita et equidistantia sunt. Reliqua uero duo latera .*ac*. et .*bd*. similiter sunt equalia et equidistantia, continentia in uno quoque latere perticas .13.: et sit dyameter .*bc*. perticarum .37., á qua rumboides .*abcd*. in duo equalia trigona diuisus est, que sunt .*abc*. et .*dbc*.; utrumque ipsorum est ampligonium propter potentiam dyametri .*bc*., que est maior duabus potentijs laterum .*ba*. et .*ac*., uel .*bd*. et .*dc*. Supra basem quidem .*bc*. protrahatur cathetus á puncto .*a*. iu trigono .*abc*; sitque *ae*.; et multiplicabis cathetum .*ae*. per basem .*cb*., et habebis aream totius rumboidis | * .ae., et multiplicabis cathetum * (fol. 46 verso, lin. ultima, margine inferiore; pag. 77, lin. 20).



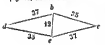
abcd.; vel inuenies cathetum .*df*. in trigono .*bcd*. super basem .*bc*.; et multiplicabis ipsum cathetum .*df*. per basem .*bc*., et habebis similiter embadum romboidis .*abcd*. Verbi gratia: Rumboides .*abcd*. est duplum trigono .*bcd*., cuius trigoni area colligitur ex multiplicatione catheti *df* in dimidium basis .*bc*.: quare multiplicatio catheti *df*. per totam basem .*bc*. facit duplum aree trigoni *bdc*.; ergo facit aream totius rumboidis, qui est duplus trigoni .*bcd*. Nam utramque cathetum .*ae*. et *df*. inuenies esse perticas $\frac{27}{37}$ 9. Quibus $\frac{27}{37}$ 9. multiplicabis per dyametrum .*bc*., scilicet per 37, addunt perticas 360 pro area totius rumboidis .*abcd*. Similiter si extra trigonum .*bcd*. cathetum .*bg*. protraxeris supra basem .*cg*.; et multiplicauerimus ipsum cathetum .*bg*. per basem trigoni, scilicet per lineam .*cd*., habebis embadum totius rumboidis .*abcd*. Item multiplicato catheto .*ch*. per basem .*ab*., reddet eiusdem rumboidis embadum. Reperitur autem utraque cathetus per regulam, quam superius in trigono ampligonio demonstrauimus. Verbi gratia: extractis potentijs laterum *ca* et *ab*, uel *bd* et *dc*., scilicet 169 et 900. de potentia lateris .*bc*., scilicet ex 1369., remanent 300; fol. 47 recto.

« remanent 300 ; . . . . , siquidem huius » (fol. 47 recto, lin. 15-19; pag. 77, lin. 42 — pag. 78, lin. 1-5).



cuius dimidiom si diuisum fuerit per basem .*cd*., scilicet per 30, reddit .5. pro quantitate .*dg*. uel .*ah*.; cuius potentia, scilicet .25., extracta ex poteotia .*bd*., scilicet de .169., remanet .144.; cuius radix, scilicet .12., est cathetus *bg*. Quo multiplicato per basem .*cd*., scilicet 12 per 30, reddunt perticas .360 pro embado dicti rumboidis, ut superius iooeuimus. Inuestigatur siquidem huius rumboidis area per duos alios cathetos, qui suot .*di*. et .*ak*., qui reperiuntur per dyametrum .*ad*. et per latera rumboidis. Quia protracto ipso dyametro resoluitur ipse rumboides io duobus trigonis oxigonijs, ut in hac alia figura depingitur, quorum unum est trigonum .*acd*., aliud .*abd*.; et est cathetus *id*., uel .*ak*. perticarum .12.: et notandum quia ab .*a*. io .*i*., ubicomque cathetom protraxerit infra rumboidem ioter *k* et *d*., super lioeam .*kd*. cadet. Nam casus catheti illius poteris inuenire per ea que in trigonis oxigonijs diximus, uel cum lensa quemadmodum iu triangulis docuimus. EST enim quandoque rumboides, qui per breuiorem dyametrum resoluitur io duobus trigonis orthogooijs, ut rumboides .*bcde*.; cuius .*bc* et *de*. latera sunt perticarum 35. ; reliqua uero duo latera .*bd* et *ce*. perticarum .37.; dyameter quoque .*be*. breuior sit perticarum 12. Dico quidem, rumboidem .*bcde*. diuisum esse in dno trigona orthogonia propter poteotiam linee .*ec*., que equatur potentijs linearum *cb* et *be*. Quare rectus est angulus qui sub .*cbe*. Similiter reperitur rectus qui sub *bed*. Et est equale trigonum .*cbe*. trigono .*bed*. Et quooiam ex multiplicatiooe catheti .*be*. in basem .*ed*. dimidium colligitur area trigooj .*bed*. Si multiplica|uerimus itaque .*be*. dyametrum in .*ed*. latus, habebimus perticas .420. pro embado totius rumboidis .*bc.de*.: similiter fit rumboides, qui per unamquamque dyametrum diuiditur in duobus trigonis ampligonijs.

« catheti .*be*. in basem » (fol. 47 recto, lin. ult. margine inferiore; pag. 78, lin. 19-20).

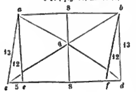


fol. 47 verso.

Incipit de figuris que habent capita abscisa de quibus IIII.*^or^ sunt genera in differentia prima.*

PRIMVM genus tertię differeotię camporum quadrilaterorum, qui habent duo latera equidistantia et inequalia, est figura, que eque caput abscisa dicitur, cuius reliqua duo latera equalia sibi inuicem sunt, ut quadrilaterum .*abcd*., cuius latus .*ab*. est pertice .8.; et est equidistans lateri .*cd*., quod latus est pertice 18; quodlibet reliquorum .*ac*. et .*bd*. sit pertice .13. In hac aut figura latus .*a.b*. capitis abscissio, et latus .*cd*. abscissio basis appellatur. Cuius figure embadum colligitur ex multiplicatione catheti in dimidio laterum .*ab*. et .*cd*.; et cathetus ducitur a capite in basim. Vnde si a puncto .*a*., uel á puncto .*b* cathetum super basim .*cd*. erigere uolueris; abscisio capitis, scilicet .8., ex abscissione basis deme, scilicet de .18., remaneot 10; cuius dimidium, scilicet .5., erit casus .*ce*. uel .*df*.: á puocto enio .*a*. cathetus cadit super .*e*.; á puncto uero .*d*. cadit super .*f*. Quare si potentiam .*ce*. ex potentia .*ae*., uel potentiam .*df*. ex potentia .*bd*., scilicet .25 de 169 extraxeris, remanebnut .144.; cuius radix, que est .12., est perpendicularis .*ae*.˜uel .*bf*.: quibus .12. multiplicatis in dimidium laterum .*ab*. et .*cd*., scilicet io dimidium de .26., hoc est in .13, reddent .156. pro embado ipsius quadrilateri .*abcd*. Verbi gratia : protractis cathetis .*ae*. et .*bf*. efficitur quadrilaterum parte altera longius .*aefb*.; cuius area colligitur ex multiplicatione catheti .*ae*. in *ef*., equalis est lineę .*ab*.; ergo .*ef*. est pertice .8. lo quibus multiplicatis perticis .12. catheti .*ae*. reddunt perticas .96. pro embado qoadrilateri .*aefb*.: quo quadrilatero extracto ex quadrilatero .*abcd*., remaoeot duo trigona orthogonia et equalia, que sunt .*aec*. et .*bfd*.:

« ca|theti in .... de 169.extra|xeris » (fol. 47 verso, lin. 10 e 11 — 16 e 17 ; pag. 78, lin. 31-36).

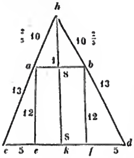


multiplicatio enim catheti *.ae.* in dimidium *.ec.* reddit aream trigoni *.aec.* Quare multiplicatio lince *ae.* in totam *.ec.* reddit embadum dnorum trigonorum *.aec.* et *.bfd.*, que multiplicatio est .60.; qua addita cum 96., scilieet eum embado quadrilateri *aefb.*, reddit .156., ut prediximus pro area quadrilateri *.abcd.* Nam si dyametrum *.da.* uel *.cb.* inneoire uolueris, potentiam lioee *.de.* uel *.cf.*, scilicet .169. cum potentia catheti *.ae.*uel *.bf.*, scilieet cum .144. adde, eruot 313.; cuius radix est longitudo dyametri *.da.* uel *.bc.* Et si punetus in quo se intersecant dyametri habere uis, adde caput cum base, eruot .26.; que in se multiplica, erunt 676. Item caput *.ab.* in se multipliea, erunt .64.; et basis in se, erunt 324.: multiplica ergo .64. per quadratum uuius dyametrorum, scilicet per 313, et diuide | summam per 676.; uel quartum de 64, scilicet .16, multiplica per 313, et diuide per quartum de 676., hoc est per 169., exibunt $\frac{3}{13}\frac{8}{13}$ 29. ; quorum radix est linea *.ag.* uel *.bg.* Similiter multiplica quartum de 324., scilicet 81. per 313; et diuide summam per quartum de 676., scilicet per .169., et habebis quadratum linee *.gc.* uel *.gd.* Et nota, quia ideo accepimus quadrata predictarum linearum, quia 313, scilicet quadratum unius dyametrorum oon habet radicem. Nam si dyameter ratiooabilis esset, multiplicauissemus eum per 8 et per 18, et diuisissemos summam eorum per 26; et sic haberemus abscissiones dyametrorum; que omnia uolumus geometrice demonstrare. Quouiam recta *.ab.* equidistans est linee *.cd.* Simile est ergo trigonum *.agb.* trigono *.dgc.*; et est aogulus *.abg.* angulo *.gcd.* equalis; et angulus *.bag.* angulo *.gdc.* Quare est sicut *.ab.* ad *.bg.*, ita *.dc.* ad *.cg.* ; et permutatim est sicut *.ab.* ad *.cd.*, ita *.bg.* ad *.gc.* Similiter est iterum sieut *.ab.* ad *.cd.*, ita *.ag.* ad *.gd.* Est enim *ab* ex *cd* $\frac{4}{9}$.; quare *.bg.* ex *.gc.*, uel *.ag* ex *gd.* sunt similiter $\frac{4}{9}$. Et quoniam que disiuocte proportiooales suot, et coninocte proportionales erunt: est ergo sicut *.ab.* ad se et ad *.cd.*, hoc sicut 8 est ad .26, uel 4 ad 13., qui mioimi suot eaodem proportionem habentes, ita *bg.* est ad totam *.bc.*, et *.ag.* ad totam *.ad.*; ergo *.bg.* est ex *bc* $\frac{4}{13}$. , et *.ag.* ex *.ad.* similiter est $\frac{4}{13}$. Quare si ratiocinata ex dyametro *.bc.* acciperemus $\frac{4}{13}$., haberemus lineam *.bg.* uel *ag.* Reliqnum uero *.gc.* uel *.gd.* esset $\frac{9}{13}$. ex toto dyametro. Sed quia quadratum dyametri, scilicet de .313., radicem oon habet, accepimus quadrata de 4. et de 13, scilicet 16 et 169; et multiplicauimus 16 per 313, et diuisimus per 169.; quia cum est sicut *ab.* ad se et ad *cd.*, ita *bg.* ad *bc.*; erit itaque sicut quadratum linee *ab.* ad quadratum summę iunctioois lioearum *.ab.* et *.cd.* , scilicet sicut 64. est ad 676, uel sicut quartum de 64. est ad quartum de 676., scilicet 16. ad 169, ita quadratum lioeę *bg.* est ad quadratum dyametri *.bc.*, scilicet ad 313.; et in eadem proportione est quadratum linee *.gc* ad quadratum linee *.ad.* Quare recta *ag.* equalis est recte *.bg.*; habent enim eandem proportionem ad equalia: et quooiam cum de equalibus equalia tolluntur, que remanent sibi iouicem equalia suot. Equalis est ergo recta *.gc.* recte *.gd.*; et habent proportionem ad totum dyametrum, scilicet ad radieem de .313., sieut *.cd.* habet ad se et ad *ab.* rectam. Que proportio est sieut .9. ad 13. Quare proportio quadrati lineę *.gc.* uel *.gd.* est ad 313., scilicet ad quadratum dyametri, sicut quadratum de .9. est ad quadratum de 13, scilicet sicut .81. est ad 169. Quare multiplicauimus superius 81 per 313, et diuisimus per 169, et habuimus quadratum lineę *.gc.* uel *gd.*; que oportebat ostendere.

Nam si linea *.ca* et *db.* in partes *.ab.* protrahantur, donec ad punctum *.h.* con-

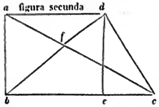
fol. 48 recto.

fol. 48 *verso.*
« ut in hac .... .*ab.* equi∫distans » (fol. 48 *verso*, lin. 1-8 e 9; pag. 80. lin. 1-8.



currant |, ut in hac alia figura, in qua quadrilaterum *abcd* transmutatur in trigono *hcd.*; et uolueris scire quantitatem linee .*ah.* uel .*bh.* Dimidium capitis ex dimidio abscissionis basis extrahe, scilicet .4. de. 9.; super reliquum uero, scilicet super .5., diuide multiplicationem dimidij abscisionis capitis in lineam .*ca.*, scilicet de .4. in 13., exibunt $\frac{2}{5}$ 10. pro quantitate linee .*ah.* uel .*bh.*: et si multiplicaueris eadem 4 per cathetum .*ae.*, scilicet per 12; et diuiseris per 5., exibunt $\frac{3}{5}$ 9 pro catheto trigoni .*hab.*, scilicet pro linea .*ih.*: qua protracta usque in punctum .*k.*, erit tota linea .*hk.* cathetus trigonj .*hcd.*: et quoniam in trigono .*hcd.* protracta est quedam recta *ab* equidistans basi *cd.*, erit trigonum .*hai.* scilicet trigono .*hcd.*, hoc est quod habent equales angulos adinuicem, scilicet angulus .*hab.* angulo .*hcd.*, scilicet exterior interiori equalis est; et angulus .*hba.* angulo qui ad .*d.* similiter equalis est : comunis autem angulus, qui sub .*ahb.* Similia uero trigona circa equales angulos habent latera proportionalia, ut in geometria declaratur. Quare sicut latus .*ha.* est ad .*ab.*, ita *hc* est ad .*cd.*; et sicut *hb* est ad .*ba.*, ita .*hd.* est ad .*dc.*: permutatim ergo sicut .*ha.* est ad *hc.*, ita *hb.* est ad *hd.*, et .*ab.* ad .*cd.* Rursus sicut .*ab.*, scilicet basis trigoni .*hab.* est ad basem .*cd.*, ita latus .*ha.* est ad latus .*hc.*, et *hb.* ad *hd*, nec non et cathetus .*ih.* ad cathetum .*hk.*; ergo que pars est .*ab.* ex .*cd.*, scilicet .8. de 18., eadem pars erit .*ha.*, scilicet $\frac{2}{5}$ 10. ex .*ac.*, scilicet de $\frac{2}{5}$ 23.; et *hb* ex *hd*, et cathetus .*ih.* ex catheto .*hk.* Nam .8 de 18 est $\frac{4}{9}$; quare .*ha.* ex *hc.* et *hb.* ex *hd.*, nec non et .*ih* ex *hk.* sunt quatuor none. In hac etiam figura est trigonum .*cea.* simile trigono .*aih.*, habent enim angulos equales. Angulus siquidem *hia.* angulo .*aec.*; quia uterque ipsorum rectus est; et angulum qui ad .*c.* angulo *iah.*; quia equidistans est linea .*ab.* linee .*cd.* Reliquum ergo qui sub .*ahi.* reliquo qui sub *cae* est equalis, propter tres angulos cuiuslibet trigonj, qui sunt duobus rectis equales. Est enim sicut .*ce.*, scilicet .5., ad .*ea.*, scilicet ad .12., ita .*a.i.*, scilicet 4., est ad .*ih.* Quare multiplicauimus superius .4 per 12.; et diuisimus per 5., et habuimus $\frac{3}{5}$ 9 pro catheto .*hi.* Item sicut .*ec.* est ad *ca.*, scilicet .5. ad .13., ita .*ia.*, scilicet .4 est ad .*ah.* Quare multiplicauimus superius .4. per 13.; et diuisimus per 5, et habuimus $\frac{2}{5}$ 10 pro linea .*ha.*: per has enim proportiones inuestigantur altitudines: et longitudines: et profunditates rerum, ut in suo loco demonstrabimus. Secvndvm uero genus huius tertię differentię est figura, que semicaput abscisa dicitur, cuius duo latera equidistantia sunt, sed non equalia. Reliqua uero duo inequalia, quorum unum eleuatur supra basem secundum rectum angulum, faciens similiter rectum angulum cum capite absciosionis (*sic*); reliquum uero latus eleuatur ab alia parte basis secundum acutum angulum, ut quadrilaterum .*abcd.*, cuius latus .*ad.*, scilicet caput, est equidistans | basi .*bc.*, cuius longitudo est pertice .18.; basis .*bc.* perticarum 30.; cathetus .*ab.* 16.; latus quoque .*dc.* 20. Ad habendam ergo aream totius quadrilateri adde 18 cum 30., scilicet caput cum base, erunt .48.; quorum medietas, scilicet .24., multiplica per lineam .*ab.*, scilicet per .16.: ideo quia ipse erigitur orthogonaliter, erunt pertice 384 in embado quadrilateri .*abcd.* Verbi gratia : super rectam .*bc.* á puncto .*d.* cathetus .*de.* protrahatur; erit quidem quadrilaterum .*abcd.* in duo diuisum, scilicet in quadrilaterum .*abcd.* parte altera longius, et in trigono *dec.* ortogonium; et est .*be.* equalis .*ad.*, et *ad.* est 18., et *be.* est similiter .18.; et .*de.* cathetus catheto .*ab.* est equalis: est enim uterque illorum 16.; area ergo quadrilateri .*abed.* est .288., que colligitur

« acutum angulum .... est equidistans » (fol. 48 *verso*, lin. ult., margine inferiore interno ed esterno; pag. 80, lin. 34 e 35).



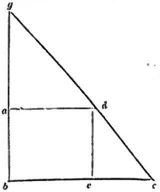
fol. 49 *recto.*

ex multiplicatione .*de*. in .*eb*., hoc est de 16. in .18.: area quidem trigonj .*dec*. colligitur ex multiplicatione catheti .*de*. in dimidium .*ec*., scilicet .16. in 6. faciunt .96.; quibus additis cum 288., scilicet cum embado quadrilateri *abed*., reddunt 384. pro embado quadrilateri .*abcd*., ut predixi.

Et si dyametrum .*ac*. habere uis; quia orthogonium est trigonum .*abc*., adde potentias linearum .*ab*. et .*bc*., scilicet .259 cum .900., erunt .1156.; cuius radix, scilicet 34., est longitudo dyametri .*ac*. Item ut habeas dyametrum .*bd*., adde potentiam catheti .*de*. cum potentia basis .*eb*., scilicet 256. cum .324, erunt .580.; quorum radix, que est surda, est longitudo dyametri .*bd*. Quare dicemus, dyametrum .*bd*. radicem esse de 580.; uel quadratum dyametri .*bd*. esse .580. Sed ut sciamus intersecationem dyametrorum, faciemus ut supra, uidelicet addemus capud cum base, scilicet .18. cum 30, erunt .48.: est ergo sicut .18 ad .48., ita .*af*. est ad totum dyametrum .*ac*. Nam .18. ad .48. est sicut 3 ad .8. Quare est sicut .3. ad .8., ita .*af*. est ad .*ac*. Quare multiplicabis .3 per 34, et diuidemus per 8., hoc est 3 per 17; et diuidemus per 4., exibunt $\frac{3}{4}$ 12. pro linea .*af*. Reliquum quod est usque in .34., scilicet $\frac{1}{4}$ 21., est linea .*fc*. Similiter quia simile est .*afd*. trigono .*bfc*., erit sicut .*af*. ad .*ac*., hoc est sicut .3 est ad .8., ita .*df*. est ad .*db*.; ergo .*df* ex .*db*. est $\frac{3}{8}$; remanet .*fb*. $\frac{5}{8}$ ex .*db*. Sed quia surda est linea *db*., accipiemus proportionem earum in quadratis ipsorum. Est ergo quadratum de .3. ad quadratum de .8, hoc est sicut .9. est ad .64., ita ad quadratum dyametri .*bd*., scilicet ad 580. est quadratum. linee .*df*.: quare multiplicabimus .9. per 580., et diuidemus summam per 64.; uel multiplicabimus .9. per quartum de .580., scilicet per 145., et diuidemus summam per quartum de .64., scilicet per .16.; quia semper debemus imitari modum euitationis. Quem in libro abbaci docuimus, scilicet accipere minimos numeros eandem proportionem habentes in multiplicationibus et diuisionibus: Est enim .580 ad 64., sicut quarta de 580. ad quartam de 64, exibunt $\frac{9}{16}$ 81. pro quadrato linee .*df*. Rursus | quia linea .*fb*. est $\frac{5}{8}$ ex dyametro .*bd*.; multiplicabis quadratum de 5, scilicet 25 per 145, et diuidemus summam per .16., exibunt $\frac{9}{16}$ 226 pro quadrato linee .*fb*.

fol. 49 *verso*.

« quia linea . . . . . .*da*. scilicet » (fol. 49 *verso*, lin. 1-8; pag. 81, lin. 25-33).



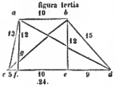
Nam si in partes .*a* et *d*. recte .*ba*. et .*cd*. protracte fuerint. donec se tetigeriut in punctum .*g*., ut in hac alia figura ostenditur; et uolueris scire quantitatem linee .*ag*.; multiplica quidem .*ed*. per .*da*., scilicet .16 per 18, et diuide per *ce*., scilicet per 12., exibunt .24. Est enim simile trigonum *dec*. trigono *gad*.; quare est sicut .*ce*. ad .*ed*., ita .*da*. ad .*ag*.: per equale enim erit sicut *ec*. est ad .*cd*., ita .*ad*. est ad .*dg*. Quare multiplicato .*cd*., scilicet .20., per .*da*., scilicet per 18; et diuiso per *ec*., reddit .30 pro quantitate .*dg*., ut suprascripta figura ostenditur.

Tertium uero genus ex hac tertia differentia est figura, que diuersecaput abscisa dicitur. cuius caput et basis equidistantia et inequalia sunt. Reliqua uero latera eleuantur supra basem secundum acutum angulum; et sunt inequalia, ut quadrilaterum .*abcd*., cuius caput .*ab*. est perticarum .10.; et est equidistans basi .*cd*., que est perticarum .24.; latus quoque .*ac*. est .13.; latus uero .*bd*. .15.: huius enim figure embadum colligitur ex multiplicatione catheti, qui deducitur á capite in basem in dimidium capitis et basis. Nam si ipsam cathetum á puncto .*a*., uel á puncto .*b*. supra basem .*cd*. protrahere uolueris, oportet primum inuenire casus ipsorum cathetorum; quorum inueniendj modus est, ut extrahas caput á base, scilicet .10. de 24, remanent .14.: de

inde extrahe potentiam lateris *.ac.*,scilicet .169., ex potentia lateris *.bd.*, scilicet de 225, remanent .56.; que diuide per .14. suprascripta, exibunt .4.; que adde cum .14., erunt 18.; cuius dimidium, scilicet .9., est casus longior *.de.* á parte lateris *.bd.*: á quibus .9. usque in 14. desunt .5., que sunt casus breuior *fc.* á latere *.ac.*, ut in trigonis acutiangulis diximus. Extracta quidem potenctia minoris casus, scilicet ex *.cf.*, que est .25., ex potentia lateris *.ac.*, scilicet ex .169., remanent .144.; cuius radix, scilicet .12., est cathetus *.af.* Similiter extracta potentia *.ed.* ex potentia *bd.*, remanebit potentia *.be.* 144.; quare *.be.* est .12., sicut *.af.*: addictio quidem capitis et basis, scilicet .10. et .24., faciunt .34.; quorum dimidio, scilicet .17., multiplicato per cathetum *.af.*, uel *.be.*, scilicet per 12., reddunt .204. pro embado quadrilateri *.abcd.*

1 latus uero .... .14. de inde 1 (fol. 49 *verso*, lin. 15-19; pag. 81, lin. 39-43 — pag. 82, lin. 1).

figura tertia

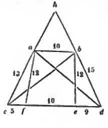


Qvadratum quoque dyametri *.cb.* colliges si quadratum linee *.ce.* cum quadrato catheti *.eb.* coadunaueris, et est .369., quorum radix est dyameter *.cb.* Nam si ubi intersecat cathetum *.af.* scire desideras, hoc dupliciter facere potueris: primum quidem quia equidistans est linee *.ab* linee *.cf.*, est sicut *ab.* ad se et ad *.cf.*, ita *.ag.* est ad *.af.*; ergo *.ag.* est $\frac{2}{3}$ ex *.af.*, scilicet .8., remanet *.gf.* 4. Sunt enim similia trigona *.agb.* et *.cgf.* Similiter et *.bg.* est | $\frac{2}{3}$ ex *.bc.* Similiter quadratum eius est $\frac{4}{9}$ ex quadrato ipsius dyametrj. Quare multiplica .4. per 369, et diuide per 9.; uel nonam de 369 multiplica per .4., erunt .164 pro quadrato linee *.bg.* : et quia *.bg.* est $\frac{2}{3}$ ex *.bc.*, remanet *.gc.* $\frac{1}{3}$ ex *bc.*; quare quadratus eius est $\frac{1}{9}$ de 369, scilicet .41. Aliter quia similia sunt trigona *.ceb.* et *.cfg.*, est sicut *.cf.* ad *.ce.*, ita *.fg.* ad *.eb.*, scilicet tertia pars. ergo *.fg.* est .4. ut predixi. Similiter propter eandem et *cg* est $\frac{1}{3}$ ex *cb.*, et cetera.

fol. 50 *recto*.

Possvmvs enim, secundum ea que dicta sunt in hac parte, etiam et in trigonis reperire dyametrum *.da.*; et scire ubi intersecat cathetum *.be.*, nec non ubi se secat cum dyametro *.bc.*, etiam si ab angulis *.cd.*, uel ab aliquo puncto dato super rectam *.cd.*, uel intus, uel extra figuram protraheretur linea super datas partes laterum *.db.* uel *.ca.*; et emitteretur extra figuram pariter cum linea *.ab.*, donec insimul coniungerentur, possumus scire punctum coniunctionis ipsarum, nec non et quantitatem linearum protractarum. Nam si latera *.ca.* et *.db.* extra educere nolueris, donec ad punctum *.h.* concurrant caput, scilicet 10 ex base, scilicet de .24 extrahe reliquum, scilicet per 14. diuide multiplicationem capitis *.ab.* in latus *.ac.*, scilicet de .10. in .13, exibunt $\frac{2}{7}$ 9 pro linea *.ah.* Similiter si diuiseris multiplicationem *.ab.* in *.bd.*, scilicet de .10. in .15. per 14., uenient $\frac{5}{7}$ 10. pro longitudine linee *.bh.* Qvartvm uero genus est figura, que caput abscisa declinans dicitur, cuius caput et basis sunt inequalia et equidistantia. Ex reliquis duobus laterilus unum supra basem eleuatur secundum acutum angulum. Reliquum super eandem basem facit angulum amplum, ut in quadrilatero *.abcd.* subscripto, cuius caput *.ad.* est pertice .12.; basis uero *.bc.* pertice .16.; latus quoque *.ab.* pertice .15.; latus quoque *.dc.* pertice .13.: hec etiam figura colligitur ex multiplicatione catheti in dimidium capitis et basis ipsius. Nam á puncto *a.* supra basem *.bc.* cathetus cadit infra quadrilaterum *.abcd.*; á puncto uero *.d.* cathetus cadet extra. Quare ut inueniamus quantitatem catheti interioris uel exterioris, oportet ut inueniatur primum casus ipsius. Cuius inueniendi modus est ut extrahatur caput á base, scilicet .12. de .16., remanent .4.; quorum potentia, scilicet 16, addatur cum potentia lateris *.cd.*, scilicet cum .169., erunt 185.; que extrahantur ex potentia *.ab.*, scilicet de .225., remanent

1 dato super .... pro longitudine 1 (fol. 50 *recto*, lin. 10-17 e 18; pag. 82, lin. 24-32).



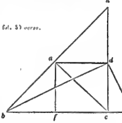
.40.; quorum dimidium, scilicet 20, diuidenda sunt per suprascripta .4., exibunt .5. pro exteriori casu *.ce.*, ut in trigono ampligonio demonstrauimus: quibus .5. additis cum base *.cb.*, scilicet cum .16., reddunt .21. pro tota linea *.eb.*; ex qua extractis .12., que sunt quantitas capitis, remanent .9. pro quantitate casus *.fb.* interioris. Quare extracta potentia ex *.fb.*, scilicet .81., ex potentia lateris *.ba.*, scilicet ex .225.; uel extracta | potentia *ce.*, scilicet .25.,ex potentia *.cd.*, scilicet ex 169, remanebunt .144.; quorum radix, scilicet .12., est cathetus *.af.* uel *.de.*: quibus scilicet 12 multiplicatis per dimidium capitis et basis, scilicet per 14., reddunt perticas .168. pro area totius quadrilateri *.abcd.* In similibus quoque figuris, que capita declinantia nuncupantur, duo catheti que producuntur ab angulis capitis in basem, quandoque una cadit interius, et alia exterius, ut in suprascripta figura. Quandoque una cadit interius super angulum basis, qui oppositus est ei angulo, á quo cathetus producitur: et alia cadit exterius; quandoque utreque cadunt exterius, ut in his subscriptis figuris ostenditur; quarum figurarum catheti inueniuntur, secundum quod superius demonstrauimus. QVADRATVM quidem ex *.be.* est .441., et *.ed.* est .144.; quibus in unum coniunctis faciunt 585. pro quadrato dyametri *.bd.* Item quadrato linee *.cf.*, scilicet .49., addito cum quadrato catheti *fa.*, scilicet cum .144., egredientur .193. pro quadrato dyametrj *.ac.* Secationem uero dyametrorum per ea que superius dicta sunt habere potes. Verum si in partes *.a.d.* latera *.ba.* et *.cd.* in puncto *.k.* protraxerimus, erit quidem *ka.* ad *kb.*, et *kb* et *kd.* ad *kc.*, sicut *.ad.* est ad *.bc.*, hoc est $\frac{3}{4}$. Quare *.ab.* ex *kb.*, et *dc* ex *kc.* sunt quarta pars. ergo *.ka.* est triplum ex *.ab.*, et *kd.* ex *.dc.* Quare *ka.* est .45., et *kd* est .39. SI QVADRILATERI latera nequaquam equidistantia fuerint, ut in quadrilatero *.abcd.*, cuius latus *.ab.* est pertice .13.; latus quoque *bc* sit pertice .15.; latus quoque *.dc.* pertice .17.; latus quoque *da* pertice .16.; quod quadrilaterum mensurati (*sic*) potest, si habeatur notitia unius dyametrorum, á quo ipsum quadrilaterum diuiditur in duo trigona, quorum area in unum coniuncta reddit aream totius quadrilateri. Verbi gratia: sit dyameter *.ac.* pertice .14.,eritque area trigonj *.abc.* pertice .84.; trigonj *.acd.* pertice $\frac{1}{5}$104.; quibus areis in unum coniunctis reddunt $\frac{1}{5}$ 188. pro embado tutius quadrilateri *.abcd.*: et est hic modus uniuersalis in omnibus quadrilateribus. Vel aliter á puncto *.a.* protrahatur recta *.ae.* equidistans lateri *.bc.*; et secundum ea que dicta sunt in precedenti parte accipiatur area quadrilateri *.abce.*, cui superaddatur triangulus *.ade.*, et habebitur area totius quadrilateri *.abcd.* Preterea est figura, que barbata dicitur, similiter diuersa habens latera, in qua una ex dyametris cadit interius, altera uero exterius, ut in quadrilatero *.defg.*, cuius dyameter *.eg.* cadit interius á puncto *.f.* in puncto *.d.*, cadit linea *.fd.* extra quadrilaterum *.d.e.f.g.*: huius itaque figure aream habebis, si aream trigonj *.deg.* cum area trigonj *.feg.* coadunaueris; uel si ex area trigonj *.def.* dempseris aream trianguli *.d.g.f.*

Incipit pars tertia in dimensione camporum plura latera quam quatuor habentium.

Modvs itaque metiendi multilateras figuras est, ut diuidas ipsas in trigonos, et areas omnium trigonorum in unum colligas, et sic | habebis aream cuiuslibet multilatere figure. Et notandum quia multilatera figura, que constat ex quinque lateribus, soluitur adminus in tria trigona. Que uero constant ex sex lateribus in quatuor; et sic semper omnis multilatera figura soluitur in duo trigona minus laterum ipsius. et quamuis

« cum .16. reddunt ..... uel extracta » (fol. 50 *verso*, lin. 32-33, e margine inferiore interno ed esterno; pag. 83, lin. 3-5).

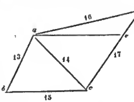
fol. 51 *verso*.



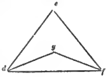
« producuntur .... et alia exterius » (fol. 50 *verso*, lin. 3 e 6; pag. 83, lin. 9 e 10).



« .ac. Secationem .... .13.; latus » (fol. 50 *verso*, lin. 13-18; pag. 83, lin. 17-23).



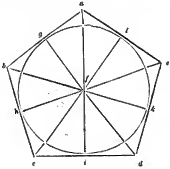
« quadrilateri. Verbi .... area totius » (fol. 50 *verso*, lin. 22-27; pag. 83, lin. 26-31).



fol. 51 *recto*.

per resolutionem ipsarum in trigona multilatere figure mensurare possint, tamen quandoque subtilius in quibusdam procedere possumus, scilicet cum figura fuerit penthagona, hoc est ex quinque lateribus; et poteris ex ea facere duo petia, quorum unum erit trigonum, et alterum fit quadrilaterum, in quo latera ipsius erunt equidistantia, ut in penthagono *.abcde.*, ex quo absciso trigono *.abe.*, remanet quadrilaterum *.ebcd.* caput abscisum, cuius *.be.* latus equidistaus est lateri *.cd.*; tunc colliges aream trigoni *.abe.*, et addes eam cum area quadrilateri *.bcde.*, et habebis aream penthagoni *.abcde.* Similiter cum possibile fuerit de exagono, scilicet ex figura que habent sex latera, facies duo quadrilatera, quorum unumquodque habeat duo latera equidistantia. Vel faciat inde unum quadrilaterum, quod habeat duo latera sibi inuicem equidistantia, et duo trigona; et sic studeas in reliquis figuris multilateribus operari. Verum si figura multilatera fuerit equilatera et equiangula, quam metiri desideras, aliter quam dictum sit, poteris ad ipsius embadum peruenire, cum in ipsa cadat circulus contingens medium unius cuiusque laterum ipsius. Multiplicabis itaque semidyametrum ipsius circulj per dimidium laterum ipsius figurę, et habebis embadum ipsius. Ad cuius rei euidentiam adiaceat penthagonum equilaterum et equiangulum *.abcde.* In quo uolumus describere circulum contingentem laterum ipsius, quod sic fit: diuidam angulos *.eab.* et *abc.* in duo equa á duobus (*sic*) lineis *.af* et *fb.*, et protraham lineas *.fc. fd. fe.*, et signabo puncta *.g.h.i.k.l.* in medio laterum ipsius, et copulabo lineas *.fg. fh. fi. fk. fl.*; quas demonstrabo esse sibi inuicem equales. Quoniam equiangulum est penthagonum *.abcde.*, erit angulus *.fab.* equalis angulo *.fba.*; cum sint dimidium angulorum penthagoni. Quare trigonum *.fab.* est equicrurium habens latera equales angulos subtendentia sibi inuicem equalia. Quare equalis est recta *.fa.* recte *.fb.* et *.fg.*, que est cathetus super lineam *.ab.*, cum cadat in medio ipsius: est enim *.la.*, cum sit medietas recte *.ae.*, equalis recte *.ag.*: comuniter adiaceat recta *fa.*, erunt due recte *.ga.* et *af.* equales duobus rectis *fa* et *al.*; et angulus qui sub *.gaf.* equalis est angulo qui sub *.fal.*: quare et basis *fl.* equalis est basi *.fg.*; et angulus *.afl.* equalis est *.afg.* angulo *.agf.*, rectus qui sub *.agf.*, et qui sub *.alf.* erit rectus: quare recta *.fl.* cathetus est |

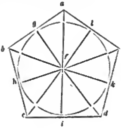
« basis *fl.* .... cathetus est » (fol. 51 *recto*, lin. 34-35, e margine inferiore interno ed esterno; pag. 84, lin. 27-28).



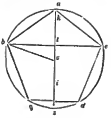
super rectam *.ae.*; et quia *.al.* equalis est recte *.el.*, si comuniter adiaceat recta *.fl.*, erunt duo recte *.fl.* et *.la.* equales duabus rectis *.fl.* et *le.*; et anguli qui ad *.l.* sunt equales; cum rectus sit uterque eorum: quare recta *fe.* equalis est recte *.fa.*; et trigonum *.afl.* equale est trigono *.lfe.*; et totum trigonum *.bfa.* est equale toti trigono *.afe.* Similiter ostendetur, quamlibet rectarum *.fh. fi. fk.* equalem esse cuilibet rectarum *.fg. fl.* Quare centro *.f.* spatio unius rectarum *.fg. fh.* describetur circulus *.ghikl.*, et erit penthagonum *.abcde.* diuisum in quinque trigona equalia, que sunt *.fab. fbc. fcd. fde. fea.*; et catheti cadentes in ipso sibi inuicem sunt equales, qui sunt *.fg. fh. fi. fk. fl.*: et quia ex ductu *.fg.* in dimidium *.ab.* prouenit area trigonj *.fab.*; si multiplicauerimus semidyametrum circulj cadentis in penthagono, scilicet *.fg.*, in quincuplum medietatis *.ab.*, hoc in medietate laterum penthagonj *.abcde.*, prouenit quincuplum aree trigonj *.fab.*, hoc erit area penthagonj *.abcde.*, ut predi- ximus. Similiter ueniet in omnj figura equilatera et equiangula, iu qua cadit circulus. Ex hoc enim manifestum est, quod multiplicatio semidyametrj circulj in plus medietate linee circunferentis facit plus embado ipsius circulj. Possumus autem penthagonum equilaterum et equiangulum alio modo metirj, cum cadat in circulo contingente omnes angulos ipsius. Multiplicetur quidem medietas, idest dodrans et quarta ipsius dyametrj, per medietatem, idest destunce et tertiam cordę anguli penthagonicj, et habebis embadum ipsius: ad cuius rei euidentiam sit penthagonum *.abgde.* descriptum in circulo *.abgde.*, cuius dyameter sit *.az.*, et centrum eius sit *.c.*; et copuletur recta *.be.*, que est corda anguli penthagonicj *.bae.*; et accipiatur *.c.i.* medietas semidyametrj *.cz.*, et erit tota *.ai.* medietas et quarta totius dyametri *.az.*; et sit sicut *.ai.* ad *.ac.*, ita *.te.* ad *.tk.*: est enim *ac.* ex *.ai.* due tertie: similiter et *tk.* est due tertie ex *.te.*, hoc est ex *.tb.*; equalis quidem est *.bt.* ex *.te.*; quare *.tk.* est tertia pars totius cordę *.be.*; quare *.bk.* est medietas et tertia cordę *.be.* Dico quidem quod ex multiplicatione *.ai.* in *.bk.* prouenit embadum penthagonj *.abgde.*; quod sic probatur: quia est sicut *.ia.* ad *.ac.*, ita *.te.* ad *.tk.*; erit multiplicatio *.ca.* in *.te.*, hoc est in *.tb.*, equalis multiplicationj *.ia.* in *.tk.* Sed ex multiplicatione *.ca.* in *.bt.* preuenit duplum trigonj *.cba.*; ergo ex ductu *.ai.* in *tk.* prouenit duplum trigonj *.cba.*: et quia *.tk.* dupla est ex *.ek.*; si multiplicauerimus *.ia.* in *.ek.*, proueniet equale trigono *.cba.*, quod est quinta pars totius penthagonj *.abgde.* Quare si multiplicauerimus *.ai.* in *.bk.*, scilicet quincuplum ex *ke.*, proueniet utique | quincuplum aree trigonj *.cba.*: sed quincuplum trigonj *.cba.* est equale penthagono *.abgde.*; ergo ex ductu *.ai.* in *.bk.* prouenit embadum penthagonj *.abgde.*, ut predixi. Et notandum, quod si dyameter circulj fuerit ratiocinatus, tunc latus penthagonicum cadens in ipso erit linea minor, scilicet radix recisi quarti, uel abscisionis quartę; que abscisio constat ex numero minus radice: quorum duorum nominum maius nomen potest super minus, eo quod ab incommensurabilj sibi longitudine et corda anguli penthagonicj erit linea maior, scilicet radix binomij quartj; quod constat ex numero et radice, cuius nomen maius potest plus minore, eo quod ab incommensurabilj sibi longitudine sunt eorundem nominum latus penthagonicum et corda angulj penthagonicj: ut si latus penthagonicum *.ab.* fuerit radix de .40. minus radice de .320.; et corda *.be.* erit radix de .40, et radicis de 320.; et hoc est cum dyametrum *.az.* ponimus esse .8., ut in suo demonstrabitur loco.

fol. 51 *verso.*

« anguli qui . . . . *ab.* prouenit » (fol. 51 *verso*, lin. 3-10; pag. 85, lin. 2-9).

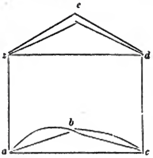


« sit *.c.* et . . . . *tk.* equales » (fol. 51 *verso*, lin 23-30; pag 85, lin. 20-24).



fol. 52 *recto.*

« Si uero .... .zed. indicabo » (fol. 52 *recto*, lin. 14-20; pag. 86, lin. 1-7).



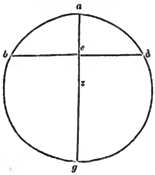
Si uero campus rectilineus non fuerit, ut quadrilaterum *.abcdez.*, cuius duo latera *.az.* et *.cd.* sunt rectilinea, reliqua uero *.abc.* et *dez.* sunt curua; qualiter ipsum etiam et similia mensurarj debeas, indicabo. Ex *.a.* quidem in *.c.* et ex *.z.* in *d.* recte protrahantur *.ac.* et *.dz.*; deinde quadrilaterj *acdz.* rectilinej aream, secundum ea que dicta sunt, colligere studeas; super quam aream uentris *.zed.* superadde; ex quo toto diminuas aream uentris *.abc.*, et habebis aream quesitj campi. Nam qualiter habeatur area uentris *.zed.* indicabo : super dimidium arcus *zed.* punctum fige *.e.*, et copulabis rectas *ez. ed.*, et erit trigonum *.ezd.* rectilineum, et remanebunt ex toto uentre *.zed.* uentres *zge.* et *ead.*; in unoquoque quorum, si eodem modo trigona rectilinea ordinaueris, remanebunt uentres iiij^{or}, quos solueris eos in triangulos rectilineos ; et hoc eodem modo si semper fiet in reliquis uentribus, ueniet aliquando quod ex toto uentre *.zed.* non remanebit aliquid sensibile: unde si arem omnium trigonorum contentorum infra uentrem *.zed.* coniunxerit, habebis siquidem aream uentris *.zed.* Similiter si eodem modo processeris in uentre *.abc.*, habebis utique aream ipsius.

Incipit pars quarta in dimensione circulorum et eorum partium.

Cvm itaque campum rotundum, idest circulum, mensurare desideras, ipsius dyametrj notitiam habeas; quem in $\frac{1}{7}$ 3 multiplica, uel in .22 extende; et quod ex multiplicatione prouenerit per 7 partire, et habebis quantitatem linee circunferentis, et continentis ipsum circulum. Cum dimidium dyametrj per dimidium circunferentis linee duxeris, nimirum area ipsius circulj inde proueniet : uel ex quadrato sui dyametrj undecim quartas decimas accipe; et habebis similiter | circuli embadum. Vel si secundum pisanum modum mensurare desideras, dyametrum in se multiplica; et quod prouenerit diuide per 7, et habebis panora embadj ipsius circulj. Et ut hec omnia apertius declarentur; adiaceat circulus *abgd.*, in quo sumantur duo puncta *.b.d.*; et copuletur recta *.bd.*, et diuidatur in duo equa super *.e.* punctum, à quo protrahatur recta *.ag.*, faciens rectos angulos cum recta *bd.*; et erit utique recta *.ag.* dyameter circulj, in cuius dimidio est centrum ipsius circulj, quod sit *.z.*; et ponamus, dyametrum *.ag.* esse .14 perticarum; que si multiplicauerimus per $\frac{1}{7}$ 3., prouenient pertice .44. pro linea circunferente *.abgd.*; que uocatur periferia: uel 14. per 22 multiplica; et quod prouenerit diuide per 7, et uenient similiter 44 pro curua *.abgd.*; cuius dimidium, scilicet .22., si per dimidium dyametrj multiplicauerimus, prouenient 154 pro embado circulj *.abgd.* Vel si de quadrato dyametrj, quod est 196., acceperis $\frac{11}{14}$, scilicet multiplicabis 196 per 11, et diuides per 14.; uel quartam decimam partem de 196., que est .14., extende per .11., et prouenient similiter 154 pro embado ipsius. Similiter si dyametrum in se multiplicauerimus, erunt 196; quibus diuisis per 7, uenient panora 28 pro embado circulj *abgd.*, quibus equantur pertice 154. superius inuente; cum unumquodque panorum contineat perticas $\frac{1}{2}$ 5.

fol. 52 *verso*.

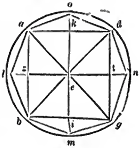
« .bd. et erit .... prouenient similiter » (fol. 52 *verso*, lin. 6-13; pag. 86, lin. 26-34).



Et si per notitiam circunferentis linee dyametrum circulj habere desideras, ipsam in $\frac{1}{7}$ 3 diuide, hoc est septuplum eius diuide per 22. Verbi gratia : sit linea circunferens 44.; quorum septuplum si diuiserimus per 22; uel si uigeximamsecundam partem de 44 multiplicauerimus per .7., nimirum .14. pro eius dyametro prouenient: et si embadum circulj ex linea circunferente tantum habere desideras, quadratum medietatis ipsius per 7 multiplica; et quod proueniet diuide per 22. Verbi gratia : medietas curue *abgd.* est 22, quorum quadratum est .484.; quod per 7 multiplicatum facient 3388.; quibus per

22 diuisis, ueniunt 154., ut superius inuenimus: uel si 484 diuiserimus per 22, uenient .22; quibus multiplicatis per 7 faciunt similiter 154. Et si dyameter circulj fuerit .10., erit utique circunferens linea $\frac{3}{7}$ 31., que proueniunt ex multiplicatione .10. in $\frac{1}{7}$ 3. Quare si dimidium dyametrj, scilicet .5., multiplicauerimus per dimidium circunferentis lineę, scilicet per $\frac{5}{7}$ 15, uenient $\frac{4}{7}$ 78. Vel si quadratum dyametrj, scilicet 100., multiplicauerimus per 11, et summam diuiserimus per 14.; uel si .11. multiplicauerimus per dimidium de 100, et summam diuiserimus per dimidium de 14, scilicet per 7, proueniunt utique $\frac{4}{7}$ 78 pro area suprascripti circulj. Vel si 100 diuiserimus per 7, prouenient panora $\frac{2}{7}$ 14., que equantur perticis $\frac{4}{7}$ 78 suprascriptis. Et si $\frac{2}{7}$ unius panori in usitatas partes reducere uis, scilicet in soldos et denarios, multiplica 2, que sunt super uirgam, per soldos unius panori, erunt soldi 33; quos diuide per 7, uenient soldi 4 et denarii $\frac{4}{7}$ 8 mensurę. Ergo pro embado suprascripti circulj habetur stariorum unum et panora duo | et soldi iiij^{or} et denarii $\frac{4}{7}$ 8; et sic studeas facere in similibus. Verum si fol. 53 recto.
nosse uis unde habeatur quod ex multiplicatione semidiametrj circunferentię dimidium embadum circulj proueniat, reiterabo circulum *.abgd.*, cuius centrum sit *.e.*; et describam in ipso rectilineum aliquod, et quotcumque uoluerit laterum; et sit quadrilaterum *.abgd.*, quod resoluam á centro *.e.* in quatuor trigona, uidelicet secundum numerum laterum ipsius, que sint *.eab. ebg. egd. eda.* ; et est equicrurium unumquodque ipsorum; cum linee *.ea. eb. eg. ed.* sibi inuicem sint equales; sunt enim á centro ad periferiam ducte: quare si in ipsis trigonis catheti producantur á centro *.e.*, cadet unusquisque super dimidium basis sui trigoni. Quare ponamus super dimidium ipsorum trigonorum puncta basium *.z.i.t.k.*, per que puncta producantur á centro *.e.* ad periferiam recte *.el. em. en. eo.*; et copulentur *.al. lb. bm. mg. gn. nd. do. oa.*, et erunt quatuor trigona super bases *ab. bg. gd. da.* constituta : et quoniam recta *.ez.* cathetus est super rectam *.ab.* ; si multiplicauerimus *ez.* in dimidium *.ab.*, prouenient utique embadum trigonj *.eab.* Similiter quia *.lz.* cathetus est trigonj *.lab.* , proueniet utique ex *.zl.* in dimidium *.ab.* embadum trigonj *.lab.* Quare si multiplicauerimus totam *.el.*, scilicet semidyametrum circulj, in dimidium *.ab.*, proueniet utique embadum quadrilateri *.ealb.* Simili quoque modo si multiplicauerimus *.em.* , scilicet *.el.*, in dimidium linee *.bg.*, proueniet embadum quadrilateri *.ebmg.* Eodemque modo si multiplicauerimus *.en.* in dimidium *.gd.*, et *.eo.* in dimidium *.da.*, prouenient embada quadrilaterorum *.egnd.* et *.edoa.*; hoc est si multiplicauerimus *.el.*, scilicet semidyametrum in dimidium laterum quadrilaterj *.abgd.* , proueniet embadum multilaterę figurę cadentis in circulo. Sed embadum ipsius multilaterę figure, que est *.albmgndo.*, est minor embado circulj. Ergo ex multiplicatione semidyametrj circulj in dimidium rectarum *.ab. bg. gd. da.* proueniet minus embado circulj. Sed dimidium linearum *.abgd.* minus est medietate circunferentię *.abgd.* Ergo ex multiplicatione semidyametrj circulj in minus dimidio circunferentię ipsius circulj facit minus embado circulj : demonstrauimus itaque in preterita parte in dimensione multilaterum figurarum continentium circulum , quod ex multiplicatione semidyametrj circulj in plus medietate circunferentię ipsius prouenit plus embado circulj. Quare concluditur, quod ex multiplicatione semidyametrj circulj in dimidium lineę circunferentis prouenit embadum ipsius. Sed querendum rursus est vnde procedat inuentio embadj circulj per

« rectilineum aliquod .... et copulentur » (fol. 53 recto, lin. 4-10 e 11; pag. 87, lin. 16-23).



adsumptionem uudecim quartarum decimarum quadrati sui dyametrj. Quoniam embadum alicuius circulj ad embadum alterius est sicut quadratum dyametrj unius ad quadratum dyametrj alterius, ut Euclides in secundo theoremate duodecimj sui libri demonstrauit.
fol. 53 verso. Erit permutatim sicut quadratum dyametrj | alicuius circulj ad embadum ipsius, ita omnia quadrata dyametrorum omnium circulorum erunt ad embada ipsorum circulorum. Quare cum inuenta fuit proportio quadrati dyametri unius circulj ad suum embadum, tunc fuit inuenta proportio quadrati dyametrj unius cuiuslibet circulj ad suum embadum. fuit enim quadratum dyametrj suprascripti circulj 196., et embadum ipsius .154, quorum proportio est sicut 14 ad 11. in minimis numeris. Quare erit sicut 14 ad quadratum dyametrj cuiusuis circulj, ita .11. erit ad embadum ipsius. Vnde cum multiplicauerimus .11. per quadratum dyametrj cuius uis circulj; et summam diuiserimus per .14., proueniet embadum ipsius circulj; quod oportebat ostendere. Similiter si perticas 154 redigemus in panora, uenient panora 28. Ergo erit sicut 196 ad panora .28., ita quadratum dyametrj cuius uis circulj erit ad panora continentia embadum ipsius. Sed 196 ad .28. sunt sicut .7 ad .1.; quare erunt sicut .7. ad .1., ita quadratum dyametrj cuius uis circulj erit ad panora embadi ipsius. Quare si ex quadrato dyametrj cuius uis circulj septimam acceperimus, uimirum panora, que sunt in embado ipsius circulj, prouenient, ut superius demonstrauimus. Et notandum, quia que proportio est unius quantitatis ad aliam, eadem erit cuius uis multiplicis unius ad idem multiplex alterius. Quare que proportio est dyametri antecedentis circulj ad dyametrum consequentis, eadem erit linee circuuferentis antecedentis circulj ad lineam circunferentis consequentis. Et eadem erit proportio medietatis linee circunferentis antecedentis circulj ad medietatem linee circunferentis consequentis. Quare erit sicut quadratum diametrj antecedentis circulj ad quadratum dyametrj consequentis, ita quadratum semicircunferentie antecedentis ad quadratum semicircunferentie consequentis: et quia est sicut quadratum dyametrj antecedentis circulj ad quadratum dyametrj consequentis, ita embadum ad embadum: erit utique sicut quadratum semicircunferentię antecedentis circulj ad quadratum semicircunferentię consequentis, ita embadum antecedentis circulj ad embadum consequentis: permutatim ergo erit sicut quadratum semicircunferentię antecedentis circulj ad suum embadum, ita quadratum semicircunferentię consequentis erit ad suum embadum; fuit medietas lineę circunferentis supradictj circulj 22, cuius quadratum est 484; et embadum eius fuit 154.; quorum proportio in minimis numeris est sicut 22. ad .7; ergo sicut 22 est ad .7, ita quadratum semicircunferentis lineę cuius uis circulj
fol. 54 recto. erit ad suum embadum. Quare cum multiplicantur .7 per quadratum | semicircunferentis linee alicuius circulj; et summa diuiditur per 22, prouenit utique embadum ipsius circulj. Ostendendvs est etiam quomodo inuentum fuit, lineam circunferentem omnis circulj esse triplam et septimam sui dyametrj ab Archimenide phylosopho; et fuit illa inuentio pulcra et subtilis ualde: quam etiam reiterabo non cum suis numeris, quibus ipse usus fuit demonstrare; cum possibile sit cum paruis numeris ea que ipse cum magnis ostendit plenissime demonstrare. Adiaceat quidem circulus *.abgd.*, cuius dyameter sit linea *.ag.*; et centrum eius sit *.c.*; et protraham lineam *.ez.* contingentem circulum super punctum *.a.* Quare dyameter *.ag.* cathetus est super rectam *.ez.*: deinde super rectam *.ac.*; et in ipso puncto *.c.* protraham angulum *.ace.*, qui

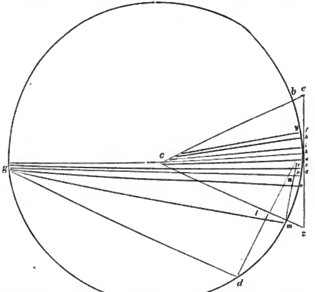
sit tertia pars recti; quare angulus *.aec.* erit $\frac{2}{3}$ unius anguli recti, cum angulus *.eac.* sit rectus. Sunt enim omnis trigonj tres anguli duobus rectis equales: et iaceat *.az.* equalis recte *.ae.*; et copuletur recta *.cz.*, et erit trigonum *.caz.* equale trigono *.cae.*; et angulus *.cza.* equalis est angulo *.cea.*: est enim unus quisque eorum $\frac{2}{3}$ angulj recti. Similiter cum angulus *.ecz.* duplus sit angulo *.eca.*, erit similiter angulus *.ecz.* $\frac{2}{3}$ angulj recti: equiangulum ergo est et equilaterum trigonum *.cez.*; quare recta *.ez.* erit latus exagonj equilaterj et equiangulj continentis circulum *.abgd.* (idest circa circulum *.abgd.*) Quibus ita per ordinem peractis, ponam *.ce.* esse 30; quare *.ae.* erit 15: et quia orthogonium est trigonum *.cae.*, si ex quadrato lateris *.ce.* tollatur quadratum lateris *.ac.*, scilicet .225 de 900, remanebunt 675 pro quadrato lateris *ca.*; ergo latus *.ca.* est radix de 675: quam si subtiliter ceperemus, inueniemus, ipsam esse secundum propinquitatem perticarum .26. minus unceis $\frac{4}{13}$ 2. Constat enim pertica ex unceis .108.: deinde diuidatur angulus *.eca.* in duo dimidia á linea *.cf.*, que diuidet arcum *.ab.* super punctum *.y.* Et cum habeatur ex demonstrationibus EVCLIDIS, equales angulos á centro super equales periferias consistere; equalis est ergo periferia *.ay.* periferie *.by.*: fuit itaque *.ae.* semilatus exagonicj. Quare et *.af.* erit semilatus dodecagonj continentis circulum *.abgd.* (idest circa circulum *.abgd.*) Et quia angulus *.eca.* in duo equa diuisus est á linea *.cf.*, proportionaliter erit sicut *.ec.* ad *.ca.* ita *.ef.* ad *.fa.*, ut EVCLIDES in sexto declarauit libro: quare erit sicut coniunctum ex *.ec.* et *.ca.* ad *.ea.*, hoc est sicut 56 minus unceis $\frac{4}{13}$ 2 est ad *ea.*, ita coniunctum ex *ef. fa.*, quod est .15., ad lineam *.fa.*: permutatim ergo erit sicut coniunctum ex *ec.* et *.ca.* ad *ea.*, hoc sicut 56 minus unceis $\frac{4}{13}$ 2 sunt ad 15., ita *.ca.* erit ad *.af.* Quare ponam *.ea.* esse 56 minus $\frac{4}{13}$ 2, et *.af.* erit 15. Quare | si coniunxerimus quadrata linearum *ca.* et *af.*, habebimus pro quadrato linee *.cf.* 3359 minus unceis $\frac{2}{3}$ 16; quorum radix, que est 58, minus unceis $\frac{4}{5}$ 4, est latus *.cf.* Deinde diuidam angulum *.fc.* in duo equa á linea *.ch.*; et erit *ah* semilatus figure equilaterę habentis latera .24., et descripta circa circulum *.abgd.*: et quia angulus *fca.* diuisus est in duo equa á linea *ch.*, erit proportio coniuncti ex *fc.* et *ca.* ad *.ca.* sicut *.fa.* ad *.ah.*: permutatim ergo erit sicut coniunctum ex *.fc.* et *.ca.* ad *.fa.*, hoc est sicut 114 minus unceis $\frac{7}{8}$ 6 ad .15., ita *.ca.* ad *.ah.*: quare ponam *.ca.* esse .144 minus unceis $\frac{7}{8}$ 6, et *ah.* erit 15; quare si ex coniunctione quadratorum ipsorum radicem acceperimus, habebimus 115 minus unceis $\frac{16}{23}$ 6. pro linea *.ch.* Rursus diuidam angulum *.hca.* in duo equa cum linea *.ci.*; et erit *.ai.* semilatus equilatere figure habentis latera .48, et descriptę circa circulum *.abgd.*, cuius *.ai.* proportio ad *ac* erit sicut .15. ad coniunctum ex *ac* et *ch.*, hoc est ad 229, minus unceis $\frac{11}{72}$ 15, secundum maximam propinquitatem. Non enim possumus uere procedere quando oportet inuenire radices numerorum surdorum, eorum uidelicet qui radicem non habent in numeris. Ponam ergo *.ca.* esse 229 minus unceis $\frac{11}{72}$ 15; et *ai* ponam esse .15.; et diuidam iterum angulum *.ica.* in duo equa á linea *.ck.*, et erit *.ak.* semilatus figure descriptę circa circulum *.abgd.*, habentis latera .96. continentia ipsum circulum. Addam iterum quadrata linearum *ca* et *ai*; et habebo quadratum lateris *.ci.*, cuius radix est 229, et uncie $\frac{1}{11}$ 7 aliquantulum minus; sed proportio *.ca.* ad *.ak.* est sicut proportio coniuncti ex *ic* et *ca.* ad *ai.*; ergo proportio *.ca.* ad *ak.* est quasi $\frac{4}{5}$ 458 ad 15. Sed proportio *.ca.* ad *.ak.* est sicut proportio dyametrj *.ga.* ad duplum

linee supra dyametrum

fol. 54 *verso.*

« duplum .ai. .... circulum .abgd. » (fol. 54 *verso*, lin. 23 e margine inferiore; pag. 90, lin. 1).

.ai. Sed duplum *.ai.* est latus equilaterę figure descriptę circa circulum *.abgd.*,|



fol. 55 *recto*.

habentis latera 96; quare est sicut $\frac{1}{3}$ 458 ad 15., ita dyametrum *.ga.* ad unum ex lateribus figurę supradictę habentis latera .96. Quare si multiplicauerimus 15 per 96, prouenient .1140. pro summa laterum ipsius figurę: ergo proportio omnium laterum figure supradicte ad dyametrum circulj cadentis in ipsa est sicut 1440 ad $\frac{1}{3}$ 458.

linee circa dyametrum

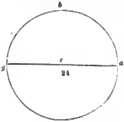
Inueniam rursus proportionem circulj ad dyametrum ipsius per latus figure cadentis in ipso habentis latera .96. in hunc modum: ponam in eodem circulo *abgd.* latus exagonici *.ad.*, quod est equale semidyametro *.ca.*; et copulabo *.gd.* , et erit trigonum *.gda* orthogonium, cum sit in semicirculo *.gda.*: omnis enim angulus, ut in tertio libro EVCLIDIS habetur, qui est in semicirculo, est rectus; et quia linea *.ad.* est latus exigonicum, erit periferia *.ad.* tertia pars periferię *.dag.*; quare periferia *.gd.* dupla est periferie *.da.* Vnde angulus *.gad.* duplus est angulo *.agd.*; et sunt ambo simul equales uni angulo recto; quare angulus *.agd.* est tertia pars recti. Ponam ordine suprascripto, dyametrum *.ag.* esse 30; quare recta *.ad.* erit .15, et recta *gd* erit 26, minus unceis $\frac{1}{72}$ 2 per ea que superius demonstrauj : et diuidam angulum *.agd.* in duo equa á linea *.gm.*; et copulabo rectam *.am.*, et erit proportio recte *.al.* ad *.ld.* sicut *.ag.* ad rectam *.gd.*: ct cum coniunxerimus, erit proportio recte *.ad.* ad *.ld.* sicut coniuncti ex *ag* et *gd.* rectis ad rectam *.gd.* ; et cum permutauerimus, erit sicut *.ag.* et *.gd.*

recte ad rectam *.ad.*, hoc est sicut 56 minus unceis $\frac{1}{13}$ 2. ad 15., ita *gd.* ad *.dl.*: et quia angulus *.agd.* in duo equa diuisus est a linea *.gm.*, equalis est angulus *.agm.* angulo *dgm.*, et angulus *.gdl.* equalis est angulo *.gma.* : est enim uterque eorum rectus, cum sit in semicirculo *.gdma.*; reliquus ergo angulus, qui sub *.gld.*, reliquo, qui sub *gam.* est equalis; equiangulum ergo est trigonum *.gdl.* trigono *.gma.*: quare est sicut recta *.gd.* ad *.dl.*, ita recta *.gm.* ad *.ma.* : quare ponam *.gm.* esse 56 minus unceis $\frac{1}{13}$ 2; et *.ma.* recta erit 15; et est recta *.am.* latus dodecagoni, cum periferia *am.* dimidium sit periferie *.amd.* Rursus diuidam angulum *.agm.* in duo equa cum linea *.gno.*; et copulabo rectam *.ao.*, et inueniam radicem coniunctam ex quadratis linearum *gm. ma.*, que est 58 minus unceis $\frac{4}{5}$ 4 pro latere *.ag.*; et erit sicut coniunctum ex *.ag.* et *.gm.* ad lineam *.ma.*, hoc est sicut .114 minus unceis $\frac{7}{8}$ 6. ad 15., ita *.gm.* ad *.mn.* Sed sicut *.gm.* ad *.mn.*, ita *.go.* ad *.oa.*; sunt enim trigona *.gmn.* et *.goa.* similia et orthogonia: est ergo sicut 114. minus unceis $\frac{7}{8}$ 6. ad .15., ita *go.* ad *.oa.*: quare ponam *.go.* esse .114 minus $\frac{7}{8}$ 6 uncie, et *.oa.* 15; et accipiam iterum radicem ex quadratis linearum *.go.* et *.oa.*, et habebo pro linea *.ga.* 115 minus unceis $\frac{16}{23}$ 8; et linea *.oa.* est latus figure descriptę intra circulum *abgd.*, habentis latera .24.: dididam rursus angulum *.ago.* in duo media á linea | *.gq.*; et copulabo *.qa.*, et erit sicut *.ag* et *go* ad *.oa.*, ita *.go.* ad *.op.* Sed sicut *.go.* ad *.op.*, ita *.gq.* ad *.qa.*; erit ergo sicut 229, minus unceis $\frac{41}{72}$ 15, ad 15., ita *gq.* ad *.qa.*: quare ponam *.gq.* esse .229 minus unceis $\frac{41}{72}$ 15, et *qa.* 15; et coniungam quadrata eorum; et coniuncto radicem inueniam, et habebo .229, et parum minus de unceis $\frac{1}{2}$ 37.; et est *aq.* latus figure habentis latera 48. Diuidam iterum angulum *.agq.* in duo equa a linea *.grs.*; et copulabo *.sa.*, que erit latus figurę habentis latera .96. cadentis intra circulum *.abgd.*; et quia angulus *agq.* diuisus est in duo equa cum linea *.gs.*, erit proportio *.gq.* ad *.qr.* sicut *ag.* et *.gq.* ad *.qa.*, hoc est sicut $\frac{1}{3}$ 458 ad .15., ita *.gq.* ad *.qr.* Sed sicut *gq.* ad *.qr.*, ita *gs.* ad *.sa.*, cum trigona *.gqr.* et *.gsa.* sint similia: quare erit sicut $\frac{1}{3}$ 458 ad .15., ita *gs.* ad *.sa.*: coniungam iterum quadrata linearum *.gs.* et *.sa.*, et coniuncto radicem inueniam, et habebis $\frac{4}{9}$ 458 pro dyametro *.ga.*: multiplicabo ergo rectam *.sa.* per .96, erunt .1440 pro summa omnium laterum figurę descriptę intra circulum *.abgd.*: quare est sicut .1440 ad $\frac{4}{9}$ 458., ita omnia latera predictę figurę in circulo *.abgd.* descriptę sunt ad dyametrum circulj *.ga.* Inuenimus per inuestigationem lateris exterioris figure, quod proportio omnium laterum ipsius ad dyametrum circulj est sicut .1440 ad $\frac{1}{3}$ 458; et linea circunferens est minus omnium laterum figurę continentis circulum; et est plus omnium laterum figurę descriptę intra circulum; erit proportio circulj ad suum dyametrum, sicut 1440 ad $\frac{1}{2}$ 458, cum sint in medio inter $\frac{4}{9}$ 458 et $\frac{1}{3}$ 458. Sed proportio de 1440 ad $\frac{1}{3}$ 458 est sicut triplum unius numerorum ad triplum alterius, hoc est sicut 4320 ad 1375; quorum proportio in minimis numeris est sicut 864 ad 275: sed proportio de 864 ad 275, minus $\frac{4}{11}$, est sicut $\frac{1}{7}$ 3 ad 1; et quia parua est differentia inter proportionem, quam habet circulus ad suum dyametrum, et proportionem, quam habent $\frac{1}{7}$ 3 ad 1.; ideo posuerunt sapientes antiqui, circulum esse triplum et septimam sui dyametrj; et hoc uolui ostendere.

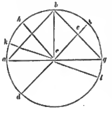
fol. 55 verso.

SI autem campum semicircularem metirj desideras, embadum ipsius circulj per unum ex demonstratis modis quere; et dimidium eius habeas pro embado ipsius semicirculj.

« Quare si acceperimus . . . . quod est .576. » (fol. 55 verso, lin. 21-25; pag. 92, lin. 2-7).



« panora embadi . . . . . uni recto sunt » (fol. 56 recto, lin. 4-11; pag. 92, lin. 10-17).



Ad cuius rei euidentiam esto semicirculus .*abg*., cuius dyameter .*ag*. sit .24.; et expleatur circulus .*abgd*.; et erit suplementum .*adg*. similiter semicirculus. Quare si acceperimus dimidium embadj circulj .*abgd*., habebimus utique embadum dati semicirculj .*abg*. Vel dimidium dyametri, scilicet 12, in $\frac{1}{7}$ 3 multiplica, et habebis $\frac{5}{7}$ 37 pro arcu .*abg*.: cumque dimidium dyametrj per dimidium arcus .*abg*. multiplicaueris; uel si quartam partem dyametrj in toto arcu .*abg*. duxeris, uenient $\frac{2}{7}$ 226 pro embado semi- f. 56 r. circulj .*abg*.: uel si ex quadrato dyametri, quod est .576. | undecim uigeximas octauas acceperis; uel si ex quadrato ipsius dyametrj uigeximam optauam acceperis, et eam per 11 multiplicaueris, ad eundem embadum peruenies: et si ex quadrato dyametrj quartam decimam partem acceperis, habebis panora embadj suprascripti, que sunt $\frac{1}{7}$ 41. Et si ad notitiam arcus .*abg*., qui est semilinea circunferentia circulj aliter uenire desideras, á centro .*e*. super dyametrum .*ag*. lineam .*eb*. orthogonaliter erigas, que erit semidyametrj circulj .*abgd*.; et copulabis rectas .*ab*. *bg*., et erit angulus, qui sub *abg*. rectus; cum sit in semicirculo .*abg*.: uel quia .*be* equalis est rectis *ea*. et *eg*., erit utrumque trigonum .*aeb*. et *beg*. equicrurium: quare anguli, qui sub *eba*. et *eab*. et *ebg*. et *bge*. sibi inuicem sunt equales; et est unusquisque eorum dimidium angulj rectj: quare duo angulj, qui sub .*abe*. et .*ebg*. uni recto sunt equales; rectus est ergo angulus, qui sub .*abg*.: et quia due recte .*ae*. et .*eb*. duabus rectis .*be*. et .*eg*. sunt equales; et anguli, qui sub .*aeb*. et *beg* sunt rectj, equales erant sibi inuicem recte .*ab*. et .*bg*.; quare quadratum dyametrj .*ag*. est duplum quadrato unius cuiusque linearum *gb*. et *ba*., nec non et unum quodque quadratorum linearum .*gb*. et .*ba*. unicuique quadratorum linearum .*ae*. et .*be*.: et iterum .*be* et .*eg*. est duplum; quare est sicut .*ag*. ad .*gb*., ita *gb* ad *be*., uel ad .*eg*.: quare si multiplicauerimus .*ag*. in .*be*., scilicet .24. per 12, habebimus .288. pro quadrato uniuscuiusque linearum .*ab* et *bg*.: uel si quadrati dyametrj .*ag*. dimidium acceperimus; aut duplicauerimus quadratum semidyametrj .*ge*. uel .*ea*., habebimus similiter .288 pro quadrato unius cuiusque linearum .*gb* et *ba*.; et est .*ge*. arcus medietatis semicirculj .*abg*.: deinde si diuiserimus cordam *bg* super punctum .*c*. in duo equa; et per puncta .*c*.*e*. protraxerimus lineam .*df*., erit *df*. dyameter circulj .*abgd*.; et faciet angulos rectos super punctum .*c*. cum corda .*bg*., nec non et diuidet arcum .*bfg*. in duo equa. Quare si á puncto .*f*. protraxerimus lineas .*fb*. et .*fg*., erit unaqueque ipsarum corda quartę partis semicirculj .*gba*.: ad quarum notitiam ueniemus sic: quia angulus, qui sub .*bce*., est rectus; si quadratum linee .*bc*., quod est 72, scilicet quartam partem qundratj cordę .*bg*. extraxerimus ex quadrato linee .*be*. subtendentis angulum rectum, qui sub .*bce*., remanebunt .72. pro quadrato linee .*ce*.: quare tota .*dc*. est 12, et radix de 72.; et uocatur binomia, cum non possit exprimi ipsa in numeris. Vnde si extraxerimus .*ec*. ex .*ef*., remanebunt .12 minus radice de .72. pro linea .*cf*.: et uocatur ipsa linea .*cf*. abscisio, uel recisum, aut apotamj, cum constet ex numero minus radice: deinde accipiemus quadrata linearum .*fc*. et *cb*., et habebis quadratum cordę .*bf*. uel *fg*.:
fol. 56 verso. nam qualiter accipiamus quadratum | abscisionis .*cf*., uolo presentialiter demonstrare:

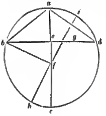


pones nomina ipsius, scilicet 12 et 72, ut in margine cernitur; et multiplicabis 12 per 12, erunt 144; et radicem de 72 per radicem de 72, erunt 72; quibus iunctis insimul, erunt .216.; de quibus extrahes duplum de 12 multiplicatum in radicem de 72,

uenient 21 radices de 72; et sic habentur pro quadrato lineę .*cf*. 216, minus 24 radicibus de 72, quę sunt una radix de 41472. Vel quia linea .*ef*. diuisa ut libet super puntum .*c*., erunt duo quadrata linearum *ef*. et *ec*. equalia quadrato .*cf*., et duplo rectiangulę superficiei .*ec*. in .*ef*. Nam quadrata linearum *ef* et *ec*. sunt 216; de quibus si anferamus duplum multiplicationis *ef*. in .*ec*., scilicet 24. in radicem de .72., prouenient utique 216 minus radice de 41472; et uocatur recisum primum, ut in suo demonstrabitur loco: cui quadrato si addiderimus quadratum lineę .*bc*., hoc est 72, habebimus 288 minus radice de 41472 pro quadrato corde .*bf*.; quod uocatur recisum quartum, cuius radix est illa linea, que dicitur minor. Nam si secundum propinquitatem notitiam lineę .*bf*. habere uis, radicem de 41472, que est parum minus de $\frac{2}{3}$ 203, de 288 extrahe, remanebunt parum plus de $\frac{1}{3}$ 84 pro quadrato unius cuiusque IIII.or cordarum .*gf*. *fb*. *bh*. *ha*.: uel aliter quadrato lineę .*ce*. radicem inuenias, que est parum minus de $\frac{1}{2}$ 8; et ipsam extrahe ex linea .*ef*., scilicet ex 12., remanebunt parum plus de $\frac{1}{2}$ 3 pro linea .*cf*.; quorum quadratum, quod est parum plus de $\frac{1}{3}$ 12, si addiderimus cum quadrato lineę .*bc*., habebimus similiter parum plus ex $\frac{1}{3}$ 84 pro quadrato unius cuiusque suprascriptarum IIIIor cordarum: quod si multiplicauerimus per quadratum quaternarij, scilicet per 16., habebimus 1350 pro quadrato summę ipsarum IIIIor cordarum, quorum radix est circa $\frac{3}{4}$ 36. Sed arcus .*abg* est $\frac{5}{7}$ 37. Vnde adhuc sumus aliquantulum longe a notitia ipsius per inuentionem quatuor cordarum. Quare diuidam iterum unam ex IIIIor predictis cordis in duo equa; et sit corda .*ah*. diuisa super punctum .*I*.; et protraham per puncta .*i*.*e*. dyametrum .*kl*., que diuidit arcus .*akh*. in duo equa super punctum .*k*.; et protraham cordam .*ak*., erit latus figurę cadentis in circulo .*abgd*. habentis latera 16: et ueniam ad notitiam eius secundum id quod demonstratum est, videlicet ex quadrato lineę .*ae*., hoc est ex 144., auferam quadratum lineę .*ai*., quod est circa $\frac{1}{11}$ 22., scilicet quarta pars quadrati lineę .*ah*., remanebunt $\frac{10}{11}$ 121 pro quadrato lineę .*ei*.: quare ipsa linea est circa $\frac{1}{11}$ 11.; que si auferamus ex linea .*ek*., remanebit .*ak*. circa $\frac{10}{11}$ unius perticę; cuius quadrato, quod est circa $\frac{9}{11}$, si addiderimus cum quadrato linee .*ai*., habebimus $\frac{10}{11}$ 21 pro quadrato corde .*ak*., que est corda octaue partis arcus .*abg*.: quare si multiplicauerimus $\frac{10}{11}$ 21 per quadratum octonarij, scilicet per 64, habebimus circa .1402. pro quadrato octo equalium cordarum cadentium in semicirculo | *abg*., quorum radix est minus de $\frac{1}{2}$ 37. Sed arcus *abg*. est plus, videlicet $\frac{5}{7}$ 37. Quare si eodem modo si inueniemus cordam semiarcus .*ak*., erimus propius longitudine arcui .*abg*.; et sic semper diuidendo arcus ueniemus ad notitiam cordę, cuius differentia ad suum arcum erit quasi insensibilis; et sic poteris ad notitiam cuius uis arcus circulj deuenire. Et ut hoc liquidius deprehendatur, adiaceat circulus .*abcd*., cuius dyameter .*ac*. sit 10; et in eo data sit corda nota .*bd*., que sit .8.; et uolumus arcum .*bad* per notitiam ipsius cordę inuenire: primum quidem ostendam inuenire per notitiam cordę longitudinem utriusque sagiptę; et per notitiam sagiptę inuenire etiam longitudinem cordę; et est ista demonstratio super hoc; quia linea .*ac*. diuisa est in duo equalia super punctum .*f*., et in duo inequalia super punctum .*e*.; erit utique multiplicatio .*ae*. in .*ec*. cum quadrato lineę .*ef*. equalis quadrato lineę .*fa*. Sed .*fa*. equalis est .*fb*., cum utraque ipsarum producantur á centro .*f*., et terminentur in periferia circulj: quare multiplicatio .*ae*. in .*ec*. cum quadrato fol. 57 recto.

lineę .*ef*. equatur quadrato lineę .*fb*. Sed quadratum lineę .*fb*. equale est duobus quadratis linearum *be*. et .*ef*.; ergo multiplicatio .*ae*. in .*ec*. cum quadrato lineę .*ef*. equalis est duobus quadratis linearum .*be*. et .*ef*.: quare si comuniter auferantur quadrata lineę .*ef*., remanebit multiplicatio .*ae*. in .*ec*. equalis quadrato lineę .*be*.: quare si extraxerimus quadratum lineę .*be*. ex quadrato lineę .*bf*., scilicet .16 de 25., remanebunt .9 pro quadrato lineę .*ef*.: quare .*ef*. est .3.; quibus additis cum .*cf*., erunt 8. pro sagipta .*ce*.: similiter extracta .*fe*. ex .*af*., remanebunt .2. pro linea .*ae*.: est enim multiplicatio .*ae*. in .*ec*., scilicet de .2 in .8., equalis quadrato lineę .*be*. Vnde recte .*ae*. et .*eb*. et .*ec*. continue proportionales sunt: est enim ut .*ae*. ad .*eb*., ita .*be*. ad .*ec*. inuenta est; ergo notitia sagiptarum .*ae*. et .*ec*. per notitiam cordę .*bd*. Sed sint .*ae*. et .*ec*. sagitte note; quare .*ae*. sit .2, et *ec*. 8; et uolumus inuenire cordam .*bd*.: quia multiplicatio .*ae*. in .*ec*. equatur quadrato lineę .*be*.; si multiplicauerimus *ae* in *ec*., scilicet .2 per 8, habebimus .16 pro quadrato lineę .*be*.; quorum radice, scilicet .4., duplicata, habebimus .8. pro corda .*bd*. Sed sit corda *bd* nota, nec non et sagitta .*ea*., et ignotus dyameter .*ac*., multiplicabis dimidium cordę *bd*. in ae, erunt .16.; que diuide per sagittam .*ae*., scilicet per 2., uenient 8 pro sagitta .*ec*.: quare dyameter .*ac*. erit 10.: similiter si diuiserimus quadratum linee .*be*. per sagittam .*ec*., prouenict sagitta .*ae*. Notandum quia in semicirculo *abc*. recta .*be*. uocatur sinus rectus utriusque arcus .*ab*. et .*bc*.; et recta .*ae*. uocatur sinus uersus arcus .*ab*.; et recta .*ec* uocatur sinus uersus arcus *bc*., ut in arte AStrologię reperitur: his itaque demonstratis redeamus ad causam: | protrahamus cordas duorum arcuum .*ba*. et .*ad*., que sunt recte .*ba* et .*ad*; quarum notitiam habebimus, si coniunxerimus quadrata linearum .*ae* et .*ed*., uel .*ae*. et *eb*., erit quadratum unius cuiusque linearum .*ab*. et .*ad*. radix de .20: quare si dimidiauerimus cordam .*ad*. in puncto .*g*.; et per puncta .*gf* duxerimus dyametrum .*hi*., inueniemus per ea que dicta sunt notitiam sagittarum .*ig*. et *gh*.: cumque quadrata linearum .*ag*. et .*gi*. coniunxerimus, habebimus quadratum cordę .*ai*., que est corda arcus .*ai*., que est quarta pars totius arcus *bad*.: cumque frequenter sic fecerimus, poterimus secundum propinquitatem totius arcus *bad*. notitiam habere; cumque ipsum ex linea circunferente, scilicet ex .*adbg*. periferia scilicet de $\frac{3}{7}$ 31 extraxerimus, remanebit arcus .*b.c.d* notus.

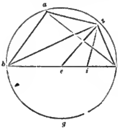
* enim multiplicatio .... Sed sit corda * (fol. 57 *recto*, lin. 22-28; pag. 94, lin. 7-14).



fol. 57 *verso*.

Est enim alius modus reperiendi cordas semiarcuum, ex quibus arcubus corde sunt note; et quem PTOLOMEVS posuit in almagesto. Sit quidem in circulo *abgd*. dyameter .*bd*. notus, nec non et corda .*ad*. nota; uolo inuenire cordam medietatis arcus .*ad*.: protraham cordam .*ab*., et erit nota, cum corda .*ad*. sit nota; cum angulus *dab* sit rectus. Quare quadratum dyametrj .*bd*. equatur quadratis duarum cordarum .*da* et *ab*.; et adiaceat recta .*be*. equalis recte .*ba*; et diuidam angulum, qui sub .*abe*. in duo media á linea .*bz*.; et copulabo rectas .*zd*. et .*ze*. et .*za*.; et á puncto .*z*. super dyametrum .*bd*. protraham cathetum *zi*.; equalis est recta *ab*. recte .*be*.: si comuniter adiaceat recta .*bz*., erunt due recte .*ab*. et *bz* duabus rectis .*zb*. et .*be*. equales; et angulus qui sub .*abz*. angulo qui sub .*zbe*. est equalis; quare basis .*az*. basi .*ze*. est equalis. Sed recta .*az*. recte .*zd*. est equalis, cum equales sint sibi inuicem periferie .*az*. et .*zd*.; quia equales angulj super equales periferias consistunt, siue ad centrum, siue ad periferiam fuerint angulj constitutj: sunt enim anguli qui ad .*b*. sibi inuicem

* .*abgd*. dyameter .... .*be*. equales * (fol. 57 *verso*, lin. 13-20; pag. 94, lin. 32-39).



equales, et consistunt super periferias .*az*. *zd*.; quare recta .*ze*. equalis est recte .*zd*.; equicrurium est ergo trigonum .*zed*.; quare punctus .*i*., qui sunt casus catheti .*zi*., cadit in medio .*ed*.: et quia orthogonium est trigonum *bzd*., cum sit in semicirculo; et in eo super basem ab angulo recto protracta est cathetus, utique trigonum .*bzd*. in duo trigona diuisum sibi inuicem similiter; habent enim unumquodque ipsorum trigonorum unum angulum rectum, et unum comunem cum toto trigono .*bzd*., ut EVCLIDES in octauo theoremate sexti libri ostendit. Quare erit sicut .*bd*. ad *dz*., ita *zd* ad *di*. Quare multiplicatio .*di*. in .*bd*. equatur quadrato lineę .*zd*.; est enim .*id*. nota, cum sit dimidium ex *ed*., que est nota propter *be*., que est equalis cordę .*ba*. note. Quare si auferatur corda .*ba*.,| hoc est .*be*., ex dyametro .*bd*., remanebit .*ed*. fol. 58 recto. nota; quare dimidium eius .*id*. erit notum. Vnde si multiplicauerimus *di* notam in .*bd*. notam, proueniet quadratum corde .*zd*. notum; quare recta *zd* erit nota, ut prediximus: que etiam ostendantur cum numeris. Sit dyameter *bd*. 10; et corda .*da*. sit .8.; quare corda .*ab* erit .6.; cui cum equalis sit recta .*be*., erit .*be*. similiter .6.; quibus extractis ex dyametro .*bd*., remanebunt .4. pro recta .*ed*.; quarum dimidium, scilicet 2, erit recta *id*.: ex multiplicatione quidem .*id*. in .*bd*. neniunt .20, que equantur quadrato corde .*zd*.; quare corda *zd*. est radix de .20.; quod oportebat ostendere. Similiter si extraxerimus quadratum linee .*zd*. ex quadrato dyametro dyametri .*bd*., remanebunt .80 pro quadrato corde .*bz*.; quorum radix, que est 9 minus $\frac{1}{18}$, si extraxerimus ex dyametro .*bd*., remanebit $\frac{1}{18}$ 1; cuius dimidium si multiplicauerimus in dyametrum .*bd*.; uel si multiplicauerimus $\frac{1}{18}$ 1 per dimidium dyametrj, scilicet per 5, ueniet $\frac{5}{18}$ 5 pro quadrato corde semiarcus .*dz*. Et secundum hunc modum possumus inuenire cordas medietatum quorumlibet datorum arcuum.

Sed hec talis inuestigatio non est operanda ab agrj mensoribus, qui secundum uulgarem modum procedere uolunt. Nam cum uulgariter longitudinem alicuius arcus habere desiderant, habeant aliquam mensuram lineam, que sit unius pedis, que possit curuari et extendi; et cum ipsa studeant metiri arcus, quos metirj desiderant; uel habeant funem unius perticę uel plurium; et cum ipsa studeant circiter mensurare arcus portionum circulorum figendo sepe arundines per girum circulj, ut ipsa funis non deuiet à circunferentia circulj; et sic poterit habere mensuram omnium arcuum circulorum.

Sed ut ipsi, qui secundum geometricam scientiam operarj desiderant leuius quam dictum sit, per notas cordas arcus ipsarum reperiri ualeant, sequentes tabulas composui, in quibus ordinate arcus 66 notos proposui; et ante unum quemque suam cordam in perticis et pedibus et unceis et punctis describi feci. Est enim pertica sex peduum; et pes est decem et octo unciarum; et uncia uigiti punctorum; uel pertica est unciarum .108. et punctorum 2160.; et suprascripte corde .66. intelligantur esse protracte in semicirculo uno, cuius dyameter est 42 perticarum; et quia quelibet corda, que in circulo protracta est, est corda duorum arcuum equalium; si ipsa corda fuerit dyameter, | uel inequalium, si non fuerit dyameter; ideo duos arcus ante ipsas cordas fol. 58 verso. ordinaui, ut in sequentibus tabulis ostenditur :

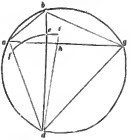
Arcus pertice	Arcus pertice	Corde pertice	Ar pedes	Cuu vncie	M puncta	Arcus pertice	Arcus pertice	Corde pertice	Ar pedes	C V vncie	VM puncta
1	131	0	5	17	17	34	9₀	30	2	0	17
2	130	1	5	17	13	35	97	31	0	8	5
3	129	2	5	17	4+	39	00	31	4	6	7
4	128	3	5	17	2	37	95	32	2	5	15
5	127	4	4	12	10	38	94	33	0	1	0
6	126	5	5	16	7+	39	93	34	3	13	9
7	125	0	5	14	5	40	92	35	1	4	15
8	124	7	5	12	0	41	91	35	4	12	10
9	123	8	5	8	16	42	90	36	2	0	9
10	122	9	5	7	8	43	89	36	5	3	5
11	121	10	5	4	2	44	88	37	2	4	6
12	129	11	4	17	18	45	67	37	5	3	2
13	119	12	4	13	6	46	86	38	1	17	15
14	118	13	4	7	10	47	05	38	4	12	13
15	117	14	4	1	0	48	84	38	1	4	0
19	110	15	3	11	10	49	03	39	3	11	15
17	115	10	3	3	12	50	82	39	5	17	2
10	114	17	2	12	8	51	81	40	2	2	1
10	113	18	2	0	15	52	09	40	4	2	10
20	112	10	1	8	12	53	79	40	0	0	11
21	111	20	0	13	10	54	70	40	1	14	5
22	110	21	0	9	0	55	77	41	3	7	8
23	100	21	5	2	19	56	76	41	4	19	2
24	100	22	4	4	5	57	75	41	0	4	12
25	107	23	3	4	8	58	74	41	1	0	1
26	109	24	2	3	2	50	73	41	2	0	0
27	105	25	1	0	0	00	72	41	3	7	14
28	104	25	5	10	2	61	71	41	4	0+	2
29	103	26	4	8	0	02	70	41	4	15	10
30	102	27	3	0	3	63	69	41	5	0	0
31	101	28	1	9	7	04	08	41	5	12	17
32	100	28	5	19	4	65	07	41	5	6	14
33	99	29	4	3	9	66	60	42	0	0	0

33

fol. 59 recto.

Cvm per has tabulas, qualiter arcus circulorum inueniri debeant, demonstrare proposuerim, ut ipsa doctrius melius habeatur ostendendum est: quod si in circulo duo arcus inequales fuerint, erit proportio maioris arcus ad suam cordam maior proportione minoris arcus ad suam; quod patet, et etiam ad oculum deprehendi potest in tabulis suprascriptis: proportio quidem arcus semicirculj ad suam cordam, scilicet ad dyametrum circulj, est sicut .66 ad 42; et hec est sicut .11 ad .7; et proportio arcus septe (*sic*) partis circulj ad suam cordam est sicut 22 ad 21: maior quippe est proportio de 11 ad .7 quam de 22 ad .21. Similiter in omnibus arcubus suprascriptarum tabularum inuenies, proportionem maioris arcus ad suam cordam superhabundare proportionem minoris arcus ad suam cordam. Sed ut hoc geometrice demonstretur, adiaceat circulus *abgd.*; et in ipso sint duo arcus inequales *.ab.* et *.bg.*; et sit arcus *.bg.* maior; et protrahatur corda arcui *.abg.*, que sit recta *.ag.*; et diuidatur angulus, qui sub rectis *.abg.* in duo equa á linea *.bd.*, que secat cordam *.ag.* super punctum *.e.*; et copulentur recte *.ad. gd.*; et quia angulus, qui sub rectis *.abg.* diuisus est in duo equs á linea *.bd.*, equalis est angulus, qui sub *.abd.* angulo *.dbg.*; quare equalis est arcus *.ad.* arcui *.dg.*; cum habeatur in tertio Evclidis, equales angulos super equas periferias consistere, cum ad centrum uel ad periferiam sint constituti; quare equalis est recta *.ad.* recte *.dg.* Comunis adiaceat recta *.db.* Erunt quidem due recte *.ad.* et *.db.* duabus rectis *.bd.* et *.dg.* equales. Sed basis *ba* minor est base *.bg.*; quare angulus, qui sub *.gdb* rectis maior est angulo, qui sub *.bda.*; uel quia maior est periferia *.gb.* periferia *.ba.*, maior est angulus, qui fit á rectis *.gd.* et *.db.* angulo, qui fit á rectis *.bd.* et *.da.*; quia est sicut periferia *.gb.* ad periferiam *.ba.*, ita angulus qui sub rectis *.gdb.* ad angulum qui sub rectis *.bda.* Et quoniam equalis est recta *.ad.* recte *.dg.*, si á puncto *.d.* cathetus ducatur super lineam *.ag.*, in medio ipsius cadet. Cadet ergo inter *.eg.* puncta, scilicet super lineam *.eg.*; quia maior *.ge.* recte *.ae.*, cum sit sicut recta *.gb.* ad rectam *.ba.*, ita *.ge.* ad *.ea.*: cadat quidem cathetus super punctum *.h.* á puncto *.d.*; et quia rectus est angulus, qui sub *.dhe.*, maior est recta *.de.* quam *.dh.*, et maior est recta *.da.* quam *.de.*: iaceant utreque rectarum *.di.* et *.df.* equales rectę *.de.*; et centro *.d.* spatio rectarum *.di.* et *.de.* circinetur arcus *.i.e.f.*; maior est enim sector *.die.* trigono rectilineo *.dhe.*, et sector *.d.i.f.* minor est trigono *.dea.*; quare proportio sectoris *.die.* ad sectorem *.def.* maior est proportione trigonj *.dh*e.* ad trigonum *.dea.* Sed proportio sectoris *.d.i.e.* ad sectorem *.d.e.f.* est sicut proportio angulj *.ide.* ad angulum rectilineum *.edf.*; ergo proportio | anguli *.ide.* ad angulum *.idf.* maior est proportione triangulj *.dhe.* ad trigonum rectilineum *.dae.* Sed proportio trigonj *.hde.* ad trigonum *.ade.* est sicut recta *.he.* ad *.ea.*, cum ambo trigona sint sub eadem altitudine, que est ex *.d.* in *.h.* Nam cathetus *.dh.* perpendicularis est trigonis *.hde.* et *.ade.*; ergo proportio anguli *.ide.* ad angulum *.eda.* est maior proportione recte *.he.* ad rectam *.ea.*: et si composuerimus, erit proportio anguli *.ida.* ad angulum *.eda.* maior proportione *.ah.* recte ad rectam *.ae.* Sed angulus *.gdi.* equalis est angulo *.adh.*; et recta *.gh.* equalis est recte *.ah.*; quare proportio anguli *.gdi.* ad angulum *.eda.* maior est proportione recte *.gh.* ad rectam *.ae.* Sed proportio anguli *.i.d.e.* ad angulum *.ade.* inuenta est maior proportione *.he.* recte ad rectam *.ea.* Quare proportio totius anguli *.gde.* ad angulum *.eda.* maior est proportione recte

* ad sectorem .... ergo proportio * (fol. 59 recto, lin. 34, 35, e margine inferiore; pag. 97, lin. 32 e 33).

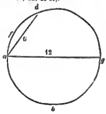


fol. 59 verso.

.ge. ad rectam *.ea.* Sed proportio anguli *.gde.* ad angulum *.ade.* est sicut proportio arcus *.gb.* ad arcum *.ba.*; et proportio *.ge.* ad *.ea.* est sicut proportio cordę *.gb.* ad cordam *.ba.* Ergo proportio arcus *.gb.* ad arcum *.ba.* est maior proportione corde *.gb.* ad cordam *.ba.*: permutatim ergo erit proportio arcus *.gb.* ad cordam *.gb.* maior proportione arcus *.ba.* ad cordnm *.ba.*; quod oportebat ostendere. Ils itaque intellectis, si per cordam datam alicuius circulj; cuius dyameter sit nota, arcum ipsius corde inuenire desideras; ipsam cordam per dyametrum tabularum, scilicet per 42, multiplica, et quod prouenerit, diuide per dyametrum circulj dati, et quod prouenerit, erit corda tabularum similis date corde: accipe arcum eius in tabulis, et multiplica eum per dyametrum dati circulj, et quod prouenerit, diuide per dyametrum tabularum, et habebis arcum quesitę cordę. Ad cuius rei euidentiam esto circulus *.abg.*, cuius dyameter *.bg.* sit perticarum .10.; et in ipso data sit corda *.ab.* 5 perticarum; et uis habere notitiam ex arcu *.abe.*; multiplica *.ab.* cordam per 42, et diuides per dyametrum *.bg.*, prouenient .21. pro corda tabularum similis corde *.ab.*: quam quere iu tabulis, et accipe arcum, qui est indirecto ipsius; et qui est minor semicirculo, cum queras notitiam ex arcu *.aeb.*, qui est etiam minor semicirculo; et est minor arcus corde ipsius perticarum .22.; quas si multiplicaueris per 10, scilicet per dyametrum *bg*; et summam diuiseris per 42, prouenient $\frac{5}{21}$ 5 pro arcu *.aeb.*: et si uolueris habere notitiam maioris arcus *.h.d.g.a.*, inuenias maiorem arcum in tabulis, qui est in directo cordę inuente; et inuenies, ipsum esse .110 perticarum: multiplicabis eas similiter per 10; et diuides per 42, et uenient pertice $\frac{5}{21}$ 26 pro | arcu *.b.d.g.a.* Item sit corda *.ab.* perticarum .8., et pedum .3., et unciarum $\frac{2}{7}$16.; et dyameter *.bg.* sit .10., ut diximus: multiplica ergo perticas .8, et pedes .3, et uncias $\frac{2}{7}$ 16 per 42; et summam diuides per 10., venient 36, et pedes .2., que sunt corda tabularum similes corde date *.ba.*; quare arcum eius minorem, si minorem uis scire, uel maiorem; si de maiori, scilicet ex arcu *.bdga.* notitiam uis habere; et est minor arcus ipsius cordę. 42; que multiplica per 10, scilicet per dyametrum *.bg.*; et quod prouenerit, diuide per dyametrum tabularum, qui est 42., et prouenient 10 pro arcu *.aeb.*: et si maiorem arcum corde perticarum 36, et pedum 2., que est .90, multiplica per .10.; et summam diuiserimus per 42, uenient $\frac{2}{7}$ 21 pro arcu maioris semicirculj *.bdg.* Rvasvs adiaceat circulus alter *.abgd.*, cuius dyameter *.ag.* sit .12; et uis corda *.ad.* sit perticarum .6, et unius pedis; et queritur notitia ex arcu *.afd.*, qui est minor semicirculo; multiplica itaque 6, et pedem unum per 42, erunt pertice 259; quas diuide per 12, scilicet per *.ag.*, uenient pertice .21, et pedes .3, et uncie .9. pro corda tabularum similis corde *.ad.*; que corda non inuenitur in tabulis, sed cadit inter cordam arcus perticarum 22, et cordam arcus perticarum 23., scilicet inter 21 et 21, et pedes .5., et uncias 2, et puncta .16. Vnde ut habeamus arcum inuentę cordę, uolumus per figuram geometricam demonstrare. Adiaceat semicirculus *.ezitk.*, cuius dyameter *.ek.* sit perticarum .42, scilicet dyameter tabularum; et ex ipso accipiatur arcus *.ez.* et *.et.*, quorum *.ez.* sit .22, et *et.* sit .23; et protrahantur corde *.ez.* et *.et.*, erit corda *.ez.* perticarum .21; et corda *.et.* perticarum 21, et pedum .5., et unciarum .2., et punctorum .16., ut superius in tabulis continetur; inter quas cordas cadit corda inuencta, cuius arcum querimus in tabulis. Vnde scimus, ipsum arcum cadere inter arcum *.ez.*, et arcum *.et.*: cadat itaque in puncto *.i.*; et protrahatur corda *.ei.*, que erit perticarum .21, et pedum 3, et

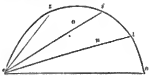
fol. 60 *recto.*

* tabularum similes .... .6 et unius (fol. 60 *recto*, lin. 3 e 4-11; pag. 98, lin. 23-31).



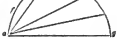
uneiarum .9., ut superius inuentum est. Et ex his omnibus nolumus inuenire quantitatem arcus .*ei*. Sed nos scimus ex premissis, quod proportio arcus .*ez*. ad cordam .*ez*. est minor proportione arcus .*ei*. ad cordam .*ei*.: sed si ponamus proportiones arcus .*ei*. ad cordam .*ei*. eam quam habet arcus .*ez*. ad cordam .*ez*., erit arcus .*ei*. perticarum .22, et pedum .3, et unciarum .12., que proueniunt ex diuisa multiplicatione corde .*ez*. in cordam .*ei*. per arcum .*ez*. Sed proportio arcus .*ei*. ad cordam .*ei*. est maior proportione arcus .*ez*. ad cordam .*ez*.; ergo arcus .*ei*. est plus inuentarum perticarum 22, et pedum 3, et unciarum 12. Item si ponamus arcum .*ei*. ad cordam .*ei*. in proportione arcus .*et*. ad cordam .*et*., erit arcus .*ei*. perticarum .22, et pedum .4, et unciarum .4., et punctorum 13.| Sed proportio arcus *ei* ad cordam *ei* est minor proportione arcus .*et*. ad cordam *et*.; ergo arcus .*ei*. est minor perticarum 22, et pedum 4, et unciarum 4, et punctorum .13.: et superius inuentum est, arcum .*ei*. esse plus perticarum 22, et pedum .3, et unciarum .12. Vnde si dimidiauerimus differentiam que est á perticis 22, et pedibus .3, et unceis .12 usque in perticas 22, et pedes .4., et uncias 4, et puncta .13.; et illam medietatem que prouenit addemus super perticas 22, et pedes 3, et uncias .12, habebimus secundum propinquitatem quantitatem arcus .*ei*. Vel aliter agregemus arcus .*ez*. et .*et*., erit .45.; et agregemus cordas .*ez*. et .*et*., erunt pertice .42., et pedes .5, et uncie .2., et puncta .16.; in quibus diuidamus multiplicationem de .45. in cordam .*ei*., scilicet in perticas .21, et pedes 3, et uncias .9., et habebimus perticas .22, et pedes .4., et unciam .1., et puncta .6. pro arcu .*ei*. Vel aliter abscindamus ex cordis .*ei*. et .*et*. quantitatem cordę .*ez*.; et remaneat ex corda .*ei*. quantitas .*oi*., que est pedum $\frac{1}{2}$ 3; et ex corda .*et*. remaneat quantitas .*nt*., que est pedum .5., et unciarum .2., et punctorum .16.: et ponamus arcum .*zi*. ad arcum .*zt*., scilicet ad perticam unam, sicut .*oi*. ad .*nt*., hoc est multiplicabimus arcum .*tz*., qui est unius perticę, scilicet .2160 punctorum per .*oi*., scilicet per puncta .1260., et diuidemus sumam per .*nt*., scilicet per puncta 1856., habebimus pro arcu .*zi*. pedes .4., et uncia una (*sic*), et puncta .6.: quibus additis cum arcu .*ez*., qui est perticarum .22., habebimus perticas 22, pedes .4., et unciam .1., et puncta .6. pro arcu .*ezi*., qui est similis arcui quesito *ad*. superioris figurę. Quare si multiplicauerimus ipsum per sextam dyametrj .*ag*., scilicet per 2., et diuiserimus per sextam dyametrj tabularum, scilicet per .7., uenient pertice 6, et pedes .2, et uncie .15, et puncta .15 pro arcu .*ad*. ET si arcum .*abd*., qui est maior semicirculo, per cordam .*ad* habere uis, extrahes cordam .*e.i*. ex corda .*et*., remanebunt puncta .596.; que multiplica per arcum .*tz*., scilicet per puncta .2160.; et quod peruenerit, diuide per .*nt*., scilicet per .1856., extrahe puncta .596, que sunt pes .1., et uncie .16, et puncta .14. pro arcu .*ti*.; que si addideris arcum maiorem tabularum, cuius corda est linea .*et*.; et ipse arcus est .109. perticarum, habebimus perticas .109, et pedem .1., et uncias .16., et puncta .14. pro arcu tabularum: que si multiplicauerimus per 12, et diuides per 42.; aut si multiplicaneris ipsum per sextam de .12., et diuiseris summam per sextam de .42, habebis perticas .31, et pedem .1., et uncias .7., et puncta $\frac{6}{7}$ 6 pro arcu .*abd*. ET si per arcum .*afd* notum cordam .*ad*. ignotam habere uis, multiplica arcum .*afd*. per dyametrum tabularum, et sumam diuide per dyametrum .*ag*., et habebis perticas .22, et pedes .4., et unciam .1., et puncta .6. pro arcu suprascripto .*ezi*., qui est arcus cadens in tabulis inter arcum .*ez*., et arcum .*ezt*. Vnde ut inueniamus cordam ipsius

« ad cordam .*et*. . . . . punctorum 13. » (fol. 60 *recto*, lin. 25, e margine inferiore; pag. 99, lin. 8 e 9).



fol. 60 *verso*.

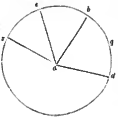
« et diuiseris . . . . .6. pro arcu » (fol. 60 *verso*, lin. 30-33; pag. 100, lin. 38-42).



fol. 61 recto. .ei., que erit similis cordé | ad. dati circulj .abgd. ex inuento arcu .ezi.; et extrahes arcum .ez., remanebunt pedes .4., et uncie .1., et puncta .6., que sunt in summa puncta 1466.; que multiplica per differentiam, que est inter cordam .ez., et cordam .et., que sunt note ex tabulis; et est illa differentia linea .nt., que est punctorum 1850; et diuides summam per puncta unius perticę, scilicet per arcum .t.i.z., exibunt pedes ½ 3. pro linea .oi.; quibus superadde lineam .eo., que est equalis curde .ez., habebis perticas 22, et pedes ½ 3. pro corda .ei., que est similis corde tue .ad.: quare multiplicabis eam per sextam de 12, et diuides eam per sextam de 42., exibunt pertice .6, et pes unus pro corda .ad.; et sic secundum ea que diximus, cum dyametri circulorum erunt noti, poterimus per datas cordas notas in ipsis arcus eorum ignotos reperire, et cetera.

CVM itaque arcus per cordas: et cordas per arcus, per ea que diximus, inuenire scieris; et uolueris aream alicuius sectoris circulj inuenire, arcum eius inuenire studeas, et dimidium ipsius per semidyametrum circulj multiplica; et quod prouenerit, erit area ipsius sectionis. Verbi gratia: sit sector .abgd. contentus sub rectis ab. et ad. et arcu .bgd., quoniam sector est figura .abgd., erit unaqueque rectarum .ab. et ad semidyameter circulj; quare punctus .a. est centrum circulj, de quo recisus est sector .abgd.: compleatur itaque circulus, de quo recisus est sector .abgd., qui sit circulus .gbed.; et sint arcus .be. et .ez. equales arcui .bgd.; et compleantur recte .ae. et .az., erit itaque unus quisque sectorum abe. et .aez. equalis sectori .abgd.: quare est sicut arcus .db. ad arcum .be., ita sector .abgd. ad sectorem .abe.: similiter et sector .aez; equalis est sectorj .adb.; quare est sicut arcus db. ad arcum .ez., ita sector .abgd. ad sectorem .aez.; tres itaque sectores .abgd. et abe. et .aez. sibi inuicem sunt equales.

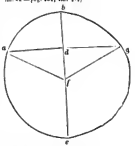
« sector .abgd. .... cuiuscumque » (fol. 61 recto, lin. 21-28; pag. 100, lin. 20-27).



Duo enim illorum reliquo sunt dupli. Quare sector .adbe. duplus est sectorj .aez.; et arcus .dbe. duplus est arcui .ez.; quare est sicut arcus .dbe. ad arcum .ez., ita sector .adbe. ad sectorem .aez. Vnde si totum circulum diuiserimus in sectores, inueniemus quod proportio unius eorum ad totum circulum est sicut arcus ipsius ad totam lineam circunferentem circulj; sed proportio arcus cuiuscumque sectoris ad totam lineam circunferentem est sicut dimidium arcus ipsius ad dimidium lineę circuuferentis. Nam proportio numeri facti ex semidyametro circulj in semiarcum sectoris est ad numerum factum ex semidyametro in dimidium lineę circunferentis, sicut semiarcus sectoris ad dimidium lineę circunferentis. Sed ex facto à semidyametro, et in medietatem lineę circunferentis lineę prouenit embadum circulj. Ergo est sicut multipli-
fol. 61 verso. catio semidyametri circulj in dimidium arcus secturis ad embadum circulj, ita sector | est ad embadum circulj; ergo aree sectorum omnium colliguntur ex multiplicationis (*sic*) semidyametri suorum circulorum in dimidium arcus ipsorum; et hoc uolui demonstrare. Et ut hoc in numeris declarescat; sit quelibet rectarum .ab. et .ad. perticarum .5.; et arcus .bgd. sit perticarum .8; erit ergo dyameter tota perticarum .10.; multiplicabis itaque semidyametrum .ad. per dimidium arcus .bgd., scilicet .5 per 4, ueuient 20 pro area sectoris .abgd.: et si aream sectoris .abez. habere uis, multiplicabis semidyametrum .ae. in dimidium arcus .bez., venient 40. pro area sectoris .abez. Et si aream tantum alicuius sectoris minoris semicirculo habere uis, ut aream sectoris .abg., cuius corda .ag. sit perticarum 16; et sagitta .bd. sit perticarum 4; dyametrum circulj, unde ipsa sectio est, inuenire studeas hoc modo: protrahes lineam .bd. in directo usque ad pun-

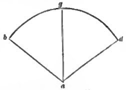
etum .*e*.; et sit proportio recte .*de*. ad rectam .*da*. sicut .*da*. ad .*db*.; quare .*ed*. erit .16, scilicet duplum linee .*da*.; cum .*da*. sit duplum linee .*db*. Vel aliter multiplicetur .*ad*. in .*dg*., scilicet .8 per 8., erunt 64; que diuidantur per rectam .*bd*., scilicet per .4., uenient .16 pro linea .*de*., ut diximus; erit ergo tota dyameter .*be*. 20.; et sumatur centrum circulj punctus .*f*.; et copulentur .*fa*. *fg*. , et erit sector .*fabg*. : quare si multiplicauerimus .*fb*. in dimidium arcus .*abg*., scilicet in arcu .*bg*., ueniet area sectoris .*fabg*.; de qua si astulerimus aream trigoni rectilinei .*fag*., que colligitur ex .*fd*. in .*dg*., remanebit utique area sectionis contente sub .*ag*. recta, et arcu .*abd*. Et si aream relique portionis circulj, que continetur sub recta .*ag*., et arcu .*aeg*. , habere desideras, semidyametrum, scilicet .*fe*., in medietatem arcus .*aeg*. multiplica, et prouenienti sume aream trigoni .*fag*. superadde, et habebis embadum sectionis .*aeg*.; et sic studeas operari in similibus.

« 16, et sagitta .... aream trigoni » (fol. 61 *verso*, lin. 10-18, pag. 100, lin. 42 — pag. 101, lin. 1-7)

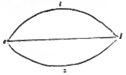


Et si occurreret tibi metiendi campum habentem figuram sectoris, uidelicet quod sit composita ex triangulo, et circulj portione, ut campum .*abgd*., qui componitur ex triangulo .*abd*., et sectione circulj .*bgd*., que cognoscitur, sectorem non esse si linee .*ab*. et .*ad*. inequales sibi inuicem sint; uel si protracta recta infra figuram, ut linea .*ag*. inequalis fuerit uni rectarum .*ab*. et .*ad*.; cuius embadum habebis , si areas sectionis .*bgd*. , et trianguli *abd* in unum coniunxeris. Item si uolueris mensurare campum habentem figuram piscis. Videlicet que sit composita ex duabus circulj sectionibus , ut figuram .*ezit*. , que componitur ex duabus sectionibus circulj, que sunt .*ezi*. et .*eti*. , accipies siquidem embadum unius cuiusque sectionis ; et quod ex ipsa coniunctione prouenit , erit embadum figure .*ezit*. Rursus |

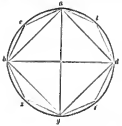
« quod sit .... mensurare campum » (fol. 61 *verso* , lin. 26-31 ; pag. 101, lin. 13-19).



« ut figuram .... Rursus » (fol. 61 *verso*, lin. 33-35; pag. 101 , lin. 20-22).



« ex ipsa .... Rursus » (fol. 61 *verso*, lin. 35, e margine inferiore; pag. 101, lin. 22).

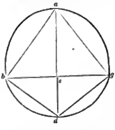


fol. 62 *recto*.

est campus, cui figura elana, uel obliqua dicitur, que circundatur ab una tantum linea minime circulum faciente, cuius duo dyametri .*ag*. et .*bd*. se se secundum rectum angulum secantes sibi inuicem sunt inequales: hanc itaque poteris mensurare, si eam in figuris rectilineis soluere procuraueris; ex quibus prima, et maior erit quadrilaterum rectilineum contentum sub rectis *ba*. et *bg*. et *da*. et *dg*., et remanebunt ex ipsa figura pectora quatuor, quorum unum continetur sub recta .*ab*., et curua .*aeb*. Aliud namque est contenctum á recta .*bg*., et curua .*bzg*. Tertium uero est sub recta .*gd*., et curua .*gid*. Quartum quidem continetur sub rectis .*da*. et curua .*dta*.; in quibus quatuor pectoribus si protraxerimus triangulos .*eab*. et .*zbg*. et .*igd*. et .*tad*. rectilineos, non remanebit ex tota figura nisi parum quod continetur sub pectoribus .8.: et si in quolibet ipsorum

protrahatur triangulus; et in residuis pectoribus illud idem operari studueris, resoluetur tota figura elana suprascripta dicta in figuris rectilineis; et non remanebit ex ea aliquid sensibile; quarum rectiliuearum figurarum omnium, si embada in unum reduxerimus, nimirum embadum totius figurę incontanter habebimus. Aliter dyametros *.ag.* et *.bd.* in unum coniunge, et ipsarum dimidium per $\frac{1}{7}$ 3 multiplica; et quod prouenerit erit quantitas curue linee *.a.b.g.d.*; cuius dimidium si per dimidium medietatis duorum dyametrorum multiplicaueris, embadum suprascriptę figurę prouenerit. Et ut hec in numeris habeantur, sit dyameter *.bd.* 16., et dyameter *.ag.* 12; quibus insimul iunctis faciunt .28.; quorum dimidium si per $\frac{1}{7}$ 3 diuiseris, uenient .44. pro curua linea *.abgd.*; cuius dimidium, scilicet .22., si per meditatem medietatis dyametrorum, scilicet per .7., multiplicaueris, reddent .154 pro embado ipsius.

* periferias equales .... qui sub *.dag.* » (fol. 62 *recto*, lin. 34, 35, e margine inferiore; pag. 102, lin. 21-22).

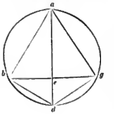


Si in circulo trigonum describatur, cuius tres anguli periferiam cinguli contingant, possibile est per notitiam ipsius trigoni laterum dyametrum inuenire.

Ad cuius rei euidentiam adiaceat trigonum *.a.b.g.* descriptum in circulo *abdg.*, cuius tres anguli contingunt cingulum in punctis *.a.b.g.*: á puncto quidem *.a.* protrahatur dyameter *.ad.* secans latus trigonj *.bg.* super punctum *.e.* Dico per notitiam laterum trigoni *.abg.* esse possibile quantitatem dyametri *.ad.* inuenire. Adiaceant quidem primum duo latera trigonj *.ab.* et *.ag.* sibi inuicem equalia; et compleantur recte *.bd.* et *.dg.*; et erit unumquodque trigonorum *.abd.* et *.agd.* orthogonium, cum unumquodque ipsorum sit in semicirculo: et quia latus *.ab.* est equale lateri *.ag.*, equalis erit latus *.bd.* lateri *.dg.*; quare periferia *.bd.* periferie *.dg.* est equalis. Super equales ergo periferias equales anguli consistunt; quare angulus, qui sub *.bad.* angulo qui sub *.dag.* | est equalis; quare basis *.be.* basi *.eg.* est equalis. Ergo dyameter *.ad.* secat rectam *.eg.* in duo equalia; quare ad rectos angulos ipsa secare necesse est, ut Euclides in tertio suo libro demonstrat; orthogonia quidem sunt, et equalia trigona *.aeb.* et *.aeg.*, et similia, cum anguli unius equales sint angulis alterius; et quia trigonum *.adb.* habet angulum *.bad.* comunem cum trigono *.abe.*; et angulus *.aeb.* angulo *.abd.* est equalis, cum unusquisque ipsorum sit rectus: reliquus uero qui sub *.adb.* reliquo qui sub *.abe.* est equalis; equiangula ergu sunt trigona *.abd.* et *.aeb.* Similiter ostendetur, trigonum *.agd.* equiangulum esse cum trigono *.aeg.* Quatuor ergo trigona *.aeb. aeg. abd. agd.* sibi inuicem sunt similia. Similia enim trigona circa equales angulos habent latera proportionalia. Quare est sicut *.da.* subtendens angulum rectum, qui sub *.abd.* ad *.ab.* continentem ipsum, ita *.ab.*, uel *.ag.*, qui subtendens subtendentes angulos rectos ad rectam *.ae.*; quare multiplicatio *.ad.* in cathetum *.ae.* equatur unicuique quadratorum linearum *.ab.* et *.ag.*, uel multiplicationi ex *.ab.* in *.ag.*

fol. 62 *verso*.

* Euclides .... equales angulos » (fol. 62 *verso*, lin. 2 e 3-10; pag. 102, lin. 24-31).

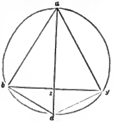


Quare si multiplicauerimus *.ab.* in *.ag.*, uel acceperimus quadratum lineę *.ab.*, uel linee *.ag.*, et summam diuiserimus per cathetum *.ae.*, proueniet quantitas dyametri *.ad.*; et est nota cathetus *.ae.*, cum sint nota latera trigoni *.abg.*; quare et dyameter *.ad.* erit nota. Que ut demonstrentur in numeris, sit quelibet rectarum *.ab.* et *.ag.* perticarum 10, et recta *.bg.* sit 12. Quare cathetus *.ae.* erit 8: ex ductu quidem *.ab.* in *.ag.*, uel ex quadrato lineę *.ab.* uel *.ag.* proueniunt 100; quibus diuisis per *.ae.*, scilicet per .8., uenient $\frac{1}{2}$ 12 pro dyametro *.ad.*: uel aliter quia due recte *.ad.* et *.bg.* se se inuicem secant in circulo *.abdg.*, erit multiplicatio *.ae.* in *.ed.* sicut multipli-

catio *.be.* in *.eg.*: quare si multiplicauerimus *.be.* in *.eg.*, et diuiserimus per *.ae.*, scilicet 36 per 8, uenient $\frac{1}{2}$ 4 pro linea *.ed.* Quare tota *.ad.* dyameter erit $\frac{1}{2}$ 12, ut prediximus. Sed sit unaqueque rectarum *.ab* et *ag.* cum dyametro *.ad.* nota; et recta *.bg.* sit ignota; quoniam orthogonium est trigonum *.abd.*; et ab angulo ipsius recto super basem *.ad.* ad rectos angulos protracta est recta *.be.*, erunt trigona *.abe.* et *.bed.* sibi inuicem similia, nec non et toti trigono *.abd.*; quare est sicut *.da.* ad *.ab.*, ita *.ab.* ad *.ae.*; quare si diuiserimus quadratum linee *.ab.*, quod est 100, per dyametrum *.ad.*, uenient .8. pro catheto *.ae.*; quorum quadratum si auferatur ex quadratu lateris *.ab.*, remanebunt 36 pro quadrato linee *.be.*: uel si multiplicauerimus *.ae.* per *ed.*, hoc est .8. per $\frac{1}{2}$ 4, uenient similiter 36 pro quadrato linee *.be.*; ergo *.be.* est .6., et tota *.bg.* est .12.: uel aliter quia trigonum *.aeb.* est simile trigono *.adb.*, erit sicut *.ad.* ad *.db.*, ita *.ab.* ad *.be.*; habent enim latera circa equales angulos proportionalia: est | quidem angulus, qui sub *.abe.*, equalis angulo qui sub *.adb.*; quare si multiplicauerimus *.db.* in *.ba.*, hoc est $\frac{1}{2}$ 7. in .10; et diuiserimus per *.ad.*, uenient .6. pro linea *.be.*, que est medietas linee *.bg.* Sed non sint equales recte *.ab.* et *.ag.*; sit minor earum *.ab.* in hac alia cernitur figura: et protrahatur in trigono *.abg.* cathetus *.az.*; et quia in sectione *.bdga.* sunt duo anguli, quorum unus est qui sub *.bga.*, et alter qui sub *.bda.*, erunt ipsi anguli sibi inuicem equales; et angulus qui sub *.azg.* angulo qui sub *.abd.* est equalis, cum sit uterque eorum rectus; reliquus sub *.zag.* reliquo qui sub *.bad.* est equalis: equiangula enim sunt trigona *.azg.* et *.abd.* Similiter ostendetur, trigonum *.azb.* esse simile trigono *.agd.*: sunt enim in sectione contenta a recta *.ga.*, et arcu *.abdg.* anguli qui sub *.abg.* et *.adg.* Quare ipsi anguli sibi inuicem sunt equales; et anguli *.azb.* et *.agd.* sunt recti; quare reliquus qui sub *.zab.* reliquo qui sub *.gad.* est equalis. Simile est ergo trigonum *.azb.* trigono *.agd.*; et quia similia sunt trigona *.abd.* et *.azg.*, erit sicut *.da.* ad *.ab.*, ita *.ga.* ad *.az.* Quare si multiplicauerimus *.ab.* in *.ag.*, et diuiserimus per *.az.*, proueniet dyameter *.ad.* Exemplum in numeris: sit *.ab.* 13., et *.ag.* 15, et *bg.* sit .14.; quare *.bz* erit .5., et *zg.* erit .9., et *az.* erit .12. Ex *ab* quidem in *.ag.* ueniunt .195.; quibus diuisis per *.az.*, scilicet per 12, proueniunt $\frac{1}{4}$ 16 pro dyametro *.ad.* Sed sit nota dyameter *.ad.* cum unaquaque rectarum *.ab.* et *.ag.*, recta uero *.bg.* que est corda arcus *.bag.*, sit ignota; quia similia sunt trigona *.adg.* et *.azb.*, circa equales angulos habent latera proportionalia; quare est sicut *.ad.* ad *.dg.*, ita *.ab.* ad *.bz.*; quare multiplicatio *.ab.* in *.dg.* equa est multiplicationi *.ad.* in *.bz.* Rursus quia similia sunt trigona *.abd.* et *.azg.*, erit sicut *.ad.* ad *.db.*, ita *.ag.* ad *.gz.*; quare multiplicatio *.ag.* in *.db.* equatur multiplicationi *.ad.* in *.zg.* Sed multiplicatio *.ab.* in *.gd.* fuit equa multiplicationi *.ad.* in *.bz.*; ergo multiplicatio *.ab.* in *.gd.* cum multiplicatione *.ag.* in *.bd.* equatur duabus multiplicationibus, que sunt ex *.ad.* in *.bz.*, et ex *.ad.* in *.zg.*; que due multiplicationes equantur facto ex *.ad.* in *.bg.*; ergo multiplicatio *.ab.* in *dg.* cum *.ag.* in *.db.* equatur facto ex *.ad.* in *.bg.*; ergo si multiplicationem ex *.ab.* in *.dg.* coniunxerimus cum facto ex *.ag.* in *.bd.*, et summam diuiserimus per *.ad.*, ueniet nota corda *.bg.*, ut prediximus. Que demonstreotur in numeris: ex quadrato quidem dyametri *.ad.* auferatur quadrata (*sic*) linearum *ab* et *ag.*, et remanebunt nota quadrata linearum *.bd.* et *.dg.*, cum orthogonia sint trigona *.abd.* et *.agd.*; et erit *.bd.* $\frac{3}{4}$ 9; et recta *.gd.* erit $\frac{1}{4}$ 6. Vnde si mul-

fol. 63 *recto*.

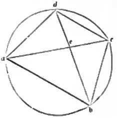
a arcus *.bag.* .... si multiplicatio-nem » (fol. 63 *recto*, lin. 20-29; pag. 103, lin. 30-39).



tiplicauerimus $\frac{1}{4}$ 6. per .13., hoc est *gd*. per *.ab.*, et $\frac{3}{4}$ 9 per 15, hoc est *.bd* per *ag.*, habebimus $\frac{1}{2}$ 227; quibus diuisis per dyametrum *.ad.*, hoc est per $\frac{1}{4}$ 16, reddunt .14. | pro corda *.bg.*; et quibus diuisis per $\frac{1}{4}$ 16, scilicet per dyametrum *.ad.*, uenient 14 pro corda *.bg.*: et hoc est ualde utile in reperiendo corda cuilibet arcui agregato ex duabus arcubus, quorum corde sint note. Fuerunt quidem note corde arcuum *.ba.* et *.ag.*, scilicet recte *.ab.* et *.ag.*; per quarum notitiam inuenimus cordam *.bg.* arcui *.abg.*, qui fuit agregatus ex arcu *.ba.* et *.ag.*; et hoc demonstrauit Tholomeus in compositione tabule arcuum, et cordarum in almagesti per alium modum. DEMonstrauit quidem Tholomeus per consimilem figuram, quod omnis quadrilateri qualitercumque cadentis in circulo, si duo dyametri protrahantur in ipso, multiplicatio unius dyametri in alium equatur duabus multiplicationibus oppositorum laterum; quod sic probatur. In circulo quidem *.abcd.* sit quadrilaterum *.abcd.*; et in ipso sint dyametri ipsius quadrilateri *.ac.* et *bd* se inuicem secantes super punctum *.e.* Dico quod multiplicatio *.ac.* in *.bd.* equatur duabus multiplicationibus, que fiunt ex *ab.* in *.cd.*, et ex *ad.* in *.bc.* Anguli quidem *.bae.* et *.ead.* aut sunt equales, aut inequales: sint prius equales; et ostendetur, trigonum *.aed.* simile esse trigono *.abc.*, cum anguli qui sub *.adb.* et *.acb.* sint sibi inuicem equales. Sunt enim in eadem sectione reliquus qui sub *.aed.* reliquo qui sub *.abc.* similiter est equalis; quare est sicut *.ac* ad *cb.*, ita *ad.* ad *.de.*: erit ergo multiplicatio *.ad.* in *.cb.* equalis *.ac.* in *de.*

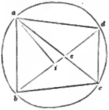
fol. 63 verso.

« *.ag.*; et hoc .... duabus multiplicationibus » (fol. 63 verso, lin. 6-13 e 14, pag. 104, lin. 7-14).



Similiter ostendetur, trigonum *.aeb.* simile esse trigono *.adc.*; quare erit sicut *.ac.* ad *.cd.*, ita *.ab.* ad *.be.*: multiplicatio ergo *.ac.* in *.eb.* est equalis multiplicationj *.ab.* in *cd.*; ergo multiplicatio *.ad.* in *.bc.* cum *.ab.* in *.cd.* equatur multiplicationi *.ac.* in *.bd.*, ut predixi. Sed sit angulus *.bae.* maior angulo *.ead.*; et iaceat angulus *.bai.* equalis angulo *.ead.*; comunis accipiatur angulus *.iae.*, erit angulus *.bae.* equalis angulo *.iad.*; quare ostendetur, trigonum *.iad.* simile esse trigono *.abc.*; et trigonum *.aib.* simile esse trigono *.adc.*, et prouenient de inceps que diximus superius; et ostendetur, multiplicatio dyametri *.ac.* in dyametrum *.bd.* equari duabus multiplicationibus oppositorum laterum. Vnde si una ex ipsis cordis fuerit ignota, per notitiam reliquorum poteris ipsam inuenire. Verbi gratia: sit ignotus unus ex dyametris, reliquus uero cum lateribus quadrilateri sit notus.

« accipiatur angulus .... cum facto ex » (fol. 63 verso, lin. 25-32; pag. 104, lin. 24-31).

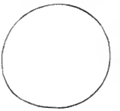


Multiplicabo quidem *.ab.* in *.cd.*; et addam id quod prouenerit cum facto ex *.ad.* in *.bc.*; et summam que prouenerit diuidam per dyametrum notum. Et si fuerit ignotum latus *.ab.*, ex multiplicatione *.ac.* in *.bd.* extraham factum ex *.ad.* in *.bc.*; residuumque diuidam per *.cd.*, et ueniet *.ab.*; et sic intelligas in reliquis. |

fol. 64 recto.

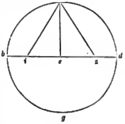
Si in circulo, cuius dyameter sit 8, latus trigoni equilateri cadentis in circulo inuenire desideras, ex quadrato totius dyametri quartum partem remoue, uel quadratum semidyametri triplica, et habebis .48. pro quadrato unius cuiusque laterum trigoni cadentis in ipso circulo: quod si in dimidium sui catheti multiplicaueris, scilicet per .3, uenient tres radices de .48., hoc est una radix de .432. pro embado ipsius trigonj, quod est perticarum .20., et pedum .4., et unciarum $\frac{3}{4}$ 12. Vnde habetur quod proportio aree unius cuiusque trigonj cadentis in ipso circulo ad quadratum sui dyametri est sicut .20, et pedes .4, et uncie $\frac{3}{4}$ 12 ad 64.: quare si multiplicauerimus ea per quadratum, cuius uolueris dyametri, et diuiserimus per 64, habebimus aream trigonis (*sic*) cadentis in ipso circulo. Et quia trigonum cadens in circulo est medietas exagoni cadentis in

« pro quadrato ... in ipso » (fol. 64 recto, lin. 3 e 4-10; pag. 104, lin. 37-44).



ipso circulo, erit proportio are͡g exagoni ad quadratum dyametri sui circulj sicut .41, et pedes 3, et uncie $\frac{1}{2}$ 7 ad 64.; quibus multiplicatis per quadratum dyametrj cuius uis circulj, si summa diuidatur per 64, ueniet utique embadum exagoni cadentis in ipso circulo. Et si in circulo *.a bgd.* eius dyameter *.bd.* sit .8.; et uis latus penthagonicum, seu decagonicum cadens in ipso circulo reperire, super dyametrum *.b.d.* á centro *.e.* cathetus erigatur *.ea.*; et diuidatur *.ed.* in duo equa super punctum *.z.*; et copuletur recta *.az.*; et iaccat recta *.z.* equalis recte *.az.*, et copuletur recta *.ai.* Dico quidem quod recta *.ai.* latus est penthagonicum: et recta *.ie.* latus est decagonicum; quod sic probatur: quia linea *.ed.* diuisa est in duo equa super *.z.*; et indirecto ipsius adiuncta est linea *.ei.*, erit multiplicatio *.ei.* in *.id.* cum quadrato linee *.ez.* est equalis quadrato line͡g *.zi.* Sed *.zi.* recta iacet equalis recte *.az.*; ergo factum ex *.ie.* in *.di.* cum quadrato linee *.ez.* equatur quadrato linee *.az.* Sed quadrato linee *.az.* equantur quadrata linearum *.ae.* et *.ez.*; ergo factum ex *.ie.* in *.id.* cum quadrato line͡g *.ze.* equatur duobus quadratis linearum *.ae.* et *.ez.* : comuniter auferatur quadratum linee *.ez.*, remanebit multiplicatio *.ei.* in *.id.* equalis quadrato semidyametri *.ae.*, hoc est quadrato semidyametri *.de.*, cum *.de.* sit equalis linee *.ae.*; ergo linea *.d.i.* diuisa est media, et extrema proportione.

e linee .ez. .... linea .de. e (fol. 64 *recto*, lin. 23-31; pag. 105, lin. 10-18).

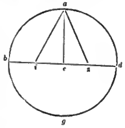


Est enim ut *.id.* ad *.de.*, ita *.de.* ad *.ei.*; et est latus exagonicum linea *.de.*: cum itaque lateri exagonici adiungatur recta, que cum tota diuisa sit secundum mediam, et extremam proportionem in puncto coniunctionis ipsarum, ipsa recta, que coniungitur lateri exagonico, est latus decagonicum, ut Evclides in tertio decimo libro demoustrat. Quare recta *.ei.* est latus | decagonicum. Et quia, ut idem Evclides in eodem libro ostendit, latus penthagonicum posse super latus exagonicum et decagonicum, erit siquidem recta *.ai.* latus penthagonicum, cum possit equale quadratorum linearum *.ae.* et *.ei.*, scilicet quadratis lateris exagonici, et decagonici, quod *.ai.* latus. Monstrabo cum numeris, esse lineam minorem, scilicet radicem abscisionis quarte͡g.

xi.ª tertij xi

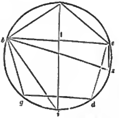
fol. 64 *verso*.

e Monstrabo cum .... radix numeri e (fol. 64 *verso*, lin. 4, 5-13; pag. 105, lin. 25-34).



Verbi gratia: dyameter *.bd.* est .8.; quare utraque rectarum *.ae.* et *.ed.* est .4.; quorum dimidium, scilicet *.ze.*, est .2. Vnde si adiunxerimus quadrata linearum *.ae.* et *.ez.*, habebimus .20. pro quadrato uniuscuiusque linearum *.az. zi.*; ergo recta *.ei.* constat ex radice minus numero: est enim ipsa radix de .20. duobus inde demtis: quam si in se multiplicauerimus, uenient 24., minus iiii.or radicibus de .20.; que iiii.or radices suut una radix sexdecupli de 20., scilicet de .320.; que si addiderimus cum quadrato linee *.ae.*, scilicet cum .16., habebuntur .40, minus radice de 320. pro quadrato line͡g *.ai.*; quorum radix est linea *.ai.*: et quia ipsa est radix numeri, minus radice, dicimus, ipsam esse lineam minorem, cum differentia, que est inter quadratum de 40, scilicet inter .1600. et .320. non sit quadratus numerus, cuius recisi radix secundum propinquitatem sic accipitur: radix de 320., que est circa 18, minus nona, extrahitur de .40., remanent $\frac{1}{9}$ 22., quorum radix, que est .4., et pedes 4, et uncie 3., et puncta .17., secundum maximam propinquitatem est linea *.ai.*, scilicet latus penthagonicum cadens in circulo suprascripto. Ex hoc enim facile possunt haberi omnia latera penthagonica quorumlibet circulorum; quia est sicut 4, et pedes 2., et uncie .3, et puncta 17 ad 8., ita erit latus penthagonicum cuius uis circulj ad suum dyametrum. Vnde si multiplicauerimus dyametrum cuiuslibet circulj per 4, et pedes 2, et uncias 3, et puncta 17,

e .zeb. est in .... binomio; idcirco a (fol. 84 verso, lin. 28-35; pag. 106, lin. 4-11).



et diuiserimus per s., habebimus latus decagonicum ipsius circulj. Si vero cordam anguli penthagonici *.be.* in penthagono *.abcde.*, circa quod penthagonum sit circulus *.abgde.* descriptus, inuenire desideras. Dyametrum ipsius circulj *.bz.* protrahe, que sit .8.; et copulabis *.ze.*, que erit latus decagonicum: et quia angulus *.zeb.* est in semicirculo *.zeb.*; ideo est rectus. Quare si ex quadrato dyametri *.bz.*, quod est .64., auferatur quadratum lateris decagonici *.ze.*, quod inuenimus esse superius .24., minus radice de 320.; quorum radix dicitur linea maior, cum sit radix binomij quarti, remanebunt 40, et radix de 320., que est longitudo corde *.be.* Vnde potest haberi, quod quorumcumque nominum fuerit quadratum penthagonici, eorumdem nominum erit corda anguli penthagonici. Sed latus penthagonicum est radix recisi quarti, scilicet numeri, minus radice; et quadratum cordę est binomium quartum; et quia minus est reciso suo binomio; idcirco | fol. 65 recto radix quarti recisi dicitur linea minor: et radix quarti binomij dicitur maior.

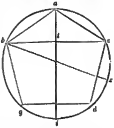
Aliter protrahatur dyameter *.ati.* secans cordam *.be.* super punctum *.t.*; et copulabo rectam *.ib.*, et erit trigonum *.iba.* orthogonium; et est diuisum á catheto *.bt.* in duo trigona sibi inuicem similia et toti; quare est sicut *.ia.* ad *.ab.*, ita *.ab.* ad *.at.*: quare si diuiserimus quadratum lineę *.ab.*, quod est .40, minus radice de .320., per dyametrum *.ai.*, scilicet per .8., habebuntur .5, minus radice de .5. pro linea *.at.*: quibus extractis ex tota *.ai.*, remanebunt .3, et radix de .5. pro linea *.ti.*: unde si multiplicauerimus *.ti.* in *.ta.*, et quadruplicauerimus illud quod prouenerit, habebuntur similiter .40, et radix de .320 pro quadrato linee *.be.*: est enim radix de 320. 18 minus $\frac{1}{9}$; quibus additis cum .40, faciunt 58, minus nona, pro quadrato lineę *.be.*, quorum radix est .7, et pedes .3, et uncie .11, et puncta .14. Per quam etiam cordam poteris habere notitiam similium cordarum cadentium in quolibet circulo, si ipsam per dyametrum ipsius circulj duxeris, et summam diuiseris per .8. Et ut habeamus embadum suprascripti penthagoni, multiplicabimus $\frac{3}{4}$ dyametri, scilicet .6 per $\frac{5}{8}$ corde *.be.*; uel $\frac{5}{6}$ de .6, que sunt .5., multiplica per totam cordam *.be.*, et uenient circa perticas .38, et denarios $\frac{1}{2}$ 1. mensurę pro embado penthagoni *.abgde.*: per quod etiam possumus habere notitiam embadorum omnium penthagonorum cadentium in quibuslibet circulis: si multiplicauerimus perticas 38, et denarios $\frac{1}{2}$ 1. per quadrata dyametrorum ipsorum circulorum, et diuiserimus per quadratum prepositi circuli, scilicet per 64.; quia et Euclides in principio duodecimi libri ostendit similia rectilinea in circulis ad se inuicem sunt sicuti ad dyametrorum tetragona: permutatim ergo est sicut quadratum dyametri unius circulj ad multilaterum cadens in ipsum, ita quadratum alterius circulj ad simile multilaterum cadens in ipsum: possumus etiam aliter habere notitiam corde *.be.*; et habebitur ex ea que probantur in quarto decimo libro Euclidis, quod corda anguli penthagonici cum latere penthagonico possunt quincuplum tetragoni semidyametri circulj: quare si acceperimus quincuplum quadrati medietatis dyametri, habebimus .80.; de quibus si extraexerimus quadratum lateris penthagonici, scilicet 40, minus radice de 320, remanebunt 40, et radix de 320. pro quadrato corde *.be.*, ut prediximus: uel si multiplicauerimus dyametrum per $\frac{5}{8}$, habebimus .40. pro maiori nomine: et si ex quadrato quadrati dyametri acceperimus $\frac{5}{64}$, hoc est de 4096, habebimus 320; quorum radix est minus nomen; et sic poteris facere in alijs circulis.

Embadum quidem trigoni equilateri et equianguli cadentis in circulo, cuius dya-

meter est .8.; iuueuimus esse superius perticas quadratas .20, et pedes .4., et uncias $\frac{3}{4}$ 12. Embadum quidem tetragonj est 32, scilicet dimidium de 64. , scilicet ex tetragono | dyametri. Penthagoni uero $\frac{1}{14}$ 38. Exagoni quoque .41, et pedes .3, et uncie $\frac{1}{2}$ 7. Octagoni embadum quidem est perticarum 45, et pedis .1, et uncie $\frac{4}{9}$ 9, que habeutur ex multiplicatiooe dupli dyametri in medietatem lateris tetragoni , scilicet ex 16 in radice de .8. Embadum quoque decagonj est perticarum 47, et unciarum $\frac{1}{2}$ 2, que habeutur ex multiplicatione quiucuplatiooîs quarte partis dyametrj io latus penthagonicum , scilicet ex .10., in perticas .4, et pedes .4., et uncias .3, et puncta .17. Embadum namque dodecagonj est .48 perticarum, que proueniunt ex multiplicatiooe medietatis dyametrj iu medietate omnium laterum exagooi cadentis in ipso circulo. Cvmque omnium harum notitiam habueris: poteris embadum similium figurarum cadentium in alijs circulis de facilj habere: si in memor non fueris ex predictis. Explicatis itaque que ad circulorum demonstrationes pertineot; nunc ad diminutionem camporum. qui in ascensione montium iacent, accedamus.

fol. 65 *verso*.

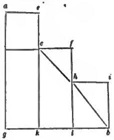
a dyametri. Penthagoni .... medietate omnium a (fol. 65 *verso*, lin. 4-8; pag. 107, lin. 3-10).



Incipit pars quinta in dimensione camporum qui in montibus iacent.

Cvm itaque campum aliquem qui sit in ascensione, siue in decliuibus montium metiri desideras, latera superficiei iaceotis in plano sub ipso diligenter inquiras, per que embadum ipsius plaue superficiei habere studeas.

a montes secundum .... per notitiam a (fol. 65 *verso*, lin. 18-27; pag. 107, lin. 19-28).



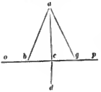
Nam ipsum erit embadum quarti campi. Nou eoim mensurantur montes secundum superficies apparentes in eis; cum domus, et edificia, arbores, oec non et semina nou secundum rectum angulum super ipsas superficies eleuentur. Vnde queruntur embada ipsorum planorum, super qne apparentes superficies montium iacent: et super que plana predicta omnia secundum rectum angulum eleuantur. Nam qualiter per latera decliuarum snperficierum habeas notitiam laterum planarum superficierum existentium sub ipsis, uolo presentialiter demonstrare. Adiaceat quidem linea .*a b*. pro latere alicuius decliuis superficiei iacentis in monte; et sit linea .*bg*. latus plani existentis snb latere .*a b*.; et cadat super .*bg*. perpendiculariter recta .*ag*. faciens angulum qui ad .*g*. rectum: oportet quidem per uotitiam apparentis lateris .*a b*. occultum latus .*bg*., nec nou et notitiam perpendicularis .*ag*. uerissime reperire. Quod dupliciter fit. Primus enim modus: et quo sapientes agrimensores utuotur: ut in puncto .*a*. caput metientis pertice ponas, extendens eam uersus .*b*. super lineam .*a b*., et caput pertice, quod est snper .*a*. immobiliter tene: aliud uero sursum erige donec ipsa pertica iaceat equidistaoter linee .*gb*.; quod scitur per quoddam instrumentum, quod uocatur archipendulum, ut ioferius demonstrabo: et tuoc per inferius caput pertice lapillum cadere reliuquas super lineam .*a b*.; et ubi | lapillus ceciderit, ibi cum eadem pertica iucipias eodem ordine cum pertica mensurare; et sic facies donec expleueris mensurando totam lineam .*a b*.

fol. 66 *recto*.

Verbi gratia : sit pertica primo posita .*ae*., que equidistet lateri .*gb*.; et per .*e*. punctum cadat lapillus super puoctum .*c*.; super quem punctum ponat iterum caput pertice, teneodo eam cum archipeudulo equidistantem cum linea .*gb*., que sit .*cf*.; et à puocto .*f*. cadat lapillus super punctum .*h*., et à puncto .*h*. uersus .*b*.; et ponas iterum perticam equidistantem linee .*bg*., que sit .*hi*.; et per .*i*. cadat lapillus super punctum .*b*. Nam quotiens pertica sit posita cadens super lineam .*a b*., totiens pertica

una erit in latere .*gb*. Verbi gratia : quia pertica .*ae*. equidistat lateri .*gb*., erit angulus .*eag*. rectus, cum sit rectus angulus, qui ad .*g*.: et quia .*ec*. est casus lapillj, si emiserimus lineam per .*c*. á puncto .*e*. super lineam .*gb*., que sit linea .*ek*., erit recta .*ek*. cathetus super rectam .*gb*.: quare recta .*ek*. equidistans est: et equalis recte .*ag*.; quare .*gk*. equalis est longitudini pertic̨e .*ae*. Similiter si per .*h*. protracxerimus lineam .*fl*., inuenies,eisdem dispositis, lineam .*kl*. equari pertice .*ef*. Rursus si per casum lapillj cadentis ab .*i*. in .*b*. punctum protraxerimus lineam .*ib*., erit ipsa equidistans, et equalis linee .*hl*.; quare et .*lb*. equalis est .*hi*., scilicet pertice; ergo quotiens pertica accepta fuit equidistanter lineȩ .*gb*. super lineam .*ab*., totiens unius perticȩ longitudo erit linea .*gb*., ut prediximus. Est enim archipendulus istrumentum ligneum habens formam trianguli equicrurij; et ab uno angulorum pendit filum cum plumbo: cumque posueris basem ipsius archipendulj super perticam , et ab angulo superiori plumbum cum filo ceciderit super dimidium basis ipsius: tunc pertica stabit equidistanter illj plano, quod mensurare uolueris; quod potueris ad oculum deprehendere in subiecta figura, in qua ponitur pro pertica linea .*po*., super quam erectus est archipendulus .*abg*.; et á puncto .*a*. cadit filum cum plumbo .*ad*. per punctum .*e*., qui est in medio .*bg*. Et si in antecedente figura appareus latus .*ab*. recte descenderit , non oportebit ponere perticam cum archipendulo nisi semel; quia eum posueris perticam .*ae*. equidistantem lateri .*gb*.; et super casum .*ec*. erecxeris arundinem equalem lineȩ .*ec*., erit triangulus .*aec*. similis triangulo .*abg*.; quia cum in equidistantibus .*ae*. et .*bg*. recta incidit .*ab*., erit angulus .*aec*. equalis angulo .*abg*: similiter quia in equidistantibus .*ag*. et .*ec*. recta incidit .*ab*., erit angulus .*gab*. equalis angulo .*eca*.; quare reliquus qui sub .*aec*. reliquo | qui sub .*agb*. remanet equalis : quare proportionaliter erit sicut .*ac*. ad totam .*ab*., ita pertica .*ae*. ad totam .*gb*. Vnde si multiplicauerimus .*ab*. in .*ae*., et diuiserimus per .*ac*., proueniet utique linea .*gb*.; hoc est si feceris perticam equalem lineȩ .*ac*., et cum ipsa mensurabis totam lineam .*ab*., habebis similiter lineam .*gb*. ; quia quot equales linee .*ac*. sunt in linea .*ab*., tot equales pertice .*ae*. sunt in latere .*gb*.: similiter quot equales linee .*ac*. sunt in linea .*ab*., tot equales linee .*ec*. sunt in altitudine .*ag*. Vnde si multiplicauerimus .*ab*. per .*ec*., et diuiserimus per .*ac*., proueniet utique altitudo catheti .*ag*.: et hec inuestigatio catheti est multum utilis in reperiendis altitudinibus pyramidum.

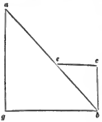
° pendit filum .... perticam cum » (fol. 66 *recto*, lin. 22-29 ; pag. 108, lin. 11-19).



fol. 66 *verso*.

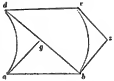
Sapientes uero antiqui ordinabant cum arundinibus triangulum similem in hunc modum. Descripta itaque figura suprascripta .*agb*., cuius latus .*ab*. iaceat in apparentia montis, per quod uolebant habere longitudinem plani .*bg*., nec non et altitudinem .*ag*.; erigebant itaque super radicem montis arundinem .*bc*. orthogonaliter cuiuscumque magnitudinis, super quam ponebant aliam arundinem facientem angulum .*c*. rectum, cuius caput alter iacebat super lineam .*ab*.; que arundo sit linea .*ce*.; et sic triangulus .*cbe*. erat similis triangulo .*abg*.; quare erat sicut .*be*. ad .*ba*., ita .*ec*. ad .*bg*.: multiplicabant igitur .*ab*. per .*ce*., et diuidebant per .*be*.; et sic habebant notitiam lateris .*bg*. Similiter quia erat sicut .*be*. ad .*ba*., ita .*cb*. ad .*ag*.; multiplicabant .*ab*. per .*bc*., et diuidebant per .*be*.; et sic habebant altitudinem .*ag*. Et si campus in monte positus habuerit formam superficiei alicuius portionum colupne, ita quod apparens superficies sit gimbosa, ut superficies .*abde*., cuius latera .*ab*. et .*de*. sint arcus

° Sapientes uero .... igitur .*ab*. per » (fol. 66 *verso*, lin. 10-17; pag. 108, lin. 32-39).



circulj; reliqua uero latera .*ad*. et .*be*. sint recta; et sit latus .*be*. in uertice montis; latus quoque .*ad*. sit inuersus radicem. Intelligam primum latera plani existentis sub ipsa superficie .*agdz*. et .*gz*., nec non et altitudines .*bg*. et .*ez*. cadentes orthogonaliter super planum .*adzg*., et in puncta .*g*.*z*.; quare anguli .*agb*. et .*dze*. sunt recti: mensurabo siquidem super arcus .*ba*. et .*ed*. cum pertica et archipendulo, prohiciendo lapillos super ipsos arcus, incipiendo á punctis .*be*., que sunt in eminentia campi, et descendendo usque ad puncta .*ad*.; et sic habebo quantitates .*ag*. et *dz*.: et quia latus .*ad*. est rectus, nec non et in plano superficiei .*gadz*., mensurabo ipsum sicuti mensurantur latera planorum.

• .*agb*. et .*dze*. .... lateri .*gz*. • (fol. 66 *verso*, lin. 27-32; pag 109, lin. 4-10).

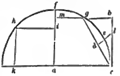


Deinde mensurabo latus latus (*sic*) .*be*. si fuerit equidistans et equale lateri .*gz*.; quod cognoscitur si catheti .*bg*. et .*ez*. fuerint equales; et sic habebo notitiam lateris .*gz*. Nam qualiter cognoscatur utrum catheti .*bg*. et .*ez*. sibi inuicem sint equales uel non, in subscripta figura demonstrabitur: uel poterit ad oculum | deprehendi, si puncta .*b*.*e*. fuerint in eodem plano: si autem aliquis eorum fuerit altior, erit linea .*be*. in puncto .*e*. ascendens, uel descendens. Esto .*e*. punctus altior puncto .*b*.; quare super latus .*eb*. mensurabo cum pertica et archipendulo ordine suprascripto; et sic habebo notitiam lateris .*zg*.: et si planum .*adzg*. fuerit orthogonium, multiplicabo .*ga*. in .*ad*., et habebo aream quadrilateri .*az*., quod erit area apparentis gibosę superficiei: et si planum .*az*. orthogonium non fuerit: studebo inuenire dyametrum .*gd*., cuius notitiam habebo, si super arcum .*bd*. mensurabo cum pertica et archipendulo : deinde aream trigonorum .*gad*. et .*dzg*. in unum coniungam, et habebo quesitum.

fol. 67 *recto*.

Et si gibositas campi fuerit declinans ad utramque partem, ut arcus .*cfh*., cuius altior pars sit punctus .*f*. Intelligam rursus latus plani .*ca*. orthogonaliter coniungi cum altitudine .*af*.: et si arcus .*fe*. equalis fuerit arcui .*fh*., duplum linee .*ca*. erit corda arcus .*cfh*., scilicet longitudo lateris totius plani cadentis sub arcu .*cfh*., dum tamen arcus .*cfh*. non sit maior semicirculo : quia si esset maiur semicirculo, tunc dyameter circulj esset longitudo superficiei apparentis. Sed sit arcus .*fh*. minor arcu .*fc*.; et intelligam lineam .*hi*. coniungi orthogonaliter cum linea .*fi*. ; et intelligam, lineam .*cak*. equidistantem esse linee .*ih*., et equalem .*ak*. linee .*ih*.: quare si protrahatur .*hk*., erit equalis et equidistans lineę .*ia*. et .*hk*. ; quare angulus qui ad .*k*. est rectus; quare tota linea .*ck*. erit latus plani cadentis sub arcu .*cfh*.; et .*hk*. est altitudo, que est ab .*a*. in .*i*. : bis itaque intellectis mensurabo cum pertica et archipendulo .*abf*. in .*c*., et ab .*f*. in .*h*., et habebo longitudinem lateris .*ck*.: uel aliter erigam arundinem super punctum .*c*. orthogonaliter, que sit .*cb*. ; et aptabo cum ipsa aliam arundinem tantę magnitudinis, que cum fecerit in .*b*. punctum angulum rectum, aliud latus tangat arcum .*fc*.; que arundo sit linea .*bg*. Inuestigabo igitur quam subtilius potero longitudines arundinum .*cb*. et .*bg*., et coniungam quadrata earum : et coniuncto radicem inueniam, que erit longitudo cordę .*cg*.; quam diuida (*sic*) in duo equa super punctum .*d*.; et á puncto .*d*. intelligam, cathetum .*de*. eleuatum esse super cordam .*cg*.: quare .*e*. punctus diuidet arcum .*cg*. in duo media. Et quia ut in undecimo habetur libro, esse omnem triangulum in superficie una; si rectam .*de*. protraham á parte .*e*. per superficiem .*bcg*., cadet super unum ex lateribus .*cb*. et .*bg*., uel in angulum .*b*. contenptum ab ipsis. Quando .*cb*. et .*bg*. fuerint equales, tunc cadet

• arcu .*fc*. .... bis itaque • (fol. 67 *recto*, lin. 17-21; pag. 109, lin. 27-32).



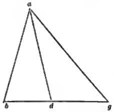
super punctum .*b*.. et si una ipsarum fuerit maior, tunc cadet super maiorem ipsarum.
fol. 67 verso. Esto siquidem | maior .*cb*. quam .*bg*.; et protrahatur in intellectu linea .*de*. donec concurrat cum linea .*cb*. in puncto .*l*.; erunt siquidem trigona .*cbg*. et .*edl*. orthogonia et similia, cum habeant angulum .*lcd*. comunem: quare erit sicut .*bc*. ad .*bg*., ita .*cd*. ad .*dl*.: quare multiplicabo .*bg*. per .*cd*., et diuidam per .*bc*., et habebo notam .*dl*. Item est sicut .*bc*. ad .*cg*., ita .*cd*. ad .*el*.: quare multiplicabo .*cg*. per .*cd*., et diuidam per .*bc*., et babebo quantitatem lineę .*cl*.; quam accipiam subtlliter, et ibo; et accipiam arundinem rectam, que cadat ab .*l*. in .*e*., cuius longitudinem tollam ex inuenta .*ld*., et remanebit sagitta .*ed*. nota : quare si multiplicauero .*cd*. iu .*dg*., et diuidam per .*de*.; et quod prouenerit addam cum .*ed*., habebo dyametrum circulj, cuius est arcus .*cfh*.: eumque per iuuentum dyametrum cordam dupli arcus .*gf*. inueneris per ea que in tabulis diximus ; et ipsius cordę dimidium acceperis , habebis sane notitiam lineę .*gam*.: cui si addideris longitudinem arundinis .*bg*., habebis notitiam totiũs lineę .*bm*., hoc est lineę .*ce*. Similiter si per eundem dyametrum inueneris cordam duplj arcus .*fh*., dimidium eius erit linea .*hi*., que est equalis lineę .*ak*.; et sic habebis notitiam totius rectę .*ck*., scilicet longitudinem plani existentis sub gibosa superficie. Cumque latera planorum, super que apparentes superficies montium eleuantur, inuenire scineris, poteris eorum embada per ipsa latera subtiliter inuenire: cum ipsa plana sunt ex tribus lateribus , uel ex IIII^{or}, uel ex pluribus: uel rotunda : uel ex aliqua parte circulj : uel quod etiam habeat formam obliquam deuiantiam a uera rotunditate. Cumque formam ipsius plani habueris per ea que in hac tertia distinctione dicta sunt, embadum ipsius inueuire poteris : quare huic distinctioni finem imponens, ad quartam distinctionem accedamus, in qua docebimus diuidere campos cuiuscumque sint formę.

« in duo equa .... sibi inuicem » (fol. 67 verso, lin. 33-35, e margine inferiore; pag. 110, lin. 33-36).

Explicit distinctio tertia, incipit quarta de diuisione camporum inter consortes.

Qᴠᴀʀᴛᴀᴍ siquidem distinctionem in partes quatuor diuidimus: in prima quarum triangulos : in secunda quadrilateros : in tertia multilateres : in quarta circulos, et eorum portiones diuidere docebimus.

Incipit pars prima de diuisione triangulorum.

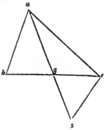


Cᴠᴍ itaque triangulum aliquem in duas equas partes ab uno angulorum diuidere uis, ab ipso angulo super dimidium lateris subtendentis ipsi lineam protrahe; et habebis optatum. Verbi gratia : uolumus trigonum .*abg*. á puncto .*a*. in duo equa diuidere: diuidatur siquidem latus .*bg*. in duo equa super punctum .*d*.; et copuletur recta .*ad*.; dico siquidem, trigonum .*abg*. in duo equá trigona esse diuisum: sunt enim trigona .*abd*. et .*adg*. sibi inuicem | equalia, cum sint super equales bases, et sub eadem
fol. 68 recto. altitudine, que est ductio catheti ab .*a*. in lineam .*bg*.: sunt enim trigona sibi inuicem sub eadem altitudine existentia, sicut bases in principio sexti libri habentur: quare est sicut .*bd*. ad .*dg*., ita trigonum .*abd*. ad trigonum .*adg*.: est enim basis .*bd*. equalis basi .*dg*.; quare trigona .*abd*. et .*adg*. sibi inuicem sunt equalia, ut prediximus; uel si protraxerimus cathetum ab .*a*. super lineam .*bg*., erunt utique cathetus ipse utriusque trigoni .*abd*. et .*adg*.; cuius catheti dimidium si multiplicauerimus in basem .*bd*. et .*dg*., equabitur multiplicationi dimidij eiusdem catheti in basem .*bg*. Nam ex multi-

plicatione dimidij catheti ipsius in bases .*bd*. et .*dg*., proueniunt embada trigonorum .*abd*. et .*adg*. Quare probatur, trigonum .*abd*. equalem esse trigono .*adg*.

Trigona unum angulum uni angulo equalem habentia proportionem habent compositam ex lateribus angulos continentibus equales. Ad cuius rei euidentiam sint trigona .*abg*. et .*gez*. equales habentia angulos, qui ad .*g*. Dico quidem, trigona .*abg*. et .*gez*. proportionem habere compositam ex his proportionibus, que sunt laterum continentium angulos equales, ex ea uidelicet quam habet latus .*bg*. ad latus .*ge*., et ex ea quam habet latus .*ag*. ad latus .*gz*.; quod sic probatur: recta .*ae*. copuletur; et eiciatur inter trigona .*abg*. et .*gez*. trigonus .*age*.; erit ergo proportio trigoni .*abg*. ad trigonum .*gez*. composita ex duabus proportionibus, scilicet ex ea quam habet trigonum .*abg*. ad trigonum .*age*., et ex proportione .*age*. trigoni ad trigonum .*gez*. Sed proportio trigonj .*abg*. ad trigonum .*age*. est sicut basis .*bg*. ad basem .*ge*., cum sint sub altitudine una; nec non et proportio trigoni .*eag*. ad trigonum .*egz*. est sicut latus .*ag*. ad latus .*gz*.; ergo proportio trigoni .*abg*. ad trigonum .*gez*. componitur ex proportionibus laterum .*bg*. ad .*ge*., et .*ag*. ad .*gz*. continentium angulos equales; quod oportebat ostendere. Componitur etiam proportio trigonj .*abg*. ad trigonum .*gez*. ex proportionibus .*bg*. ad .*gz*., et .*ag*. ad .*ge*., cum latera .*ag*. et .*bg*. sint antecedentia, et latera .*ge*. et .*gz*. sint consequentia : et quia ut diximus in tractatu angulorum, proportionem compositam cadere ex facto antecedentium ad factum ex consequentibus, erit utique proportio trigoni .*abg*. ad trigonum .*gez*., sicut factum ex .*bg*. in .*ag*. ad factum ex .*eg*. in .*gz*.: quare si equalis fuerit multiplicatio lateris .*eg*. in latus .*gz*. multiplicationi laterum .*bg*. in .*ga*., equale erit trigonum .*egz*. trigono .*abg*.; et si minor minor, et si maior maior; et hoc noluj demonstrare.

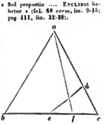
« ergo proportio .... trigonj .*abg* » (fol. 66 *recto*, lin. 19-26; pag. 111, lin. 9-16).



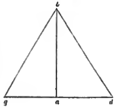
Et si á trigono recta protracta fuerit secans duo latera trigonj, que cum ipsis | duobus lateribus faciant trigonum habentem angulum unum comunem cum ipso trigono, erit proportio unius trigoni ad alium, sicut facta ex lateribus continentibus ipsum angulum. Ad cuius rei euidentiam. Esto trigonum .*abc*.; et in ipso protracta fuerit linea .*de*. secans latera .*ca*. et .*cb*. super puncta .*ed*. Dico, trigonum .*abc*. proportionem habere ad trigonum .*dec*., sicut factum ex .*ac*. in .*cb*. ad factum ex .*dc*. in .*ce*.; quod sic probatur: super latus .*ac*. applicabo trigonum .*acf*. equale trigono .*dec*.; et quia trigona .*abc*. et .*afc*. sub una sunt altitudine, est sicut .*bc*. ad .*fc*., ita trigonum .*abc*. ad trigonum .*afc*. Sed proportio .*ac*. ad .*fc*. est sicut factum ex .*ac*. in .*cb*. ad factum ex .*ac*. in .*cf*.; ergo proportio trigoni .*abc*. ad trigonum .*afc*. est sicut factum ex .*ac*. in .*bc*. ad factum ex .*ac*. in .*cf*. Et quia trigonum .*dec*. equale est trigono .*acf*., est proportio trigoni .*acb*. ad trigonum .*dce*. sicut factum ex .*acb*. in .*acf*.: et quia trigona .*acf*. et .*dce*. sibi inuicem sunt equalia, et babent unum angulum comunem; quare circa ipsum angulum comunia patiuntur latera; hoc est quod sunt mutuę proportionis, ut in quinto decimo theoremate sexti libri Evclidis habetur: ergo est sicut .*ac*. ad .*dc*., ita .*ce*. ad .*cf*.; quare factum ex .*dc*. in .*ce*. equatur facto ex .*ac*. in .*cf*.; ergo proportio trigoni .*abc*. ad trigonum .*dec*. est sicut factum ex .*ac*. in .*cb*. ad factum ex .*dc*. in .*ce*.; quod oportebat ostendere. Et si in aliquo laterum sit punctus datus, á quo lineam rectam protrahere uis diuidentem triangulum in duo equa, ut in trigono .*bgd*., in quo datus sit punctus .*a*. super latus .*gd*.; et sit primus

fol. 66 *verso*.

« Sed proportio .... Evclidis habetur » (fol. 66 *verso*, lin. 9-15; pag. 111, lin. 32-38).



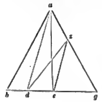
« ex .*ac*. in .*cf*. .... una uel » (fol. 66 *verso*, lin. 17-22; pag. 111, lin. 40 — pag. 112, lin. 1-3).



punctus .*a*. super dimidium .*gd*.; copulabo siquidem .*a*. cum .*b*., et erit trigonum .*bgd*. in duo trigona equalia diuisum á linea .*ba*., que sunt .*bga*. et .*bad*. super equas

* in duo equa .... .abg. diuisum * (fol. 68 verso, lin. 28-35; pag. 112, lin. 7-14).

bases, et sub altitudine una; uel quia factum ex .*bd*. in .*dg*. duplum est facti ex .*bd*. in .*da*., duplus est triangulus .*bgd*. triangulo .*bad*., cum habeant unum angulum comune. Sed non sit datus punctus super dimidium alicuius laterum, ut in hoc alio trigono .*abg*., in quo datus sit punctus .*d*., qui sit propius puncto .*b*. Diuidam latus .*bg*. in duo equa super .*e*., et copulabo rectas .*ad*. et .*ae*.; et per punctum .*e*. protraham lineam .*ez*. equidistantem linee .*ad*., et copulabo rectam .*dz*. Dico quidem, trigonum .*abg*. in duo equa diuisum esse á linea .*dz*.; quod sic probatur: in equidistantes quidem .*ad*. et .*ez*.; et super basem .*ad*. sunt trigona .*ade*. et .*adz*. sibi inuicem equalia: communiter addatur ei trigonum .*abd*., erunt duo trigona .*abd*. et .*adz*., hoc est quadrilaterum .*abdz*. equalia duobus trigonis .*abd*. et .*ade*., hoc est trigono .*abe*. Sed trigonum .*abe*. dimidium est trigoni .*abg*.; quare et quadrilaterum .*abdz*. dimidium est trigonj .*abg*.; reliquum uero, scilicet trigonum .*zdg*., est alia medietas trigonj .*abg*.: diuisum |



fol. 69 recto.

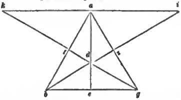
est ergo trigonum .*abg*. á puncto .*d*. per lineam .*dz*. in duas partes equales, ut oportebat facere. Et si secundum numerum punctum .*z*. inuenire desideras; scias quia que pars est .*ed*. ex .*dg*., eadem est .*az*. ex .*ag*., cum in trigono .*adg*. protracta sit .*ez*. equidistans lateri .*ad*.: quare multiplicabis .*ed*. per .*ga*.; et quod prouenerit diuides per .*gd*.; et quod exierit, erit .*az*. Verbi gratia : sit latus .*ab*. 13, et .*bg*. .14., et .*ga*. .15.; quare .*ge*., uel .*eb*. est .7.: et sit .*de*. duarum perticarum; quare .*gd*. erunt .9.; si multiplicauerimus ergo .*ed*. in .*ga*., scilicet .2. per 15., uenient .30; quibus diuisis per .*gd*., uenient $\frac{1}{3}$ 3 pro linea .*az*.; quibus extractis ex .*ag*., remanent $\frac{2}{3}$ 11 pro linea .*gz*.: quare si multiplicauerimus eam per .*gd*., qui est .9., uenient 105, scilicet dimidium multiplicationis .*bg*. in .*ga*.: quare probatur, trigonum .*zgd*. dimidium esse trigoni .*abg*., cum utrique eorum comunis sit angulus qui ad .*g*.: est enim proportio trigoni .*abg*. ad trigonum .*zdg*. composita ex duabus proportionibus laterum continentium angulum comunem: hoc est ex ea quam habet .*bg*. ad .*gd*., et ex ea quam habet .*ag*. ad .*gz*.: quare est sicut factum ex antecedentibus .*bg*. in .*ga*. ad factum ex consequentibus .*dg*. in .*gz*.: ita trigonum .*abg*. ad trigonum .*zdg*. Sed factum ex .*bg*. in .*ga*. duplum est facti ex .*dg*. in .*gz*. Duplum est ergo trigonum .*abg*. trigono .*zdg*. Vnde si multiplicauerimus .*ag*. per dimidium .*gb*., scilicet .15. per .7., et summam diuiserimus per .*gd*., scilicet per .9., uenient utique $\frac{2}{3}$ 11 pro linea .*gz*., ut superius inuenimus.

Preparatoria in diuidendis trigonis per datum punctum infra triangulum.

SI á duobus angulis trigoni super dimidium laterum subtendentium ipsos due recte protrahantur, se se proportionabiliter secabunt, ita quod quelibet portio, que est inter angulum et sectionem sui residui est dupla : et si á reliquo angulo super reliquum latus per punctum sectionis recta trahatur : diuidet utique ipsum latus in duo equa. In trigono quidem .*abg*. ab angulis .*abg*. et .*bag*. super dimidium laterum .*ag*. et .*bg*. recte protrahantur .*ae*. et .*bz*. se inuicem secantes super punctum .*d*. Dico quod proportio .*ad*. ad .*de*. est sicut proportio .*bd*. ad .*dz*.; et quelibet ipsarum sui residui est dupla; quod sic probatur : a puncto quidem .*a*. equidistantem recte .*bg*. ducam rectam .*ai*.; et protraham rectam .*bz*. donec concurrat cum .*ai*. in puncto .*i*.,

et erunt trigona *.azi.* et *.gzb.* sibi inuicem similia; quare est sicut recta *.az.* ad *.zg.*, ita *.iz.* ad *.zb.*, et *.ia.* ad *.bg.* equalis est enim *.az.* ex *.zg.*; equales ergo erunt *.zi.* ex *.zb.*, et *.ia.* ex *.bg.* Rursus quia similia sunt trigona *.adi.* et *.bde.*, est sicut *.ia.* ad *.be.*, ita *.ad.* ad *.de.*, et *.id.* ad *.db.* Sed *.ia.* recte equalis est recta *.bg.*; quare est sicut *.bg.* ad *.be.*, ita recta *.ad.* ad *.de.*, et *.id.* ad *.db.*: dupla est enim *.bg.* ex *.be.*; quare dupla est *.ad.* ex *.de.*, et *.id.* ex *.db.*: et quoniam equalis est *.iz.* ex *.zb.*, comuniter si adiungatur|

« est *.ad.* .... si adiungatur » (fol. 69 *recto*, lin. ultima, e margine inferiore; pag. 113, lin. 5-6).

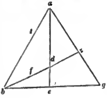


recta *.zd.*, erit tota recta *.id.* equalis duabus *.bz.* et *.zd.* Sed *.id.* ostensa est dupla ex *.db.*; quare due recte *.bz.* et *.zd.* duple sunt recte *.bd.* : comuniter si auferatur recta *.db.*, remanebit recta *.bd.* equalis duplo recte *.dz.*; quare *.bd.* ex *.dz.* est dupla : ostensa est enim rectam *.ad.* duplam esse ex *.de.*; ergo est sicut *.ad.* ad *.de.*, ita *.bd.* ad *.dz.* ; quod oportebat ostendere. Et si ab angulo *.g.* per punctum *.d.* transeat linea *.gt.* Dico quod latus *.ab.* diuisum est in duo equa super punctum *.t.*: protraham quidem rectam *.gt.* extra triangulum *.abg.*, donec concurrit super punctum *.k.* lineae *.ik.*, et erunt trigona *.adk.* et et (*sic*) *.edg.* sibi inuicem similia; quare est sicut *.ad.* ad *.de.*, ita *.ak.* ad *.ge.*: sed *.ad.* ex *.de.* est dupla; quare recta *.ak.* est dupla recte *.ge.*, cui etiam dupla est recta *.bg.*, cum equalis sit *.be.* ex *.eg.*: que nero eidem dupla sunt, et sibi inuicem sunt equalia; quare equalis est recta *.ak.* recte *.bg.* Rursus quia similia sunt trigona *.atk.* et *.btg.*, est sicut *.ak.* ad *.bg.*, ita *.at.* ad *.tb.*; est enim *.ak.* equalis recte *.bg.*, et *.at.* quidem equalis est recte *.tb.*: diuisum est ergo latus *.ab.* in duo equa á linea *.gt.*; quod oportebat ostendere.

fol. 69 *verso*.

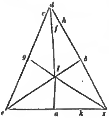
Et quia in trigono *.abg.* ab angulis *.abg.* et *.agb.* due recte concurrunt super dimidium laterum subtendentium ipsos, que sunt recte *.bz.* et *.gt.* se inuicem secantes super punctum *.d.*, erit proportio sectionum ipsarum, una uidelicet est sicut *.bd.* ad *.dz.*, ita *.gd.* ad *.dt.* Dico Rursus quod si a reliquo angulo super dimidium lateris subtendentis ipsum recta trahatur, transibit per punctum sectionum reliquarum duarum linearum á reliquis angulis descendentium super dimidium reliquarum basium. Verbi gratia : describatur rursus trigonum *.abg.*; et super dimidium basium ipsius signentur puncta *.t.ez.*; et copulentur recte *.ae.* et *.bz.* sese inuicem secantes super punctum *.d.* Dico siquidem si a puncto *.g.* in punctum *.t.* recta trahatur, per punctum *.d.* transibit: quod si ita non est, transibit recta ex *.g.* in *.t.* super lineam *.bz.* inter puncta *.bd.*, uel inter puncta *.dz.*: transeat primum super rectam *.bd.* per punctum *.f.*; et quoniam due recte *.bz.* et *.gt.* ab angulis *.abg.* et *.bga.* descendunt super dimidium laterum *.ab.* et *.ag.* sese inuicem secantes super punctum *.f.*, erit *.bf.* dupla ex *.fz.*: sed *.ad.* ex *.dz.* est dupla; ergo est sicut *.bf.* ad *.fz.*, ita *.bd.* ad *.dz.*: permutatim ergo est sicut *.bf.* minor ad *.bd.* maiorem, ita *.bd.* maior ad *.dz.* minorem; quod est inconue-

« Et quia in trigono .... angulis descendentium » (fol. 69 *verso*, lin. 16-21; pag. 113, lin. 21-26).



niens; non enim recta protracta ex *.g.* in *.t.* transiet per *.bz.* inter puncta *.bd.* Similiter ostendetur, ipsam transire non posse inter puncta *.dz.*; per punctum enim *.d.* transiet ut dictum est. Ex hoc ergo manifestum est, quod infra trigona non est punctus preter unum, per quem ab angulis transeant | recte diuidentes latera trigonj in duo equa. (fol. 70 *recto*.) Quare si per punctum ipsum rectam transire nolumus, que diuidat triangulum in duas equas partes, erit utique unaqueque ex descendentibus rectis ab angulis super dimidium laterum ipsius, per quam trianguli in equas portiones diuidentur. Verbi gratia: in trigono suprascripto *.abg.* datus sit punctus *.d.*, per quem transeant protracte ab angulis recte *.ae.* et *.bz.* et *.gt.* diuidentes latera ipsius trigonj in portiones equales; quelibet enim ipsarum diuidit trigonum *.abg.* in duo equa: sunt enim trigona *.aeb.* et *.aeg.* super equas bases, que sunt *.be.* et *.eg.*, et sub una altitudine, que est ex *.a.* in *.bg.* perpendicularis ducta; quare equale est trigonum *.aeb.* trigono *.aeg.*, propter easdem et trigona *.bzg.* et *bza.* sibi inuicem sunt equalia; nec non et trigona *.gat.* et *.gtb.* sibi inuicem equantur. Sectum est ergo trigonum *.abg.* in duas medietates ab una quaque linearum *.ae.* et *.bz.* et *.gt.* transeunte per datum punctum *.d.* Similiter si datus punctus cadat super lineam *.ae.* inter *.ad.* uel *.de.*, diuidetur etiam in duo equa trigonum *.abg.* á linea *.ae.* transeunte per punctum datum infra triangulum: quod idem intellige si punctus datus fuerit in protractu alicuius duarum linearum *.bz.* et *.gt.* Et si punctus datus non ceciderit in lineis descendentibus ab angulis super dimidium laterum ipsius: tunc si ab angulis transire fecerimus rectas per ipsum punctum uenientes usque ad latera trigonj, erunt sectiones unius cuiusque lateris sibi inuicem inequales; ex quibus due sectiones maiores medietate ipsorum laterum erunt circa unum ex angulis trigonj, et due minores circa alium, et una maior, et altera maior reliquum angulum continebunt. Verbi gratia: in trigono quidem *.dez.* protrahantur recte *.da. eb. zg.* diuidentes latera ipsius per equalia in punctis *.a.b.g.*, et sese inuicem secantes super punctum *.i.* Et sit punctus datus aliquis infra triangulum *.dez.*, qui non sit in lineis *.da. eb. zg.*, quem oportebit esse infra unum ex sex trigonis continentibus totum triangulum *.dez.*: que trigona sunt *.dib.* et *.dig.* et *.die.* et *.aie.* et *.aiz.* et *.zib.*: sit primum datus punctus *.f.* infra triangulum *.dib.*; cumque duxerimus lineam ex *.d.* in *.f.*; et fecerimus eam penetrare super latus *.ez.*, nimirum inter puncta *.az.* ueniet; et hoc fiet, quia punctus *.f.* est infra triangulum *.daz.*: ueniet ergo super punctum *.k.*; quare *.zk.* est minus medietate sui lateris *.ez.* et *.ek.* est plus. Item ab angulo *.z.* per punctum *.f.* rectam fecerimus penetrare cadet utique inter *.dg.* super rectam *.de.* cum punctus *.f.* sit infra triangulum *.gzd.*; quare ponamus ipsam cadere super punctum *.c.*, erit ergo *.ec.* plus | medietate lateris *.de.* (fol. 70 *verso*.) et *.cd.* minus. Ergo circa angulum *.e.* sunt due sectiones maiores, que sunt *.ke.* et *.ec.* Rursus si ab angulo *.dez.* protraxerimus per *.f.* punctum, rectam cadentem super latus *.zd.*, nimirum inter *.db.* cadet, cum punctus *.f.* sit infra triangulum *.deb.*: cadat ergo recta ducta ab *.e.* per *.f.* super punctum *.h.*; quare *.zh.* erit plus, et *.hd.* erit minus medietate lateris *.zd.*: quare et circa angulum *.edz.* sunt due sectiones minores medietate laterum, que sunt *.cd.* et *.dh.*; et angulus quidem *.dze.* remanet contentus ab inequalibus sectionibus, scilicet ab una maiore, et ab altera minori medietate suorum laterum; quarum maior est sectio *.hz.*, minor est sectio *.zk.* Similiter si datus

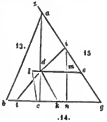
« ueniet; et hoc .... ergo .ec. plus » (fol. 70 *recto*, lin. 31-35, e margine inferiore; pag. 114, lin. 31-39).



punctus .*f*. fuerit infra quodlibet ex quinque trigonis residuis, inuenies hec eadem euenire.

Et si fuerit punctus aliquis datus infra trigonum, qui non sit in lineis descendentibus ab angulis super dimidium laterum ipsius; et uolueris ipsum diuidere in duo equa cum linea transeunte per ipsum punctum; studebis per ea que dicta sunt inuenire angulum contentum ab inequalibus sectionibus; quia circa ipsum que sequentur operanda erunt. Verbi gratia: Esto trigonum .*abg*., in quo datus sit punctus .*d*., qui non sit in aliqua rectarum descendentium ab angulis super dimidias bases ipsius; et uolumus diuidere triangulum .*abg*. in duas medietates cum linea transeunte per punctum .*d*. Deprehendantur primum ad oculum super latera casus linearum descendentium ab angulis per punctum .*d*., ut habeatur notitia anguli contenti ab inequalibus sectionibus, qui sit angulus, qui ad .*g*., et uni laterum continentium ipsum super reliquum latus á puncto .*d*. equidistans trahatur, que sit recta .*de*.; et applicetur ei superficies equalis medietati superficiei .*bg*. in .*ag*., que sit superficies .*de*. in .*gz*. hoc est dimidium multiplicationis .*bg*. in .*ag*., diuidatur per .*de*., et proueniet .*gz*. Deinde linee .*gz*. applicabis paralilogrammum deficiens figura tetragona, quod sit equale superficiei .*ge*. in .*gz*.; et hoc est quod diuidatur .*gz*. in duas partes, quarum una multiplicata per aliam faciat equale multiplicationi .*ge*. in .*gz*.: quod aliter fieri non poterit nisi quadratum medietatis lineę .*gz*. superhabundet superficiem .*ge*. in .*gz*.; uel sit equale eius: fiat siquidem .*zi*. in .*ig*. sicut .*ge*. in *gz*.; et copuletur recta .*id*., et emictatur in punctum .*t*. Dico quidem trigonum .*abg*. in duo equa diuisum esse á linea .*it*. transeunte per punctum .*d*.; quod sic probatur: quoniam multiplicatio .*zg*. in .*eg*. equalis est multiplicationi .*zi*. in .*ig*., erunt sicut .*zg*. ad .*zi*., ita .*ig*. ad .*eg*.; quare erit sicut .*zg*. ad aliam partem sui, scilicet ad .*ig*., ita .*ig*. erit ad aliam partem sui, scilicet ad .*ie*.: sed sicut .*gi*. ad .*ie*., ita .*gt*. ad .*de*.; ergo est sicut .*zg*. ad .*ig*., ita .*gt*. ad .*de*.: quare multiplicatio .*ig*. in .*gt*. equalis est multiplicationi .*zg*. in .*de*.; sed multiplicatio .*zg*. in .*de*. est medietas multiplicationis .*ag*. in .*gb*.;| ergo et .*ig*. in .*gt*. est medietas multiplicationis .*ag*. in .*bg*.; quare trigonum .*itg*. dimidium est trigoni .*abg*., ut prediximus. Et ut hec cum numeris ostendamus: sit latus .*ab*. 13., et .*ag*. 15., et .*bg*. 14; et protrahatur in ipso cathetus .*ac*., que erit .12. Casus .*bc*. erit .5., et .*cg*. erit 9; et sit punctus .*d*. inter cathetum .*ac*., et latus .*ag*.; et sit elongatus á linea .*cg*. secundum quantitatem catheti .*dk*., que sit .3.; et protrahatur linea .*ed*. in puncto .*l*.; et sit .*dl*. octaua et sexta decima pars unius: et quia linea .*dl*. equidistans est linee .*ck*., et .*dk*. recte .*lc*., erit .*lc*. equalis .*dk*. et .*dl*. recte .*kc*.; ergo .*lc*. est .3., et .*kc*. est $\frac{3}{16}$; remanebunt pro .*al*. nouem: et quia in trigono .*acg*. protracta est linea .*le*. equidistans linee .*cg*., erunt sicut .*al*. ad .*ac*., ita .*le*. ad .*cg*.; quare .*le*. erunt $\frac{3}{4}$ 6; de quibus si auferatur .*ld*., scilicet $\frac{3}{16}$, remanebunt $\frac{9}{16}$ 6: in quem numerum si diuiserimus factum ex .*ag*. in dimidium .*bg*., scilicet .105., uenient 16 pro linea .*gz*. Item quia est sicut .*al*. ad .*ac*., ita .*ae*. ad .*ag*.; erit ergo .*ae*. $\frac{3}{4}$ 11, remanebunt pro .*eg*. $\frac{3}{4}$ 3, scilicet quarta pars lineę .*ga*.: in quibus si multiplicauerimus lineam .*gz*., uenient 60: diuidenda est ergo linea .*gz*., scilicet .16. in duas partes; quarum una multiplicata per aliam faciet 60. Et ut hoc fiat, extrahe 60. ex quadrato medietatis linee .*gz*., remanebunt 4; quorum radix, scilicet 2, addenda est super medietatem lineę

* contenti ab .... sicut .ge.in .gz.» (fol. 70 verso, lin. 19 e 20-28; pag. 115, lin. 11-20).



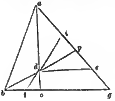
fol. 71 recto.

.*gz*.; et sic habebuntur .10. pro linea .*gi*., remanebunt pro linea .*iz*. 6.: deinde si per .*gi*. diuiserimus .105., uenient predicta $\frac{1}{2}$ 10 pro linea .*gt*. Demonstrabo aliter lineam .*gt*. esse $\frac{1}{2}$ 10: protraham á puncto .*i*. cathetum .*imn*. super lineam .*gb*.; et erit linea .*in*. equidistans linee .*ac*.; quare erit sicut .*gi*. ad .*ga*., hoc est sicut 10. ad .15., ita .*in*. ad .*ac*.; quare .*in*. erit .8.; et quia paralilogramum est .*mk*. quadrilaterum, erit linea .*mn*. equalis lineę .*dk*.; quare .*mn*. est .3., remanet .*im*. 5.

Rursus quia recta .*in*. equidistans est recte .*ac*., erit sicut .*gi*. ad .*ga*., ita .*gn*. ad .*gc*.; quare .*gn*. est .6.; remanent ergo .3. pro linea .*nc*.; cui cum sit equalis recta .*ml*. erunt et recta .*ml*. similiter .3.; de qua si extrahatur .*dl*., scilicet $\frac{3}{16}$, remanebunt pro linea .*md*. $\frac{13}{16}$ 2: et quia trigona .*imd*. et .*dkt*. orthogonia sunt, et sibi inuicem similia, erit sicut .*im*. ad .*md*., hoc est sicut .5. ad $\frac{13}{16}$ 2, ita .*dk*., scilicet .3., ad lineam .*kt*.: quare si multiplicauerimus $\frac{13}{16}$ 2 per 3., et quod prouenerit diuiserimus per .5., ueniet $\frac{11}{16}$ 1 pro linea .*kt*.; de qua si extraxerimus .*kc*., scilicet $\frac{3}{16}$, remanebit $\frac{1}{2}$ 1 pro linea .*ct*.; cui si addiderimus lineam .*cg*., que est .9., habebunt utique $\frac{1}{2}$ 10 pro linea .*gt*., ut prediximus. Ostendam rursus per numerum, si in eodem trigono protraxerimus lineas .*ao*. et .*bp*. transeuntes per .*d*. punctum, portionem .*gp*. minorem esse medietate sui lateris, et .*go*. maiorem. Quoniam trigono .*aog*. protracta est recta .*de*. equidistans recte .*og*., | erit sicut .*ae*. ad .*ag*., ita .*de*. ad .*og*.; ergo est sicut .3. ad .4., ita .*de*., scilicet $\frac{9}{16}$ 6. ad .*og*.; quare si multiplicauerimus .4. per $\frac{9}{16}$ 6., et summam diuiserimus per .3., uenient $\frac{3}{4}$ 8 pro linea .*go*. Rursus quia in trigono .*pbg*. protracta est recta .*de*. equidistans recte .*bg*., erit sicut .*bg*. ad .*de*., ita .*gp*. ad .*pe*.: unde erunt sicut superhabundantia .*bg*. super .*de*., ita .*ge*. ad .*ep*.; ergo est sicut $\frac{7}{16}$ 7 ad $\frac{9}{16}$ 6, hoc est sicut .119. est ad .105., uel sicut .17. ad .15., ita .*ge*., scilicet $\frac{3}{4}$ 3 ad .*ep*.; quare si multiplicauerimus .15 per $\frac{3}{4}$ 3; et diuiserimus per .17., uenient $\frac{11}{67}$ 3 pro linea .*ep*.; quare tota .*gp*. erunt minus $\frac{1}{2}$ 7., que sunt medietas totius lineę .*ga*. Et notandum, quod semper per subtendentem angulum contentum ab inequalibus sectionibus potest transire linea diuidens triangulum in duo equa; et aliquando poterit linea transiens per datum punctum subtendenti angulo contento á maioribus sectionibus, que etiam diuidet triangulum in duo equa; et nunquam transibit recta per datum punctum, qui diuidat triangulum in duas equas partes, que subtendat angulum contentum á minoribus sectionibus.

fol. 71 *verso*.

« ad .*ep*.; quare .... minoribus sectionibus. » (fol. 71 *verso*, lin. 7-14; pag. 116, lin. 22-31).



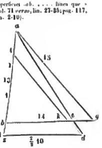
Diuisum est ergo trigonum .*abg*. in duas equas partes á linea .*it*. transeunte per punctum datum .*t*., et est una ipsarum portionum quadrilaterum .*abti*.; et alia est trigonum .*itg*.; quod oportebat facere.

Demonstratio quomodo diuiditur trigonum in duo equa per lineam egredientem á puncto dato extra ipsum.

Si trigonum .*abg*. per lineam egredientem á puncto dato .*d*. extra ipsum in duas equas partes diuidere uis, lineam .*ad*. secans latus .*bg*. super .*e*. protrahe; siquidem si recta .*be*. equalis est recte .*eg*., factum utique erit propositum; quia .*abe*. et .*aeg*. super equas bases sunt, et sub eadem altitudine; unde trigonum .*abe*. trigono .*aeg*. iacet equale. Sed non sit .*be*. equalis recte .*eg*., erit utique una earum maior; sitque recta .*be*. maior; á puncto quidem .*d*. recta protrahatur .*zd*. equidistans recte .*be*.; et

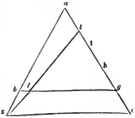
perducatur recta .*ab*. in .*z*.. Et quia recta .*be*. maior est medietate lateris .*bg*., rectiangula superficies .*ab*. in .*be*. est plus medietate rectiangule superficiei .*ab*. in .*bg*.; multo plus superficies .*ab*. in .*zd*. est plus medietate superficiei .*ab*. in .*bg*., cum maior sit .*zd*. quam .*be*. Adiaceat siquidem superficies .*ib*. in .*zd*. equalis dimidio superficiei, que fit ex .*ab*. in .*bg*.; et quoniam maior est superficies .*ab*. in .*be*. superficiei .*ib*. in .*zd*.; erit proportio .*zd*. ad .*be*. minor proportione .*ba*. ad .*bi*. Sed proportio .*zd*. ad .*be*. equalis est proportioni .*za*. ad .*ab*. Disiunctim quidem erit proportio .*zb*. ad .*ba*. minor proportione .*ai*. ad .*ib*.; quare superficies .*zb*. in .*bi*. minor est superficiei .*ba*. in .*ai*. : adiungatur quidem recte .*bi*. paralilogramum superhabundans figura tetragona equale superficiei .*zb*. in .*bi*.; hoc est quod recte .*bi*. adiungatur quedam linea, que | multiplicata in se et in .*bi*. faciat equale multiplicationi .*zb*. in .*bi*.; quod paralilogramum sit superficies, que sit .*ti*.; et copuletur recta .*tkd*.; et quia superficies .*zb*. in .*bi*. equa est superficiei .*bt*. in .*ti*., proportionaliter erit ut .*zb*. ad .*bt*., ita .*ti*. ad .*ib*.; coniunctim ergo sicut .*zt*. ad .*bt*., ita .*bt*. ad .*bi*. Sed sicut .*zt*. ad .*bt*., ita .*zd*. ad .*bk*.; ergo sicut .*zd*. ad .*bk*., ita .*bt*. ad .*bi*.; quare superficies .*kb*. in .*bt*. equa est superficiei .*zd*. in .*bi*. Sed superficies .*zd*. in .*bi*. equalis est dimidio superficiei .*ab*. in .*bg*.; quare trigonum .*tbk*. dimidium est trigonj .*abg*. Diuisum est ergo trigonum .*abg*. á linea egrediente á puncto .*d*., que est recta .*dkt*. in duas medietates, quarum una est trigonum .*tbk*., et alia est quadrilaterum .*tkga*.; quod oportebat facere. Que etiam operabor cum numeris. Sit latus .*ab*. 13., et .*ag*. 15., et .*bg*. 14., et .*dz*. $\frac{2}{5}$ 10, et .*bz*. $\frac{3}{7}$ 1.; et diuidam dimidium superficiei .*ab*. in .*bg*., scilicet .91. per .*zd*., hoc est per $\frac{2}{5}$ 10.; et uenient $\frac{3}{4}$ 8 pro linea .*bi*.: et multiplicabo .*zb*. in .*bi*., scilicet $\frac{3}{7}$ 1., per $\frac{3}{4}$ 8., uenient $\frac{1}{2}$ 12; quibus superaddam quadratum dimidij lineę .*bi*. , scilicet multiplicationem de $\frac{3}{8}$ 4 in se; que multiplicatio est $\frac{9}{64}$ 19, erunt $\frac{41}{64}$ 31.; quorum radix, que est $\frac{5}{8}$ 5, est linea .*lt*.; cui si addatur .*lb*., que est $\frac{3}{8}$ 4, habebuntur .10. pro linea .*tb*.: et quia est sicut .*zt*. ad .*bt*., ita .*zd*. ad .*bk*.; multiplicabo .*zd*. in .*bt*., scilicet $\frac{2}{5}$ 10, per 10., erunt .104.; que diuidam per $\frac{3}{7}$ 11., hoc est per lineam .*zt*., et uenient $\frac{1}{10}$ 9 pro linea .*bk*.; uel 91, que sunt medietas superficiei .*ab*. in .*bg*.; diuidam per .*bt*., hoc est per .10., exibunt similiter $\frac{1}{10}$ 9 pro linea .*bk*. ; et sic erit trigonum .*btk*. dimidium trigoni .*abg*., ut oportet. Et si unum ex lateribus trigoni extra trigonum protractum fuerit; et in ipso protractu punctus ille ceciderit, á quo recta egredi oporteat, que diuidat triangulum in duo equa; ut si in trigono .*abg*. extra trigonum educatur latus .*ab*. super punctum .*z*.; et sit .*z*. punctus datus á quo recta egredi oporteat diuidens triangulum .*abg*. in duo equa, eodem supradicto modo á puncto .*z*. producam rectam .*ze*. equidistantem recte .*bg*.; et educam latus .*ag*. in punctum .*e*.; et ponam superficiem .*ze*. in .*gi*. equalem dimidio superficiei .*ag*. in .*gb*.; et applicabo recte .*gi*. paralilogramum, cui susuperhabundet tetragonum equale eius, quod sit ex .*eg*. in .*gi*.; sitque .*gt*. in .*ti*.; et copulabo .*tlz*. Dico diuisum esse trigonum .*abg*. in duo equa á linea .*tz*. egrediente á puncto .*z*. , et est una ipsarum partium trigonum .*tgl*. , et alia est quadrilaterum .*tabl*. Quod sic probatur: Quoniam superficies .*gt*. in .*ti*. equa est superficiei .*eg*. in .*gi*., est sicut .*eg*. ad .*gt*., ita .*ti*. ad .*ig*.: coniunctim ergo sicut tota .*et*. ad .*tg*., ita tota .*tg*. ad .*ig*. Sed sicut .*et*. ad .*tg*., ita .*ez*. ad .*gl*.: per equale ergo erit sicut .*ze*. ad .*lg*., ita recta .*gt*. | ad rectam .*ig*.; quare superficies .*lg*. in .*gt*. equa est superficiei

« superficies .*ab*. . . . . linea que » (fol. 71 *verso*, lin. 27-35; pag. 117, lin. 2-10).



fol. 72 *recto*.

« .*ig*.. coniunctum .... sia recta .*gt*. » (fol. 72 *recto*, lin. 34 e 35, e margine inferiore; pag. 117, lin. 41-43).



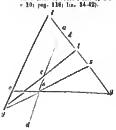
fol. 72 *verso*.

.ze. in .ig. Sed superficies .ze. in .ig. est medietas superficiei .ag. in .bg.; quare et superficies .t.g. in .lg. est medietas superficiei .ag. in .bg.; duplum ergo est superficies .ag. in .gb. superficiei .tg. in .gl. Duplum ergo est trigonum .abg. trigono .tgl.; quare trigonum .tgl. est medietas trigonj .abg., ut oportet. Que etiam demonstrentur in numeris.

Sit rursus latus .ab. 13., et latus .ag. 15.; basis quoque .bg. 14.; et sit .bz. quarta pars ex .ab.; quare et .eg. erit $\frac{1}{4}$ 3., scilicet quarta ex .ag.; quare .ze. addit quartam partem super .bg.; et sic erit .ze. perticarum $\frac{1}{2}$ 17.: in quibus si diuiserimus dimidium facti ex .ab. in .bg., scilicet .105., uenient. 6. pro linea .gi.; cui si applicauerimus superficiem .gt. in .ti. equalem eius que sit ex .eg. in .gi., erit utique superficies .gt. in .ti. $\frac{1}{2}$ 22: et ut habeamus notitiam quantitatis lineę .ti., diuidam .ig. super punctum .h. in duo equa, et erit .ih. 3.: et quia linea .ig. diuisa est in duo equa super punctum .h.; et ei indirecto adiuncta est linea .it., erit multiplicatio .it. in .gt. cum quadrato linee .ih., quod est .9., equalis quadrato lineę .th.; quare .th. est radix de $\frac{1}{2}$ 31; cui si addatur .hg., que est .3., erit tota .tg. radix de $\frac{1}{2}$ 31 et 3.; quare binomium est .tg.: et quia, ut demonstratum est, equale est factum ex .lg. in .gt. ei quod est ex .ze. in .ig., quod est .105., diuidenda sunt .105. per lineam .gt., scilicet per binomium, cuius nomina sunt radix de $\frac{1}{2}$ 31 et 3. Quam diuisionem, qualiter fiat, indicabo; quia binomium est linea .tg., erit utique recisum ipsius binomij linea .ti., que est radix de $\frac{1}{2}$ 31, minus .3.; cum .hi., que est .3.; auferatur ex .th., que est radix de $\frac{1}{2}$ 31.; et quia ex .tg. binomio in .ti. reciso prouenit ratiocinatum, scilicet $\frac{1}{2}$ 22; si diuiserimus $\frac{1}{2}$ 22 per binomium .gt., ueniet utique recisum .ti.; ergo quotiens $\frac{1}{2}$ 22 sunt in .105., totiens equale .ti. recisi ueniet ex diuisione de .105. in .tg. binomio; unde diuidenda sunt .105. per $\frac{1}{2}$ 22., hoc est 210 per 45., uenient $\frac{2}{3}$ 4.; in quibus si multiplicauerimus recisum .ti., habebimus quantitatem lineę .gl.; que multiplicatio sic fit; ex multiplicatione quidem de $\frac{2}{3}$ 4 in lineam .ti., scilicet in radicem de $\frac{1}{2}$ 31., uenient quatuor radices, et due tertie de $\frac{1}{2}$ 31, que sunt una radix de 686., que prouenit ex multiplicatione quadrati de $\frac{2}{3}$ 4. in $\frac{1}{2}$ 31.; de qua radice tollenda est multiplicatio de $\frac{2}{3}$ 4. in lineam .ih., que est .14.; et sic habebitur pro linea .gl. radix de 686., minus .14., que secundum propinquitatem sunt parum minus de $\frac{1}{5}$ 12, nec non et binomium .gt. secundum propinquitatem est $\frac{11}{18}$ 8: quibus multiplicatis per $\frac{1}{5}$ 12, scilicet .tg. in .gl., uenient circa .105, ut oportet. Et sic est procedendum, cum uolumus diuidere aliquem numerum inratiocinatum per aliquod binomium. Et notandum, quod si .105. oporteret diuidere per recisum .it., eadem uia esset tenenda; et egrederetur ex ipsa diuisione binomium, cuius nomina | essent radix de 686, et 14; et sic studeas operari in similibus. Sed protrahantur duo latera trigoni extra trigonum continentia unum ex angulis trigoni; et punctus datus cadat infra lineas continentes angulum exteriorem, qui est equalis angulo interiori; et uolumus ab ipso puncto rectam protrahere diuidentem triangulum in duo equa. Vt si trigoni .abg. duo latera .ab. et .bg. producantur in punctis .de.;et infra angulum .ebd. datus sit punctus .i. á quo egrediatur recta diuidens triangulum .abg. in duo equa, copulabo primum .ib., et ducam lineam .ib. in punto .z. cadens super lineam .ag. Si ergo .az. equalis est .zg., diuisum est trigonum .abg. in duo equa, á linea .iz. Sed si inequales sunt, erit maior una earum, que sit .az.; educam siquidem .za. extra trigonum .abg. super punctum .t.; et a puncto .i. ducam lineam .it. equidistantem lineę

fol. 73 recto.

« pro|trahantur duo .... si in|equales » (fol. 73 recto, lin. 1, 2-9 e 10; pag. 116; lin. 34-42).



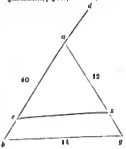
.*ba*.; et quia maior est .*za*. medietate lateris .*ag*., erit maior superficies .*ab*. in .*az*. medietate superficiei .*ba*. in .*ag*. Vnde adiaceat .*lt*. in .*ak*. equalis medietati superficiei .*ba*. in .*ag*.; et accipiatur superficies .*al*. in .*kl*. equalis superficiei .*ta*. in .*ak*., et copuletur recta .*li*.; et ostendetur per ea, que supra dicta sunt, trigonum .*abg*. diuisum esse in duo equa á linea .*il*.; et una sectio earum trigonum est .*lac*., et alia est quadrilaterum .*lcbg*.

Et si per equidistantem uni laterum trigoni trigonum aliquod diuidere uis, qualiter hoc fieri debent in sequenti trigono .*abg*. demonstrabitur, quod in duas equales partes per equidistantem basi .*bg*. diuidi oporteat. Latus quidem .*ba*. emictatur extra trigonum in puncto .*d*.; et sit .*ad*. equalis medietati lateris .*ba*.; et linearum quidem .*ba*. et .*ad*. summatur media proportionalis .*ae*., hoc est quod sit sicut .*ba*. ad .*ea*., ita .*ea*. ad .*ad*.; et per punctum .*e*. basi .*bg*. equidistans ducatur recta .*ez*. Dico siquidem, trigonum .*abg*. diuisum esse in duas equas partes á linea .*ez*., quarum una est trigonum .*aez*., alterum est quadrilaterum .*ebgz*.; quod sic probatur: trigona .*aez*. et .*abg*. sibi inuicem sunt similia, cum anguli .*aez*. et .*aze*. duobus angulis .*abg*. et .*agb*. sint equales, exteriores uidelicet interioribus; et angulus .*bag*. est comunis utrique. Similia uero trigona ad se inuicem in dupla proportione sunt homologorum laterum, idest similium; quare est sicut .*ba*. ad .*ad*., ita trigonum .*abg*. ad trigonum .*aez*.: est enim .*ba*. ex .*ad*. dupla; quare trigonum .*abg*. trigoni .*aez*. est duplum: ergo medietas trigoni .*abg*. est trigonum .*aez*., vel aliter; quoniam quando tres recte sunt proportionales in proportione continua, est sicut prima ad tertiam, ita spatium, quod á prima ei, quod est a secunda simile, et similiter descriptum. Vnde, ut dictum est, sicut .*ba*. prima est ad .*ad*. tertiam, ita quod ab .*ab*. ei quod ab .*ae*. duplum, id est quod ab .*ab*. ei quod ab .*ae*.; duplum ergo est trigonum .*abg*. trigono .*aez*., ut | predixi. Aliter quia est sicut .*ba*. ad .*ae*., ita .*ae*. ad .*ad*., erit factum ex .*ba*. in .*ad*. equale ei quod á recta .*ae*. tetragonum: quare tetragonum recte .*ab*. duplum est tetragono, quod á recta .*ae*.; et quia equidistans est .*bg*. ex .*ez*., proportionaliter est sicut .*ba*. ad .*ae*., ita .*ga*. ad .*az*.; quare est sicut tetragonum, quod á recta .*ba*. ad tetragonum, quod a recta .*ae*., ita tetragonum, quod á recta .*ga*. ei quod á recta .*az*.; duplum est tetragonum recte .*ba*. tetragono recte .*ae*. Quare duplum erit tetragonum recte .*ga*. eius quod est á recta .*az*.; quare factum ex .*ba*. in .*ag*. duplum est facto ex .*ea*. in .*az*.; quare trigonum .*abg*. duplum est trigono .*aez*. Quod si secundum numerum facere uis, sit latus .*ab*. 10.; latus quoque .*ag*. 12.; latus uero .*bg*. 14.: multiplicabo quidem .*ab*. in dimidium sui, scilicet .10., per .5., erunt .50., quorum radix est .*ae*.: et ducam rursus .*ga*. in dimidium sui, et habebuntur 72; quorum radix est linea .*az*.: et protraham lineam .*ez*., et erit trigonum .*aez*. medietas trigoni .*abg*., cum sint circa unum angulum; et fiat multiplicatio .*ea*. in .*az*. medietas ex .*ba*. in .*ag*.: multiplicatio quidem ex .*ea*. in .*az*., scilicet ex radice de .50., in radicem de .72., facit radicem de .3600., scilicet .60,, que sunt dimidium ex .*ba*. in .*ag*., scilicet de .120.: et si uis habere notitiam recte .*ez*., multiplicabis .*bg*. in dimidium sui, et uenient .98. pro quadrato linee .*ez*.; et sic studeas facere in similibus.

Incipit de diuisione trigonorum in tres partes.

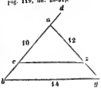
Si trigonum .*abg*. in tres equas partes diuidere uis super unum ex lateribus suis,

* vel aliter .... trigono .aez., ut » (fol. 72 recto, lin. 32-35, e margine inferiore; pag. 119, lin. 20-24).

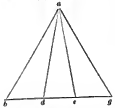


fol. 73 verso.

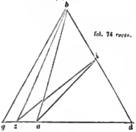
* .ba. in .ad. .... quod est á recta » (fol. 73 verso, lin. 2-7 e 8; pag. 119, lin. 25-31).



« Si trigonum .... si uero .gz. non » (fol. 73 verso, lin. 20-27; pag. 119, lin. 43 — pag. 120, lin. 5).

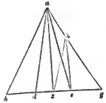


« pars totius trigoni .... equale trigono » (fol. 73 verso, lin. 33-35, e margine inferiore; pag. 120, lin. 11-14).

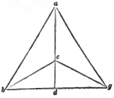


fol. 74 recto.

« sectiones .bd. .... .izg. quod sic » (fol. 74 recto, lin. 4 e 5-11; pag. 120, lin. 17-24).



« oportebat inter .... dupla ex .cd. » (fol. 74 recto, lin. 19-25; pag. 120, lin. 30-36).



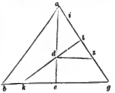
ut dicamus super latus *.bg.*, ipsum *.bg.* in tres partes equas diuide, que sunt *.bd. de. .eg.*; et copulentur recte *.ad.* et *.ae.* Dico quidem trigonum *.abg.* diuisum esse in tres partes equales, que sunt trigona *.abd.* et *.ade.* et *.aeg.*: sunt enim super equas bases, et sub altitudine una; quare sibi inuicem equalia esse necesse est. Et si super datum punctum *.z.* ex trigono *.bgd.* tertiam partem uoluero, copulabo *.bz.*; et si *.gz.* fuerit tertia pars ex *.gd.*, utique trigonum *.bgz.* erit tertia pars trigonj *.bgd.*; si uero *.gz.* non fuerit tertia pars ex *.gd.*, erit tunc plus uel minus. Esto primum minus; quare accipiam ex *.gd.* tertiam partem, que sit *.ga.*; et copulabo rectam *.ai.* equidistans *.zb.*; et copulabo, rectam *.iz.*, que aufert á trigono *.bgd.* quadrilaterum *.ibgz.*; quod demonstrabo tertiam esse ex toto trigono *.bgd.*; uerbi gratia: quia recta *.ga.* est tertia pars totius *.gd.*, erit trigonum *.bga.* tertia pars totius trigoni *.bgd.* Et quia trigona *.bza.* et *.bzi.* sunt inter equidistantes *.bz.* et *.ai.*; et super eandem basim *.bz.* equalia sibi inuicem sunt, comuniter addatur trigonum *.bgz.*, erit quadrilaterum *.ibgz.* equale trigono | *.bga.*, tertia ergo pars est quadrilaterum *.ibgz.* trigoni *.bgd.*: residuum uero, scilicet trigonum *.izb.*, diuidetur in duas partes equales per qualem uolueris ex modis supradictis. Rursus adiaceat trigonum *.abg.* in tres equas partes diuisum, que sint trigona *.abd.* et *.ade.* et *.aeg.*; quare sectiones *.bd. de. eg.* sibi inuicem sunt equales; in superiori quidem figura posuimus punctum *.z.* inter *.bd.*; quod idem esset si posuissemus ipsum inter *.eg.*, cum eodem modo esset operandum. Nunc uero ponamus punctum *.z.* inter *.de.* super latus *.bg.*; á quo uolumus lineam producere abscidentem tertiam partem trianguli *.abg.*: primum quidem copuletur *.az.*; et per punctum *.d.*, uel per punctum *.e.* equidistans trahatur lineę *.az.*, que sit linea *.ei.*; et copuletur *.zi.* Dico quidem, quod recta *.zi.* abscidit á trigono *.abg.* tertiam partem, que est trigonum *.izg.*; quod sic probatur: quia trigona *.azi.* et *.aze.* inter duas equidistantes sunt; et super eandem basim sibi inuicem sunt equalia; comuniter si addatur trigonum *.ade.*, erit trapezion *.adzi.* equale triangulo *.ade.* Sed triangulus *.ade.* est tertia pars trigoni *.abg.*; quare et quadrilaterum *.adzi.* est similiter tertia pars trigonj *.abg.*; est et trigonum *.abd.* alia tertia pars trigonj *.abg.*; remanet pro reliqua tertia parte trigonum *.izg.*, quod abscisum est á trigono *.abg.* per rectam *.iz.*; quod oportebat facere. Adiaceat iterum trigonum *.abg.*, quod oporteat inter tres consortes diuidere; quorum unus quisque uelit in sua portione habere unum ex lateribus triangulj *.abg.* Latus quidem *.bg.* diuidam in duo equa super punctum *.d.*; et copulabo rectam *.ad.*, et componam *.dc.* tertiam partem linee *.ad.*; et copulabo rectas *.bc.* et *.cg.* Dico quidem, trigonum *.abg.* diuisum esse in tres equas partes, quarum unaqueque est super unum ex lateribus trianguli *.abg.*; que partes sunt trigona *.abc.* et *.acg.* et *.bcg.*; quod sic probatur: quia recta *.dc.* est tertia pars recte *.da.* Erit *.ac.* dupla ex *.cd.*; quare trigonum *.abc.* est duplum trigoni *.bcd.*; propter eadem ergo et trigonum *.acg.* duplum est trigonj *.gcd.* Rursus quia equalis est recta *.bd.* recte *.dg.* equalia sunt trigona *.cbd.* et *.cdg.* sibi inuicem; quare totum *.cbg.* trigonum duplum est uniuscuiusque trigonorum *.cbd.* et *.cdg.*; et que eidem sunt dupla, sibi inuicem sunt equalia; quare trigona *.acb.* et *.acg.* et *.bcg.* sibi inuicem sunt equalia. Diuisum est ergo trigonum *.abg.* etc.

Demonstratio qualiter á trigono abscidatur pars data per lineam protractam per punctum datum infra triangulum.

Adiaceat siquidem trigonum *.abg.*, et in ipso datus sit punctus fortuitu *.d.*, per quem transire uolo rectam abscindentem datam partem, ut dicamus tertiam á triangulo *.abg.*: protraham quidem per punctum *.d.* lineam *.ae.*, et considerabo utrum sectio *.be.* uel *.eg.* | sit tertia pars lateris *.bg.*; quia si *.be.* est tertia pars ex recta *.bg.*, tunc trigonum *.abe.* erit tertia pars trigoni *.abg.* Si autem neutra eorum est tertia pars lateris *.bg.*, considerado que dixi super unam quamque linearum egredientium á reliquis angulis: et uenientium super reliqua latera per punctum *.d.*: quod si non inuenero aliquam ex sectionibus laterum esse tertiam sui lateris, protraham á puncto *.d.* lineam *.dz.* equidistantem lineę *.ge.*, et ponam superficiem *.dz.* in *.zi.* equalem tertię parti superficiei *.ag.* in *.bg.*, et aplicabo linee *.gi.* superficiem equiangulam, cui deficiat figura tetragona equalem superficiei *.gz.* in *.zi.*, que sit superficies *.it.* in *.tg.*; et copulabo rectam *.td.*, et perducam eam in *.k.* Dico quidem quod á triangulo *.abg.* abscisa est tertia pars, scilicet triangulum *.tkg.* á linea *.tk.* transeunte per punctum *.d.*; quod sic probatur: quia factum ex *.gi.* in *.gz.* equatur facto ex *.it.* in *.tg.*, erit sicut *.gi.* ad *.it.*, ita *.tg.* ad *.gz.*: permutatim ergo est sicut *.ig.* ad *.gt.*, ita *.gt.* ad *.zt.* Sed sicut *.gt.* ad *.zt.*, ita *.kg.* ad *.dz.*; ergo sicut *.kg.* ad *.dz.*, ita *.gi.* ad *.tg*; quare factum ex *.tg.* in *.gk.* equale est facto ex *.dz.* in *.zi.* Sed factum ex *.dz.* in *.gi.* est tertia pars facti ex *.ag.* in *.gb.*; quare et superficies. *tg.* in *.gk.* est tertia pars superficiei *.ag.* in *.gb.*; quare trigonum *.tkg.* est tertia pars trigoni *.agb.*, ut dictum est.

fol. 74 verso.

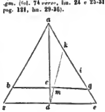
« equatur facto . . . . quare trigonum » (fol. 74 verso, lin. 12-16 e 17; pag. 121, lin. 16-21).



Demonstratio qualiter abscidatur pars data á dato triangulo per lineam egredientem á puncto dato extra triangulum.

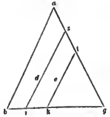
Esto trigonum *.abg.*, et extra ipsum datus sit punctus *.d.*; oportet ut á triangulo *.abg.* abscidatur pars data, ut dicamus tertiam per lineam egredientem á puncto *.d.*; copulabo primum rectam *.ad.* secantem latus *.bg.* super punctum *.e.*; et si *.be.* uel *.eg.* est tertia pars linee *.bg.*, nimirum abscisa est tertia pars trigonj *.abg.* per lineam *.ad.* ascendentem á puncto *.d.*: quod si ita non est, protraham latera *.ab.* et *.ag.* extra triangulum *.abg.* in punctis *.ez.*, et per punctum *.d.* lateri *.bg.* equidistantem protraham lineam *.ez.*, et ponam superficiem *.de.* in *.gi.* equalem tertie parti superficiei *.ag.* in *.gb.*, et applicabo recte *.gi.* paralilogramum, cui superhabundet figura tetragona equale ei quod fit ex *.eg.* in *.gi.*: sitque superficies *.ik.* in *.kg.*; et per punctum *.k.* ducam rectam *.kmd.* Dico, triangulum *.kmg.* esse tertiam ex triangulo *.abg.*; quod sic probatur: quoniam equalis est superficies *.eg.* in *.gi.* superficiei *.gk.* in *.ki.*, est sicut *.eg.* ad *.gk.*, ita *.ki.* ad *.ig.*: coniunctim ergo est sicut *.ek.* ad *.gk.*, ita *.gk.* ad *.ki.* Sed sicut *.ek.* ad *.kg.*, ita *.de.* ad *.gm.*; ergo est sicut *.ed.* ad *.gm.*, ita *.gk.* ad *.gi.*: superficies ergo *.gk.* in *.gm.* equalis est superficiei *.de.* in *.gi.* Sed superficies *.de.* in *.gi.* est tertia pars superficiei *.ag.* in *.gb.*; quare et superficies *.gk.* in *.gm.* est tertia pars superficiei *.ag.* in *.gb.*: et quia est sicut superficies *.kg.* in *.gm.* ad superficiem *.ag.* in *.gb.*, ita trigonum *.kgm.* ad trigonum *.agb.*: est ergo | trigonum *.kgm.* tertia pars trigoni *.abg.*, ut predixi. Similiter eodemque modo possemus abscidere á quolibet triangulo partem quamlibet datam per lineam egredientem á puncto dato inprotractu lateris ipsius extra ipsum, uel infra protractionem duorum laterum continentium ex la-

« equidistantem protraham .... .ed. ad .gm. (fol. 74 verso, lin. 24 e 25-31; pag. 121, lin. 29-36).

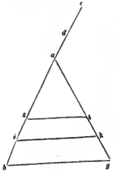


fol. 75 recto.

« egrediam[tem » ... puncta data » (fol. 75 recto, lin. 2 e 8-11, pag. 121, lin. 42 — pag. 122, lin. 1-7).

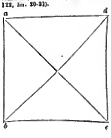


« parti[s ipsius .... inuicem similia » (fol. 75 recto, lin. 13, 14-25 ; pag. 122, lin. 9-20).



fol. 75 verso.

« quoque sunt .... paralilogramorum ; omnes » (fol. 75 verso, lin. 1-8; pag. 122, lin. 20-31).



teribus trigonj. Rvasvs si infra trigonum *.abg.* duo puncta data fuerint *.de.*; et uolumus triangulum *.abg.* in tres equas partes diuidere per rectas transeuntes per puncta *.de.*, abscidemus primum á trigono *.abg.* triangulum *.zig.* per lineam *.zi.* transeuntem per punctum *.d.* continentem duas tertias trigonj *.abg.*, remanebit quadrilaterum *.zabi.* pro tertia parte trianguli *.abg.* : de inde triangulum *.izg.* diuidemus in duo media á linea *.tk.* transeunte per punctum *.e.*; et erit una portio earum quadrilaterum *.tzik.*, et alia erit trigonum *.tkg.*: eodemque modo procedas, si puncta data fuerint extra triangulum. Et si triangulum *.abg.* per equidistantes rectas basi *.bg.* diuidere uolumus, protraham latus *.ba.* secundum quantitatem tertię partis ipsius in puncto *.d.*; et iaceat in directo ipsius recta *.de.* equalis recte *.da.*, et erit tota *.ae.* quantitas duarum tertiarum lineę *.ba.*: et ponam lineam *.az.* mediam inter *.ba.* et *.ad.*: rursus inter *.ba.* et *.ae.* in proportione media ponam rectam *.ai.*; et per puncta *.zi.* protraham rectas *.zt. ik.* equidistantes basi *.bg.* Dico, trigonum *.abg.* diuisum esse in tres partes equales, quarum una est trigonum *.azt.*, altera quadrilaterum *.zikt.*, tertia erit quadrilaterum *.ibgk.*; quod sic probatur: quia est sicut *.ba.* ad *.az.*, ita *.az.* ad *.ad.*; erit sicut *.ba.* ad *.ad.*, ita trigonum *.abg.* ad trigonum *.azt.*, cum ipsa trigona sibi inuicem sint similia: est enim *.ba.* ex *.ad.* tripla; quare et trigonum *.abg.* triplum est trigoni *.azt.*. Ergo trigonum *.azt.* tertia pars est trigoni *.abg.* Rursus quia est sicut *.ba.* ad *.ia.*, ita *.ai.* ad *.ae.* erit sicut *.ba.* ad *.ae.*, ita trigonum, quod ab *.ea.* ei quod ab *.ai.* simile; et similiter descricta sunt enim trigona *.aik.* et *.abg.* sibi inuicem similia super latera *.ai.* et *.ab.* descripta; quare est sicut *.ea.* ad *.ab.*, hoc est sicut *.2.* est ad *3.*, ita trigonum *.aik.* est ad trigonum *.abg.*: due ergo tertie trigoni *.abg.* est trigonum *.aik.*; de quo si auferatur trigonum *.azt.*, quod est tertia pars trigoni *.abg.*, remanebit quadrilaterum *.zikt.* tertia pars trigonj *.abg.* : residuum uero simile quadrilaterum *.ibgk.* erit alia tertia pars: diuisum est ergo trigonum *.abg.* in tres partes equales; quod oportebat facere. Et sic per demonstratos modos omnia genera trigonorum possunt diuidi in quatuor partes uel plures. Vnde ad diuisionem quadrilaterum ueniamus.

Incipit de diuisione quadrilaterorum.

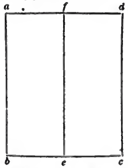
GENERA quidem quadrilaterorum sunt tria, paralilogramina uidelicet, et caput ascisa: atque diuersilatera: paralilogramina | quoque sunt, quorum latera et anguli oppositi sibi inuicem equantur: quorum speties sunt quatuor : in prima quarum sunt tetragona, que omnia latera equalia et angulos rectos habent; in secunda uero sunt parte altera longiora, que tantum duo latera habent sibi inuicem opposita equalia, et omnes angulos rectos habent: in tertia quoque sunt rumbi, qui ex quatuor lateribus equalibus constant, sed angulos habent inequales. In quarta sunt rumboides, quorum tantum duo latera sibi inuicem opposita, nec non et angulos oppositos equales habent : et quia unus est modus diuidendj has quatuor speties paralilogramorum; omnes figuras eorum sub eisdem notulis terminare disposui, ut que in una earum dixerimus, idem in reliquis de eo esse uideatur. Adiaceat quidem tetragonum: et parte altera longius: rumbus: et rumboides *.abcd.*, quorum unumquodque in duo equa diuidi oporteat; quoniam paralilogramina sunt quadrilatera *.abcd.*, dyametri ipsorum ipsos per equalia secant; quare si protraxerimus dyametrum *.ac.*, uel *.bd.*, ut in prima cernitur figura, erunt utique in duas equales partes ab unoquoque dyametrorum ipsorum diuisa. Verbi

gratia : si protraxerimus dyametrum .*ac*., erit itaque trigonum .*abc*. equale trigono .*acd*.; quia latus .*ad*. equale est lateri .*bc*., et latus .*ab*. equale est lateri .*dc*.: basis quoque .*ac*. est utrique triangulo comunis. Et si super aliquod laterum diuisionem incipere uis, ipsum latus in duo equa secabis, et per punctum sectionis super latus sibi oppositum reliquis lateribus rectam equidistantem protrahe, ut in secunda patet figura, in qua super dimidium lateris .*bc*. signatus est punctus .*e*., et ab ipso protracta est recta .*ef*. equidistans rectis .*ba*. et .*cd*.; et sic totum quadrilaterum .*ac*. diuisum est in duo equa paralilogramina, que sunt .*ae*. et .*fc*. : sunt enim super equas bases .*be*. et .*ec*., et in eisdem equidistantibus .*ad*. et .*bc*. Similiter si protraxerimus lineam .*gk*. equidistantem rectis .*ad*. et .*bc*., et diuidentem latera super dimidium laterum .*ab*. *cd*., erit utique diuisum unumquoque suprascriptorum paralilograminorum in duo equa á linea .*gk*., ut in tertia figura ostenditur: sunt enim paralilogramina .*gd*. et .*bk*. sibi inuicem equalia, cum sint super equas bases .*cg*. *gb*. eisdem equidistantibus .*cd*. et .*ab*. Et si super aliquod laterum punctus datus fuerit, ut in quarta figura, in qua datus est punctus .*h*. cadens inter puncta .*be*., signabis in oppositum eius punctum .*i*. cadens inter .*fd*.; et iaceat .*fi*. equalis recte .*eh*., et copuletur recta .*hi*. Dico quidem, diuisum esse unumquodque quatuor quadrilaterorum in duo equa á linea .*ih*.; quod sic probatur: quoniam in equidistantibus .*ad*. et .*bc*. recte incidunt | .*fe*. et .*ih*., erit angulus .*ifk*. angulo .*keh*. equalis, nec non et angulus .*fik*. angulo .*khe*., et anguli qui ad .*k*. sibi inuicem sunt equales, et basis .*fi*. basi .*eh*. est equalis : equale ergo est trigonum .*fki*. trigono .*khe*.: comuniter si adiungatur penthagonum .*kfabh*., erit quadrilaterum .*iabh*. equale quadrilatero .*abef*., quod est medietas totius quadrilateri .*ac*. Vel aliter quia paralilogramina sunt .*ae*. et .*fc*. et .*ic*. in eisdem equidistantibus .*ad*. et .*bc*. habent latera sibi opposita equalia; quare equale est latus .*af*. lateri .*be*. et .*fd*. ex .*ec*. Sed .*fd*. est dimidium ex .*ad*.; quare .*fd*. equale est recte .*af*.; ergo et .*af*. equalis est recte .*ec*., et .*fi*. equalis est recte .*he*.: tota ergo .*ai*. toti .*ch*. est equalis, et recta .*di*. recte .*bh*. est equalis, et latus .*hi*. est comune: totum ergo quadrilaterum .*iabh*. quadrilatero .*ihcd*., ut diximus, est equale. Similiter si datus punctus caderet inter .*ec*.; quantum distaret ab .*e*. uersus .*c*., tantum acciperes ex recta .*fa*.; incipiendo ab .*f*.; et sic secundum hoc potes diuidere omnia paralilogramina á dato puncto super quodlibet laterum.

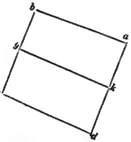
Et si paralilogramum aliquod in duo equa per lineam protractam á puncto dato infra ipsum secare desideras, ut paralilogramum .*ag*., infra quod datus sit punctus .*c*., per quem uolumus lineam transire diuidentem paralilogramum .*ag*. in duo equa super dimidium dyametrj .*bd*.; ponas punctum .*f*., et copulabis .*cf*., et protrahes eam in utramque partem in puncta .*ez*. Dico, diuisum esse paralilogramum .*ag*. in duas equas sectiones, quarum una est quadrilaterum .*eabz*., et alia quadrilaterum .*edgz*.; quod sic probatur: quoniam in equidistantibus .*ad*. et .*bg*. due recte .*ez*. et .*db*. incidunt, erit angulus .*fde*. equalis angulo .*fbz*., et angulus .*fed*. angulo .*fzb*., nec non et anguli qui ad .*f*. sibi inuicem sunt equales; equiangula ergo sunt trigona .*fed*. et .*fbz*.: et quoniam equalis est recta .*fb*. recte .*fd*., equalis erit et recta .*de*. recte .*bz*., et trigonum .*dfe*. trigono .*bfz*. erit equale; comune accipiatur quadrilaterum .*dfzg*., erit quadrilaterum .*ezgd*. equale trigono .*bgd*.; sed trigonum .*bgd*. est medietas paralilogramj .*ag*.;

f. 76 r.

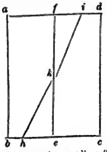
« dixerimus, idem .... .*ab*. equale » (fol. 75 *verso*, lin. 10-17 ; pag. 122, lin. 38 — pag. 123, lin. 1 e 2).



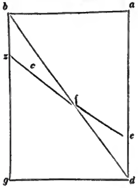
« paralilogramina .... super equas » (fol. 25 *verso*, lin. 24-29 ; pag. 123 , lin. 8-13).



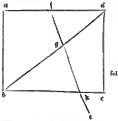
« punctus datus . . . . recte incidunt » (fol. 75 *verso*, lin. 31-35 e margine laterale esterno; pag. 123, lin. 14-18).



« Et si .... quoniam equalis » (fol. 76 *recto*, lin. 15-24; pag. 123, lin. 32-41).

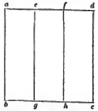


« dato extra .... punctus .e. » (fol. 76 recto, lin. ultima e margine inferiore; pag. 124, lin. 6 e 7).



quare quadrilaterum .ezgd. est medietas paralilogramj .ag., ut predixi: hoc eodem modo diuiduntur omnia paralilogramina erecta protracta á puncto dato super unum ex lateribus ipsius: uerbi gratia; ut si datus punctus esset .e., diuideret quidem rectam .db. in duo equa super punctum .f.; et per ipsum punctum protraheretur linea .ez., que diuideret paralilogramum .ag. in duo equa, ut probatum est. Et si paralilogramum aliquod in duo equa secare uis per lineam egredientem a puncto dato extra fol. 76 v. ipsum, ut paralilogramum .ac., extra quod datus sit punctus .e.,| protraham rursus dyametrum .bd., et diuidam ipsum super punctum .g., et copulabo rectam .eg., et protraham eam in puncto .f.: diuisum est paralilogramum .ac. in duo equa per lineam egredientem á puncto dato .e.; quod probatur per suprascriptam figuram; et est una medietatum ipsius quadrilaterum .fabk., et alia est quadrilaterum .fkcd., ut in ipsa figura patet.

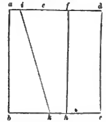
« sunt que . . . et unum quodque » (fol. 76 verso, lin. 8-15; pag. 124, lin. 15-23).



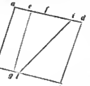
Incipit de diuisione paralilogramorum in plures partes.

Adiaceant quidem suprascripte quatuor speties paralilogramorum .abcd.; et uolumus aliquod ipsorum in tres equales partes diuidere super duo data latera eius, que sint ad. et .bc.; diuidamque latus .ad. in tres equales partes, que sint .ae. ef. fd., et per puncta .ef. protraham rectas .eg. fh. equidistantes lateribus .ab. et .dc. Dico quod quale uis ex suprascriptis quatuor paralilogramis diuisum esse in tres equas sectiones á rectis .eg. et .fh.; quod sic probatur. Quoniam equidistantes sunt recte .ad. et .bc., et cum eis copulate sunt recte equidistantes .ab. et .eg. et .fh. et .dc., erunt inter se equales; quare paralilogramina sunt quadrilatera .ag. .eh. fc., et habent bases equales sibi inuicem, que sunt .bg. et .gh. et .hc.: est enim quelibet earum tertia pars lateris .bc.; quare et unum quodque ipsorum paralilogramorum tertia pars est totius .ac. paralilogramj, ut in prima patet figura. Et si super aliquem punctum datum super uno laterum rectam protrahere uis, que abscidat á paralilogramo dato tertiam partem; et datum punctum ponamus esse super latus .ad.; diuiso quidem primo latere .ad. super puncta .ef. ordine supradicto, uidelicet quod quelibet sectionum .ag. eh. fe. sit tertia pars totius .ad., et datus punctus fuerit .e.; protraham rectam .eg., et erit á paralilogramo .ac. abscisum paralilogramum .ag. á linea protracta á puncto .e., quod est tertia pars ipsius. Similiter si punctus datus fuerit .f., erit paralilogramum .fc. tertia pars paralilogramj .ac.: si punctus datus non fuerit super .e., aut super .f., erit itaque inter .a.e., aut inter .e.f., aut inter .fd.: sit primum inter .a.e. punctus datus .i.; et uolo á paralilogramo .ac. auferre tertiam partem eius á linea protracta á puncto .i.; signabo primum punctum .f. super tertiam partem lateris .ad., et ab ipso puncto .f. protraham .fk. equidistantem lateribus .ab. et .dc.; et sic erit paralilogramum .fc. tertia pars ex paralilogramo .ac.; quare paralilogramum .ah. duplum est paralilogrami .fc.: unde oportet ipsum paralilogramum .ha. diuidere in duo equa per lineam protractam á puncto .i.; unde quantum distat .i. ab .a., tautum distare faciam .k. ab .h.: et copulabo .ik., et erit quadrilaterum .iabk. medietas paralilogrami .ah.: secta est ergo tertia pars paralilogrami .ac. per rectam .ik., et est diuisum inter equas partes, que sunt quadrilatera .iabk. et .ikhf., et paralilogramum .fc., ut in secunda patet figura. Et si datus punctus .i. fuerit inter .fd., operabitur | idem in aduersam partem, uidelicet á paralilogramo .ac. abscidam paralilogramum .ag., quod sit tertia eius; deinde paralilogramum

« abscisum paralilogramum .... est paralilogrami » (fol. 76 verso, lin. 22-29 e 30; pag. 124, lin. 29-36)



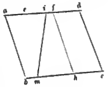
« .fc., ut in .... operabitur » (fol. 76 verso, lin. ultima, e margine inferiore; pag. 124, lin. 41 e 42).



fol. 77 recto.

.ec. diuidam in duo equa per lineam protractam á puncto .i., que sit linea .il., que abscidit á paralilogramo .ac. tertiam partem eius, scilicet quadrilaterum .ilcd., ut in tertia patet figura. Et si punctus .i. erit inter .ef., abscidam á paralilogramo .ac. paralilogramum .fc., et residuum diuidam in duo equa per lineam protractam á puncto .i., que sit recta .im.; et abscidatur per lineam .im. quadrilaterum .iabm. á paralilogramo .ac., quod est tertia pars eius; relique due partes erunt quadrilaterum .imhf., et paralilogramum .fc., ut in quarta figura, scilicet in rumboide .abcd., demonstratur. Eodem modo potest omnem paralilogramum diuidi in quatuor uel plures partes equales. Verbi gratia: si uis paralilogramum aliquod diuidere in quatuor partes equales, diuide primo ipsum in duo equa: aut per dyametrum ipsius: aut per rectam equidistantem duobus lateribus eius; deinde unamquamque ipsarum duarum portionum in duo equa secabis; et erit totum paralilogramum in .IIII.^{or} partes diuisum.

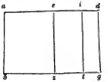
« et residuum .... plures partes » (fol. 77 recto, lin. 5, 6-10; pag. 125, lin. 4-8).



De diuisione paralilogramorum in partes inequales.

Esto paralilogramum .abgd., quod in equaliter inter tres consortes diuidere uolumus, ita quod primus habeat medietatem, secundus tertiam, tertius sextam. Diuidam primum paralilogramum .ag. in duo paralilogramina equalia, que sunt .az. et .eg.; deinde ab uno ipsorum secabo tertiam partem, que sit paralilogramum .i.g., hoc est quod recta .id. sit tertia pars ex .ed. Dico, paralilogramum .ag. diuisum esse in tres portiones predictas, quarum medietas est paralilogramum .az., et eius sexta est paralilogramum .ig., et reliquum, scilicet paralilogramum .et., est tertia pars totius .ag. Quoniam .id. est tertia ex .ed., erit .id. sexta pars ex tota .ad.; quare paralilogramum .ig. sextam partem esse dico ex toto paralilogramo .ag.: possumus quidem qualemcumque partem uolumus accipere ex predictis á linea producta á puncto dato extra, uel intus, uel super unum ex lateribus paralilogramj per ea que dicta sunt.

« secabo tertiam .... qualemcumque partem » (fol. 77 recto, lin. 19-24; pag. 125, lin. 16-21).

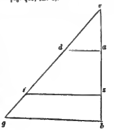


Incipit de diuisione quatuor figurarum caput abscisarum, que duo tantum latera habent equidistantia.

Caput abscisarum species sunt quatuor, prima quarum dicitur semicaput abscisa, altera eque caput abscisa, tertia diuerse caput abscisa, quarta caput abscisa declinans; et quia omnium harum diuidendj modus est unus, ipsas omnes per ordinem ponere disposui eisdem litteris, siue notulis denotatis; ut que dicta super aliquam ipsarum inueniantur, super unam quamque reliquarum esse dicta cognoscas. Adiaceant ergo .IIII.^{or} species caput abscisarum .abgd. habentia latera .ad. et .bg. equidistantia; et uolumus quamlibet ipsarum diuidere per rectam equidistantem basibus earum, que sunt recte .bg.: et quia ex equidistantibus .ad. et .bg. minor est .ad. quam .bg., | si protraxerimus rectas .ba. et .gd., in partes .ad. concurrent: concurrant enim ad punctum .e.; et sit quadratus recte .ze. medietas quadratorum rectarum .eb. et .ae.; et per punctum .z. protraham .zi. rectam equidistantem basi .bg. Dico, trapeziem .abgd. in duo equa diuisum esse á linea .zi. equidistante recte .bg.; quod sic probatur. Quoniam quadrata linearum .eb. et .ae. dupla sunt quadrato lineę .ez. Dupla erunt et trigona .ebg. et .ead. trigono .ezi., cum sint sibi inuicem similia. Sed si de trigono .ebg. reliuquamus trigono .ezi., qui est equalis sibi idem, remanebunt quadrilaterum .zbgi., et trigonum .ead. equalia trigono .ezi.: comuniter si auferatur trigonum .ead., remanebit quadrilaterum .zg. equale quadrilatero .ai.: diuisum est ergo quadrilaterum .abgd. in duo equa á linea .zi.; quod oportebat facere. Quod etiam ostendamus cum

fol. 77 verso.

« dupla sunt .... ad .12., ita » (fol. 77 verso, lin. 6-15; pag. 125, lin. 39 — pag. 126, lin. 3).



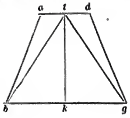
numeris: sit latus *.ab.* 12., et *.bg.* 12, et *.ad.* sit .3; latus quoque *.gd.* 15 perticas contineat: et quia in trigono *.ebg.* protracta est protracta est (*sic*) recta *.da.* equidistans basi *.bg.*, erit sicut *.ad.* ad *.bg.*, hoc est sicut .3 est ad .12., ita *.ea.* ad *.eb.*; quare erit sicut .3. ad .9., ita *.ea.* ad *.ab.*; ergo *.ea.* est .4., scilicet tertia pars ex *.ab.*; tota ergo *.eb.* est .16.: additis ergo quadratis linearum *.eb.* et *.ea.* in unum, scilicet 256. et .16.; erunt .272.; quorum medietas, scilicet 136., est quadratum lineę *.ez.*; et quia est sicut *.ez.* ad *.eb.*, ita *.zi.* ad *.bg.*; erit itaque sicut quadratum linee *.ez.* ad quadratum lineę *.eb.*, hoc est sicut 136 est ad 256, quorum proportio in minimis est sicut .17 ad 32., ita quadratum linee *.zi.* ad quadratum lineę *.bg.*: quare si multiplicauerimus .17 per 144, et diuiserimus per .32., uenient $\frac{1}{2}$ 76. pro quadrato linee *.zi.*: et quia orthogonium est trigonum *.ebg.*, orthogonium erit et trigonum *.ezi.*, nec non et trigonum *.ead.*: quare si multiplicauerimus dimidium ex *.ez.* in *.zi.*, habebimus utique embadum trianguli *.ezi.*, quod est .51., quod prouenit ex radice multiplicationis quartę partis de .136. in quadratum linee *.zi.*, hoc est in $\frac{1}{2}$ 76; que multiplicatio est radix de 2601.; de quo embado si astulerimus trigonum *.ead.*, quod est .6., remanebunt .45. pro embado quadrilaterj *.azid.*; que .45 sunt dimidium totius quadrilaterj semicaputascisi *.abgd.*: quia si multiplicauerimus dimidium ex *.ab.* in coniunctum ex *.ad.* et *.bg.*, scilicet .6 per .15., utique duplum de .45, scilicet .90 prouenient: quare probatur, quadrilaterum *.ai.* dimidium esse ex toto quadrilatero *.abgd.*: vel aliter extracta *.ez.* ex *eb.*, scilicet radice de .136 de .16. pro linea *.zb.*, remanebunt .16, minus radice de .136.; cuius dimidium, quod est .8., minus

fol. 78 *recto.* radice de 34., si multiplicauerimus per coniunctum | ex *.zi.* et *.bg.*, scilicet per 12, et radice de $\frac{1}{2}$ 76., habebimus similiter .45. pro embado quadrilateri *.zg.* Nam qualiter ipsa multiplicatio fieri debeat, ut habeatur modus multiplicandi binomia per recisa, ostendere procuramus. Pones primum nomina predictorum, ut in margine cernitur, et multiplicabis integra per integra, scilicet .12 per 8, erunt integra .96.; quibus adde multiplicationem de 8 per radicem de $\frac{1}{2}$ 76, prouenient .96, et vna radix facti ex multiplicatione de 64. in $\frac{1}{2}$ 76, scilicet de 4896.; de quibus extrahe multiplicationem de 12 in radicem de 34, scilicet unam radicem de 4896, remanebunt 96 tantum; de quibus extrahe multiplicationem radicis de 34. in radicem de $\frac{1}{2}$ 76, scilicet 51., remanebunt 45, ut predixi, pro embado quadrilateri *.zg.*

integra radix addita
12 $\frac{1}{2}$ 76
radix dim̃.
34 8

Et si super latus *.ad.* aliquod ex supradictis caput abscisis in duo equa diuidere uis, latera *.ad.* et *.bg.* equidistantia in duo equa diuidas super puncta *.t.k.*, et copulabis rectam *.tk.*, ut in secunda patet figura. Dico siquidem, quadrilaterum *.abgd.* diuisum esse in duo equa á linea *.tk.*; quod sic probatur.

« Copulabo rectas . . . . quadrilaterum *.abgd.* » (fol. 78 *recto*, lin. 15-21; pag. 126, lin. 35-40).



Copulabo rectas *.tb.* et *.tg.*, et erunt trigona *.tkb.* et *.tkg.* sibi inuicem equalia, cum sint sub una altitudine: et habeant bases equales. Rursus quia trigona *.bat.* et *.gtd.* sunt sub altitudine una, est sicut *.at.* ad *.td.*, ita trigonum *.bat.* ad trigonum *.gtd.*: est enim *.at.* equalis recte *.td.*; quare trigonum *.bat.* equale est trigono *.gtd.* Demonstratum est ergo et trigonum *.tkb.* equale trigono *.tkg.*; quare quadrilaterum *.ak.* equale est quadrilatero *.tg.* Diuisum est ergo quadrilaterum *.abgd.* in duo equa á linea *.tk.*; et est manifestum ex his que diximus, quod in omni quadrilatero habente duo latera equidistantia, si recta aliqua proportionaliter secauerit ipsa latera equidistantia, in eadem proportione secabit ipsam figuram. Fuit enim, ut diximus, sicut *.at.*

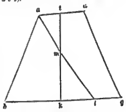
ad *.td.*, ita *.bk.* ad *.kg.*: quare fuit sicut *.at.* ad *.td.*, ita quadrilaterum *.ak.* ad quadrilaterum *.tg.* Et si quadrilaterum duorum laterum equidistantium in duo equa diuidere uis per lineam protractam á dato puncto super minus latus equidistantium, ut quadrilaterum *.abgd.*, quod diuisum est in duo equa á linea *.tk.*; et in ipso super latus *.ad.* datus sit punctus *.a.*, accipiam super latus *.kg.* rectam *.kl.* equalem recte *.ta.*; et erit *.bl.* dimidium laterum *.ab.* et *.bg.*, et copulabo rectam *.al.* Dico, quadrilaterum *.abgd.* diuisum esse in duo equa á linea *.al.* Quod sic probatur. Quoniam equidistans est recta *.at.* recte *.kl.*; et in eis incidit recta *.al.*, erunt anguli *.tam.* et *.mlk.* sibi inuicem equales; propter eadem ergo et angulus *.atm.* angulo *.mkl.* est | equalis, nec non et anguli qui ad *.m.* sibi inuicem equantur, cum sint á uertice; et basis *.at.* basi *.kl.* est equalis; quare trigonum *.amt.* equale est trigono *.lmk.*; quibus si addatur in comune quadrilaterum *.mabk.*, erit trigonum *.abl.* equale quadrilatero *.abkt.*; quod dimidium totius *.ag.*, ut in tertia patet figura. Simili quoque modo si datus punctus super latus *.ad.* fuerit *.d.*, accipiam equalem recte *.td.* rectam *.kn.*, et erit tota *.gn.* dimidium laterum *.ad.* et *.bg.*: et copulabo rectam *.dn.*, que diuidet quadrilaterum *.abgd.* in duo equa, ut in hac quarta figura cernitur: quod probabitur per ea que dicta sunt in precedenti figura. Et hoc quoque habetur, quod si punctus datus super lineam *.bg.* erit inter puncta *.n.l.*, casus linee diuidentis ipsam figuram cadet super latus *.ad.* Sed si punctus fuerit datus inter *.b.n.*, uel inter *.lg.*; qualiter linea ab ipso producatur diuidens totum quadrilaterum in duo equa demonstrabimus. Reiterato quidem quadrilatero *.abgd.* duorum laterum equidistantium; et in eo protracta recta *.dn.* diuidens quadrilaterum *.abgd.* in duo equa. Datus punctus super lineam *.bg.* sit *.b.*; copulabo quidem rectam *.db.*, et ponam ei equidistantem lineam *.nc.*, et copulabo rectam *.bc.* Dico, quadrilaterum *.abgd.* diuisum esse in duo equa á linea *.bc.*, que protracta est á puncto dato *.b.*; quod sic probatur: trigona quidem *.ncb.* et *.ncd.* sibi inuicem sunt equalia, cum sint inter equidistantes *.bd.* et *.nc.*, et super candem basim *.nc.*; quibus si addatur in comune trigonum *.cng.*, erit trigonum *.cgb.* equale trigono *.dgn.* Sed trigonum *.dgn.* est medietas quadrilateri *.abgd.*; quare trigonum *.cgb.* est medietas quadrilateri *.abgd.* Et sciendum, quod si punctus datus fuerit inter puncta *.bn.*; et super lineam *.bn.* linea protracta ab ipso dato puncto secabit lineam *.gd.* inter puncta *.cd.*; que sectio inuenietur si datus punctus inter *.bn.* copulabitur cum puncto *.d.*; et ipsi linee equidistans trahatur á puncto *.n.* Simili quoque modo operandum est, si punctus datus super lineam *.bg.* fuerit inter *.lg.* Verbi gratia: Adiaceat rursus quadrilaterum *.abgd.* diuisum in duo equa á linea *.al.*, et sit *.g.* punctus datus; copulabo supradicto ordine rectam *.ga.*, et ei protraham equidistantem rectam *.lf.*, et copulabo *.gf.*, que diuidet quadrilaterum *.abgd.* in duo equa, et egreditur á puncto dato *.g.* Quod probatur ordine et modo supradicto. Iam ostensum est quomodo in duo equa quadrilatera duorum equidistantium laterum diuidi debeant á linea protracta ab omni dato puncto super lineas equidistantes ipsius; nunc uero ostendamus quomodo diuidautur á linea egrediente á dato puncto super reliqua latera. |

fol. 78 v.°

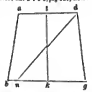
Adiaceat avsvs quadrilaterum *.abgd.* diuisum in duo equa á linea *.zi.* equidistante basi *.bg.*, et protrahatur etiam in eo linea *.gf.* inuencta in suprascripta figura, et sit punctus datus super lineam *.ab.* in quacumque uis parte ipsius; eritque inter *.bz.*,

fol. 78 verso.

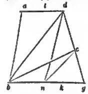
« recta *.at.* . . . . *.mkl.* est » (fol. 78 *recto*, lin. 34 e 35, e margine laterale esterno ed inferiore; pag. 127, lin. 8 e 9).



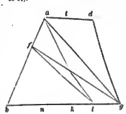
« et basis .... quadrilaterum » (fol. 78 *verso*, lin. 2-7 e 8; pag 127, lin. 10-16).



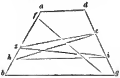
« inter *.lg.* .... á linea *.bc.* » (fol. 78 *verso*, lin. 12-17; pag. 127, lin. 19-28).



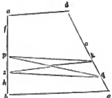
« puncta *.cd.* .... quomodo in duo » (fol. 78 *verso*, lin. 35-38; pag. 127, lin. 31-37).



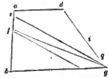
« .abgd. in duo .... copulabo lineam » (fol. 79 recto, lin. 6-10 e 11; pag. 128, lin. 2-6).



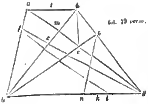
« copulabo rectam . . . . et equidistans erit » (fol. 39 recto, lin. 12-18 e 19; pag. 128, lin. 7-14).



« liquide patefiet ... dimidium quadrilateri » (fol. 79 recto, lin. 21-25 e 26; pag. 128, lin. 15-20).



« enim .bg. .... .e. equidistans » (fol. 79 recto, lin. 34, 35, e margine inferiore e laterale esterno; pag. 128, lin. 28-30).



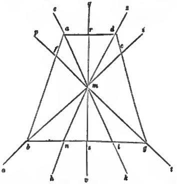
fol. 79 verso.

uel inter .zf., siue inter .fa., uel erit unus ex ipsis; unde si datus punctus fuerit .b., diuidetur utique quadrilaterum .abgd. in duo equa á linea .bc.: similiter si datus punctus fuerit .z., recta quidem .zi. dioidit quadrilaterum .abgd., ut dictum est. Et si .f. fuerit punctus datus, nimirum recta .fg. secabit quadrilaterum.abgd. in duo equa, ut ostensum est: et si .a. fuerit, secabitur á recta .al. in duo eque sucundum ea que premisimus. Sed sit datus punctus .h. inter .b.z. puncta, copulabo lineam .hi.; et per punctum .z. protraham rectam .ze. equidistantem recte .ih., et copulabo rectam .hc. Dico, quadrilaterum .abgd. sectum esse in duo eqoa á linea .hc. protracta á puncto .h.; quod sic probatur. Quoniam inter equidistantes .hi. et .zc., et super basim .hi. sunt trigona .hic. et .hiz., ipsa trigona sibi inuicem sunt equalia; quare si addiderimus unicuique eorum in comune quadrilaterum .igbh., erit quadrilaterum .cgbh. equale quadrilatero .izbg., quod est dimidium totius quadrilateri .abgd., ut ostensum est. Et si á puncto .p. posito inter .zf. rectá sit protrahenda, copulabitur recta .pi., et ei equidistans erit recta .zq.; et copulabitur recta .pq., que diuidit quadrilaterum .abgd. in duo equa; quod probatione non indiget, cum per ea que dicta sunt liquide patefiat: et si punctus datus fuerit inter .a. et .f., sit .r., copulabo rectam .rg., et ei equidistantem ponam rectam .fs., et copulabo rectam .rs., que diuidet quadrilaterum .abgd. in duo equa: verbi gratia: trigona .fsg. et .sfr. sibi inuicem equalia sunt; quibus addito in comone trigno .sbf., erit trigonum .rbs. equale trigono .fbg. Sed trigonum .fbg. est dimidium quadrilateri .abgd.; quare et trigonum .rbs. erit dimidium eiusdem quadrilateri. Simili quoque modo operandum est, si punctus datus fuerit super latus .dg.

Demonstrabo rursus alio modo qualiter quadrilatera duorum laterum equidistantium diuidi debeant ab angulis ipsius. Sit quadrilaterum .abgd. caputascisum, cuius .ad. et .bg. latera sint equidistantia, et minus eorum sit .ad.; et protraham in eo dyametros .ag. et .bd. sese inuicem secantes super punctum .m.; et quia latera .ad. et .bg. sunt equidistantia, similia erunt trigona .amd. et .bmg.: quare est sicut .bg. ad .ad., ita .bm. ad .md., et .gm. ad .ma.: maior enim .bg. quam .ad.; maior ergo et .bm. quam .md.,et .gm. quam .ma.: diuidantur ergo dyametri .ag. et .db. in duo equa super puncta .e.z, et per punctum .e. equidistans | dyametro .bd. trahatur recta .ec., et copuletur recta .bc. Dico, quadrilaterum .abcd. diuisum esse ab angulo .b. á linea .bc.; quod sic probatur: copulabo rectas .be. et .ed.; et quia punctus .e. est in medio dyametri .ag., erunt trigona .ade. et .deg. sibi inuicem equalia, nec non et trigonum .abe. trigono .bge. est equale; quare quadrilaterum .edab. dimidium totius quadrilateri .abgd. continet: et quia trigona .bdc. et .bde. sunt inter equidistantes .bd. et .ec. et super basim .bd., erunt sibi inuicem equalia: quibus addito in comune trigono .abd., erit quadrilaterum .abcd. equale quadrilatero .abed. Sed quadrilaterum .abed. dimidium est quadrilateri .abgd.; quare et quadrilaterum .abgd. dimidium est quadrilateri .abgd. Similiter si protraxerimus lineam .zf. equidistantem dyametro .ag., et copulauerimus rectam .gf., erit quadrilaterum .abgd. diuisum in duo equa á linea .gf. protracta ab angulo .g. Deinde ut diuisio proueniat á reliquis angulis, accipiam rectas .bl. et .gn. equales dimidio laterum .ad. et .bg.; uel lineas .ce. et .fz. producam, et cadent necessario super puncta .l.n.; quia superius protracta fuit .ne. equidistans dyametro .bd.

et *.lf.* equidistans dyametro *.ag.*; et protraham rectas *.al.* et *.dn.*, et ueuient proposita, ut superius demonstratum. Demonstratum est ergo quomodo quadrilatera duorum laterum equidistautium diuidautur á puocto dato super quodlibet latus ipsius; nunc dicamus qualiter diuidi debeaut á dato puucto extra figuram.

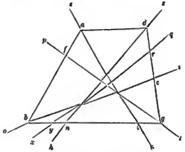
Adiaceat rursus quadrilaterum *.abgd.* duorum laterum equidistantium diuisum in duo equa ab angulis ipsius á lineis *.al.* et *.dn.* et *.gf.* et *.bc.*; quibus rectis ab utraque parte in infinitum protractis in puucta *.e.z.* *i.t.* *k.h.* o.*p.*, demoustrabitur puuctum extra quadrilaterum *.abgd.* aliquem dari uon posse uisi super unam ex ipsis .IIII.^or lineis, uel inter duas earum per ordiuem; quare si datus fuerit punctus super aliquam ipsarum, erit siquidem ipsa recta protracta á dato puucto diuidens quadrilaterum *.abgd.* in duo equa: ut si datus punctus fuerit *.e.*, egredictur ab ipso linea *.eal.*, que diuidit quadrilaterum *.abgd.* in duo equa; quod idem intelligas in reliquis. Sed si datus punctus *.q.* cadens iuter lineas *.ea.* et *.zd.* super latus *.ad.*; et uolo ut á puncto *.q.* egrediatur recta diuidens quadrilaterum *.abgd.* in duo equa; quoniam equidistantia suut latera *.ad.* et *.bg.*, producam rectam *.qm.*, et ducam eam iu puncto *.v.* Dico, quadrilaterum *.abgd.* diuisum esse in duo equa á linea *.rs.*, que egreditur á puncto *.q.* dato; quod sic probatur: quoniam recte *.ad.* et *.nl.* sibi inuicem equidistantes suut; et iu eis recta incidit *.rs.*, erit angulus qui° sub *.ars.* equalis | ° egre]diatur recta .... .ars. equalis ° (fol. 72 verso, lin. 30, 31-35, e margine laterale esterno ed inferiore; pag. 129, lin. 14-18).



angulo qui sub *.rsl.*, uec uon et angulus *.sla.* angulo *.lar.* est equalis, et recte *.am.* et *.ml.* sibi iuuicem sunt equales; cum recte *.ad.* et *.nl.* sibi iuuicem equales esse demonstrate siut; quia cum iu equalibus et equidistautibus rectis recte sese iuuicem secaut, per equalia se secare iu geometria monstratur: uude equalis est recta *.nm.* recte *.md.*, et *.am.* recte *.ml.*, ut predixi: quare trigooa *.arm.* et *.msl.* sibi iuuicem equalia et equiangula atque equilatera suut; quibus si in comune addatur quadrilaterum *.absm.*, erit quadrilaterum *.absr.* equale triaogulo *.abl.*, scilicet dimidio quadrilateri *.abgd.* Sectum est ergo quadrilaterum *.abgd.* in duo equa á linea *.rs.*, que egreditur á puncto *.q.* Similiter si datus esset puuctus sub linea *.nl.* inter rectas *.nh.* et *.lk.*, eodemque modo esset operaudum, uidelicet copularetur ille puuctus cum *.m.*, et produceretur fol. 80 recto.

ipsa recta super latus *.ad.* Verbi gratia: ut si punctus fuerit *.v.*; diuideretur utique quadrilaterum *.abgd.* in duo equa á linea *.rs.* egrediente á puncto *.v.* dato. Et si inter lineas *.nh.* et *.ob.* datus fuerit punctus *.x.*, ut in hac alia cernitur figura; habeantur duo fila, quorum unum extendatur super dyametrum *.ab.*, et sit fixum super punctum *.d.*; et aliud extendatur ab *.n.* in *.c.*, et sit fissum (*sic*) super punctum *.n.*; et erunt tunc fila sibi inuicem equidistantia: et moueatur filum primum ex *.b.* uersus *.n.* secans lineam *.bn.*; et aliud moueatur ex *.c.* uersus *.d.* secans lineam *.cd.*; et sint semper in motione sua sibi inuicem equidistantia: et hoc fiat donec sectiones linearum *.bn.* et *.cd.* respiciant secundum rectitudinem datum punctum *.x.*; et tunc faciant transire rectam protractam á puncto *.x.* per sectiones illas; et proueniet quesitum. Verbi gratia. Cadat filum primum super rectam *.dy.*, secundum super rectam *.rn.*; et sint sibi inuicem equidistantia: et puncta *.ry.* respiciant se secundum rectitudinem cum puncto *.x.*; et protrahatur recta *.xyr.* Dico, rectam *.ry.* secare quadrilaterum *.abgd.* in duo equa; quod sic probatur. Quoniam fila *.nr.* et *.dy.* sunt equidistantia; et in eis sunt trigona *.ncd.* et *.nry.*, super basim *.nr.* sibi inuicem ipsa trigona sunt equalia: communiter si addatur trigonum *.rgn.*, erit trigonum *.rgy.* equale trigono *.dgn.*: sed trigonum *.dgn.* dimidium est quadrilateri *.abgd.*; ergo et trigonum *.rgy.* dimidium est eiusdem quadrilateri. Eodemque modo operandum est si punctus erit datus inter lineam *.dz.*, et lineam *.ci.*: ut si ille punctus esset *.q.*; et respiceret secundum rectitudinem puncta *.r.y.* inter equidistantia fila *.dy.* et *.nr.*; quare si per punctum descendit recta transiens per puncta *.r.y.*, diuidetur quadrilaterum *.abgd.* in duo equa, ut ostensum est. Eademque uia operandum est si punctus caderet inter lineas |

* et lineam .ci. .... inter lineas * (fol. 80 *recto*, lin. 32-35, e margine laterale esterno ed inferiore; pag. 130, lin. 19-22).

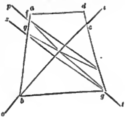


fol. 80 *verso*.

.gl. et *.lk.*, uel inter lineas *.fp.* et *.ae.*, hoc est quod poneretur filum super *.g.a.*, et figeretur super punctum *.a.*, et aliud super *.lf.*, et figeretur super punctum *.l.*, et mouerentur fila equidistanter secantia rectas *.af.* et *.gl.*, donec sectiones aspicerent punctum datum in rectitudine una. Verum si punctus datus fuerit extra lineam *.bf.*, et inter lineas *.fp.* et *.ob.*; qualiter operandum sit, in hac alia demonstretur figura, in qua protracte sint recte *.oi.* et *.pt.* diuidentes ab angulis *.b.* et *.g.* quadrilaterum *.abgd.*; et punctus datus sit *.z.* cadens inter rectas *.fp.* et *.ob.*, á quo uolumus protrahere lineam diuidentem quadrilaterum *.abgd.* in duo equa. Estendam primum filum ex *.c.* in *.f.*, et sit

fixum super *.f.*; et aliud filum extendatur super latus *.gb.*, et sit fixum super punctum *.g.*: deinde moueantur fila equidistanter secantia rectas *.bf.* et *.cg.*, donec sectiones respiciant punctum *.z.* datum. Verbi gratia: cadat filum, quod fixum fuit super *.g.*, super lineam *.gq.*, reliquum ucro super lineam *.fx.*; et sint puncta *.x.q.z.* in rectitudine una; et recte *.gq.* et *.fx.* sint equidistantes: et copuletur recta *.zqx.* Dico quidem, quadrilaterum *.abgd.* in duo equa diuisum esse á linea *.qx.*, que protracta est á puncto *.z.* dato; quod sic probatur. Quoniam equidistantes sunt recte *.gq.* et *.xf.*, erunt trigona *.qgx.* et *.qgf.* sibi inuicem equalia: quibus si addatur in comune trigonum *.qbg.*, erit quadrilaterum *.qbgx.* equale trigono *.fbg.*, scilicet dimidio quadrilateri *.abgd.* Eodemque modo operabimus si punctus datus fuerit extra lineam *.cg.*, et inter rectas *.ci.* et *.gt.* Demonstratum ergo est quomodo diuidatur quadrilaterum duorum laterum equidistantium á linea egrediente ab omni puncto extra figuram.

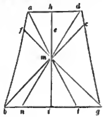
« inter rectas .... copuletur recta » (fol. 80 *verso*, lin. 8-14; pag. 130, lin. 29 — pag. 131, lin. 6).



De diuisione eiusdem generis, qua quadrilaterorum per rectam transeuntem per punctum datum infra ipsum.

Sit quadrilaterum caput abscisum *.abgd.*, cuius latera *.ad.* et *.bg.* sint equidistantia; et minus eorum sit *.ad.* Et iaceat diuisum in duo equa á qualibet rectarum *.al. dn. gf. bc.*, ut supra: sit primus punctus datus *.e.* cadens infra triangulum *.amd.*: copulabo siquidem rectam *.em.*, et protraham eam in utramque partem in puncta *.ih.* Dico, quadrilaterum *.abgd.* diuisum esse in duo equa á linea *.hi.*; quod sic probatur: trigona *.hma.* et *.mil.* sibi inuicem sunt equalia; quibus si addatur in comune quadrilaterum *.abim.*, erit quadrilaterum *.abih.* equale triangulo *.abl.* , quod continet dimidium quadrilateri *.abgd.* Simili quoque modo, si punctus datus ceciderit infra triangulum *.nml.*, erit operandum, videlicet copulabimus ipsum punctum cum puncto *.m.*, et producemus ipsam lineam in utramque partem, et habebimus optatum. Et si datus punctus fuerit super aliquam ex predictis rectis *.al. dn. gf. bc.*; ipsa namque erit recta transiens per ipsum punctum diuidens quadrilaterum *.abgd.* | in duo equa. Sed si punctus datus fuerit infra quadrilaterum *.abnm.* et *.dmlg.*, oportebit nos operari cum filis, videlicet ponam primum unum filum super puncta *.d.b.*, et figam eum super punctum *.d.*, et adhuc extendam aliud filum ex *.n.* in *.c.* figens ipsum super *.n.*, et ducam ipsa fila equidistanter secando rectas *.bn.* et *.cd.*, donec sectiones sese respiciant per punctum datum, si possibile fuerit: et si hoc impossibile inuenietur, extendam rursus fila ex *.a.* in *.g.*, et ex *.f.* in *.l.*, et figam ea super puncta *.a.l.*, et ducam ipsa equidistanter secando lineas *.fa.* et *.gl.*, donec sectiones respiciant se per punctum datum: quod etiam si fuerit impossibile, extendam rursus fila ab *.c.* in *.g.* et ab *.f.* in *.c.*, et figam ea super puncta *.g.f.*, et ducam ea equidistanter secando rectas *.bf.* et *.cg.*, donec sectiones respiciant se per punctum datum; quod sine dubio erit possibile: et tunc protrahatur recta per sectiones illas, et habebitur propositum: quod probabitur per ea que supra disimus (*sic*). Nunc satis dictum est de diuisione caput abscisarum in duas partes equales: modo qualiter diuidi debeant per inequalia in data proportione ostendere procuramus.

« eorum sit .... ipsum punctum » (fol. 80 *verso*, lin. 25-32 e 33; pag. 131, lin. 16-26).

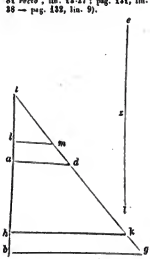


fol. 81 *recto*.

Adiaceat rursus quadrilaterum *.abgd.*, quod diuidi oporteat per rectam equidistantem basi sue in data proportione *.ez.* ad *.zi.* Latera quidem *.ba.* et *.gd.* á punctis *.a.* et *.d.* protrahantur : donec concurrant in *.t.*; et ponam quadratum lineę *.tl.* ad qua-

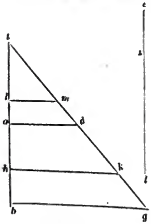
dratum linee *.at.* sicut *.zi.* ad *.ez.*; et sit quadratum linee *.ht.* ad quadratum linearum *.bt.* et *.tl.*, sicut *.ez.* ad *.ei.*; et per puncta *.l.h.* equidistantes utrique rectarum *.hg.* et *.ad.* protraham rectas *.lm.* et *.hk.* Dico, quadrilaterum *.ag.* diuisum esse in proportione data numeri *.ez.* ad numerum *.zi.* á linea *.hk.*; quod sic probatur. Quoniam trigona *.tlm.* et *.tad.* similia sunt, erit sicut quadratum linee *.tl.* ad quadratum linee *.ta.*, ita trigonum *.tlm.* ad trigonum *.tad.*: est enim sicut *.zi.* numerus ad numerum *.ez.*, ita quadratum linee *.tl.* ad quadratum linee *.ta.*: per equale ergo erit sicut *.zi.* ad *.ez.*, ita trigonum *.tlm.* ad trigonum *.tad.*: coniunctim ergo erit sicut *.ei.* ad *.ez.*, ita trigona *.tlm.* et *.ead.* ad trigonum *.tad.*: permutatim ergo erit sicut *.ez.* ad *.ei.*, ita trigonum *.tad.* ad trigona *.tad.* et *.tlm.*: est enim sicut *.ez.* ad *.ei.*, ita quadratum linee *.ht.* ad quadrata linearum *.bt.* et *.tl.* Sed est sicut quadratum linee *.ht.* ad quadrata linearum *.bt.* et *.tl.*, ita trigonum *.thk.* ad trigona *.tbg.* et *.tlm.*: per equale ergo erit sicut *.ez.* ad *.ei.*, ita trigonum *.thk.* ad trigona *.tbg.* et *.tlm.* Sed trigono *.thk.* equalia sunt quadrilaterum *.ak.* et trigonum *.tad.* Similiter et trigonis *.tbg.* et *.tlm.* equalia sunt quadrilaterum *.ag.* et trigona *.tad.* et *.tlm.*: ergo est sicut *.ez.* ad *.ei.*, ita quadrilaterum *.ak.* cum trigono |*.tad.* ad coniunctum ex quadrilatero *.ag.* et trigonis *.ead.* et *.tlm.* Sed sicut *.ez.* ad *.ei.*, ita fuit trigonum *.tad.* ad trigona *.tad.* et *.tlm.* Vnde proportio quadrilateri *.ak.* ad quadrilaterum *.ag.* est sicut *.ez.* ad *.ei.*: disiunctim et ergo erit sicut *.ez.* ad *.ei.*, ita quadrilaterum *.ak.* ad quadrilaterum *.hg.*, ut oportet: quod etiam ostendamus cum numeris. Sit latus *.ad.* 6. et *.ab.* 12., et *.bg.* 15., et *.dg.* 15.; et sit rectus angulus qui ad *.b.*; quare productis *.ba.* et *.gd.* in *.t.*, erit *.at.* 8., et *.td.* 10.: quare tota *.tb.* erit .20.; et sit proportio *.ez.* ad *.ei.*, sicut .4. ad .3.; erit ergo quadratum recte *.tb.* 400., et quadratum linee *.tl.* erit .48.; quia *.iz.* ex *.ze.* est $\frac{3}{4}$; unde tres quarte de .64., scilicet quadrati linee *.ta.* sunt .48.; quibus insimul iunctis erunt .448.; de quibus si acceperimus proportionem *.ez.* ad *.ei.*, scilicet quatuor septimas, uenient .256. pro quadrato linee *.th.*: ergo *.th.* est .16: et quia recta *.th.* dupla est ex *.ta.*, erit ergo *.hk.* ex *.ad.* similiter dupla; ergo *.hk.* est .12. Vnde si coniunxerimus *.kh.* cum *.ad.*, et coniunctum multiplicauerimus per dimidium catheti *.ah.*, quod est .4., uenient 72. pro area quadrilateri *.ak.*: item multiplicato dimidio ex *.bh.*, quod est .2. in coniunctum ex *.bg.* et *.hk.*, scilicet in .27., uenient .54. pro area quadrilateri *.hg.*: est enim proportio de 72 ad 54. sicut .4. ad .3., que est proportio data ex *.ez.* ad *.zi.* Aliter prontius adiaceat *.ms.* ad *.ls.* sicut proportio quadrati linee *.tb.* ad quadratum linee *.ta.*; et diuidatur *.ml.* super *.n.*, et sit *.ln.* ad *.nm.* proportio data; et accipiatur quadratum linee *.th.* ad quadratum linee *.tb.* sicut *.ns.* ad *.sm.*; et protrahatur *.hk.* equidistans basi *.bg.*: probatur rursus, quadrilaterum *.ak.* ad quadrilaterum *.hg.* esse sicut *.ln.* ad *.nm.*; quoniam est sicut quadratum linee *.tb.* ad quadratum linee *.ta.*, ita trigonum *.tbg.* ad trigonum *.tad.*; et est proportio *.ms.* ad *.ls.* sicut quadratum linee *.tb.* ad quadratum linee *.ta.*: quare erit sicut *.ms.* ad *.ls.*, ita trigonum *.tbg.* ad trigonum *.tag.* Rursus quia est sicut *.ms.* ad *.sn.*, ita quadratum linee *.tb.* ad quadratum linee *.th.*: est enim sicut quadratum linee *.tb.* ad quadratum linee *.ht.*, ita trigonum *.tbg.* ad trigonum *.thk.*: erit etiam et sicut *.ms.* ad *.ns.*, ita trigonum *.tbg.* ad trigonum *.thk.* : conuersim ergo sicut *.sm.* ad *.nm.*; ita trigonum *.tbg.* ad quadrilaterum *.hg.*; fuit sicut *.ms.* ad *.ls.*, ita trigonum *.tbg.*

« que supra .... trigona *.tlm.* et » (fol. 81 *recto*, lin. 13-27; pag. 131, lin. 38 — pag. 132, lin. 9).



fol. 81 *verso*.

« disiunctim et .... est enim » (fol. 81 *verso*, lin. 4-16; pag. 132, lin. 19-31).



« qua[dratum linee .... ita trigonum » (fol. 81 *verso*, lin. 18, 19-29; pag. 132, lin. 33-43).



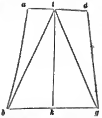
ad trigonum .*tad*. Vnde si permutauerimus, erit sicut numerus .*ms*. ad trigonum .*tbg*., ita numerus .*ls*. ad trigonum .*tad*., et numerus .*ns*. ad trigonum .*thk*.: ergo numeri .*ls*., et .*ns*. ad trigonum .*tad*., et .*thk*. sunt in una proportione; in ea uidelicet quam habet numerus .*ms*. ad superficiem .*tbg*., in qua etiam est numerus .*nm*. ad quadrilaterum .*hg*.: quare disiunctim erit sicut .*sl*. ad .*ln*., ita trigonum .*tad*. ad | quadrilaterum .*ak*.; et erit etiam sicut .*sn*. ad .*nm*., ita quadrilaterum .*ak*. ad quadrilaterum .*hg*. : ergo diuisum est quadrilaterum .*ag*. datum per lineam .*hk*. equidistantem basi .*bg*. in proportione etiam data numeri .*ln*. ad numerum .*nm*.; quod oportebat facere: quod etiam operemur cum numeris: est enim, ut diximus superius, quadratum linee .*tb*. 400, et linee .*ta*. 64, quorum proportio in minimis est sicut .25 ad .4: quare ponam .*ms*. 25., et .*ls*. 4., remanebit .*ml*. 21.; quibus diuisis in proportione data, scilicet in ea quam habet .4. ad .3. super punctum .*n*., erit .*ln*. 12. et .*n.m*. 9 : quare si acceperimus quadratum linee .*th*. ad quadratum linee .*tb*., sicut .*sn*. ad .*sm*., hoc est sicut .16 ad .25., inueniemus rursus, quadratum linee .*th*. esse .256.; quare .*th*. erit .16., sicut superius inuenimus. Vel aliter quadratum linee .*ta*. auferam ex quadrato linee .*tb*., remanent .336.; super quatuor septimas quorum, scilicet super .192, si addiderimus quadratum linee .*ta*., erunt similiter .256. pro quadrato linee .*th*. Et si per rectam protractam super duo latera equidistantia quadrilaterum caput abscisum in data aliqua proportione diuidere uis, ipsa latera in eadem proportione diuide, et in puncta diuisionum lineam protrahe. Verbi gratia: uolumus quadrilaterum .*abgd*. super latera .*ad*. et .*bg*. equidistantia in data proportione .*ez*. ad .*zi*. secare. Ponam inter .*ad*. et .*bg*. puncta .*t.k*., et sit sicut .*ez*. ad .*zi*., ita .*at*. ad .*td*., et .*bk*. ad .*kg*.; et copulabo .*tk*. Dico, quadrilaterum .*ak*. ad quadrilaterum .*tg*. esse sicut .*ez*. ad .*zi*.; quod sic probatur: producam á puncto .*t*. in punctis .*bg*. rectas .*tb*. et .*tg*.,et erunt trigona .*tbk*. et .*tkg*. sub altitudine una; quare est sicut .*bk*. ad .*kg*., ita trigonum .*tbk*. ad trigonum .*tkg*. Rursus quia trigona .*bat*. et .*gtd*. sunt sub altitudine una, cum sint inter duas equidistantes, erit sicut .*at*. ad .*td*., hoc est .*bk*. ad .*kg*., ita trigonum .*bat*. ad trigonum .*gtd*.: ergo sicut .*bk*. ad .*kg*., hoc est sicut .*ez*. ad .*zi*., ita quadrilaterum .*ak*. ad quadrilaterum .*tg*.: diuisum est ergo quadrilaterum .*abgd*. in proportione data á recta .*tk*. protracta super latera equidistantia; quod oportebat facere. Et si diuisionem in eadem proportione ab angulis .*a*. et .*d*. habere uolumus, ponemus super latus .*bg*. puncta .*n.l*.; et iaceat recta .*kl*. equalis recte .*ta*., et recta .*gn*. equalis recte .*bl*., ut in hac alia ostenditur figura; et copulabimus rectas .*dn*. et .*al*.; et probabitur per ea que dicta sunt, trigonum .*abl*. equale esse quadrilatero .*a.k*.: quare erit sicut .*ez*. ad .*zi*., ita trigonum .*abl*. ad quadrilaterum .*algd*. Rursus quia trigona .*abl*. et .*dgn*. sunt super equas bases .*bl*. et .*gn*.; et in eisdem equidistantibus .*ad*. et .*bg*. erunt sibi inuicem equalia. Quare trigonum .*dgn*. equale est quadrilatero .*abkt*.; quare residuum, scilicet quadrilaterum .*nbad*.,equale erit quadrilatero| .*tkgd*. Vnde erit sicut quadrilaterum .*abkt*. ad quadrilaterum .*tkgd*., hoc est sicut .*ez*. ad .*zi*., ita .*dgn*. trigonum ad quadrilaterum .*nbad*.: diuisum est ergo quadrilaterum .*abgd*. ab angulis .*a*. et .*d*. in data proportione .*ez*. ad .*zi*.; quod oportebat facere. Et si ab aliquo angulorum .*b*. et .*g*. rectam protrahere uis diuidentem quadrilaterum .*abgd*. in ea proportione quam habet .*ez*. ad .*zi*., hoc dupliciter facere potes: ut si ab angulo .*b*. hoc

fol. 82 recto.

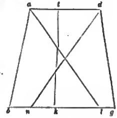
« diuidere uis .... lineam » (fol. 82 *recto*, lin. 13, 14 e 15; pag. 133, lin. 12 a 20).



« protrahe. Verbi .... hoc est .*bk*. » (fol. 82 *recto*, lin. 16-24; pag. 133, lin. 20-27).

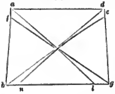


« equidistantia .... quadrilatero » (fol. 82 *recto*, lin. 26, 27-35; pag. 133, lin. 30-38).



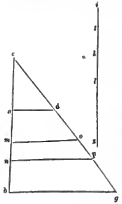
fol 82 v.

« potes, ut .... ponam equidistantem » (fol. 83 *verso*, lin. 6-12 e 13; pag. 133, lin. 43 — pag. 134, lin. 7).



facere uolueris. Signabis punctum .*n*. ad quem prouenit ab angulo .*d*. diuisio supradicta; et pones superficiem. *bg*. in .*gc*. equalem superficiei .*dg*. in .*gn*.; et copulabis rectam .*bc*.; uel dyametro protracto ex .*b*. in .*d*. equidistantem rectam protrahe ex .*n*. in .*c*., et copulabitur .*bc*., ut diximus. Similiter faciamus si ab angulo .*g*. operari uolumus, scilicet intelligam punctum .*l*., ad quem prouenit diuisio supradicta, ab angulo .*a*.; et ponam superficiem .*gb*. in .*bf*. equalem superficiei .*ab*. in .*bl*.; uel dyametro protracto ex .*a*. in .*g*. ponam equidistantem ex .*l*. in .*f*., et copulabo .*gf*., que diuidet quadrilaterum .*abgd*. in proportione data; quia erit sicut .*ez*. ad .*zi*., ita trigonum .*fbg*. ad quadrilaterum .*afgd*., nec non et triangulus .*bgc*. ad quadrilaterum .*abcd*. erit sicut .*ez*. ad .*zi*.; que probabuntur per ea que dicta sunt; nec non et diuidemus ipsum quadrilaterum ab omni puncto dato super aliquod laterum ipsius, et etiam ab omni puncto dato infra, uel extra.

« sue basi .... sicut .*zi*. » (fol. 82 *verso*, lin. 20-33; pag. 134, lin. 14 e 15-27).



Incipit de diuisione quadrilaterorum in plures partes.

Si uero aliquod caput ascisum in tres partes equales á rectis equidistantibus sue basi diuidere uis, ut quadrilaterum .*abgd*., cuius latera .*ad*. et .*bg*. sint equidistantia, reliqua uero latera .*ab*. et .*dg*. à punctis .*a.d*. producam, donec concurrant in puncto .*e*.; et adiaceat recta .*zti*.; et sit proportio .*zi*. ad .*it*. sicut proportio quadrati lineę .*eb*. ad quadratum .*ae*.; et diuidam .*tz*. in tres equas sectiones, que sint .*tk. kl. lz*., et ponam quadratum linee .*em*. ad quadratum lineę .*eb*. sicut .*ki*. ad .*zi*. Rursus ponam quadratum lineę .*en*. ad quadratum lineę .*eb*. sicut .*li*. ad .*zi*., et per puncta .*m.n*. equidistantes basi .*bg*. producam rectas .*mo. np*.. Dico, quadrilaterum .*ag*. diuisum esse in tria equa, que sunt quadrilatera .*ao. mp. ng*.; quod sic probatur. Est enim, ut diximus, sicut quadratum lineę .*be*. ad quadratum lineę .*ae*., ita trigonum .*ebg*. ad trigonum .*ead*.; quare erit sicut .*zi*. ad .*it*., ita trigonum .*ebg*. ad trigonum .*ead*. Item quia est sicut .*zi*. ad .*ik*., ita quadratum lineę .*be*. ad quadratum lineę .*me*. Sed sicut quadratum lineę .*be*. ad quadratum linee .*me*., ita trigonum .*ebg*. ad trigonum .*emo*.; ergo sicut .*zi*. ad .*ik*., ita trigonum .*ebg*. ad trigonum .*emo*. Erit etiam sicut .*zi*. ad .*il*., ita trigonum .*ebg*. ad trigonum .*enp*.: disiunctim erit sicut .*it*. ad .*tk*. |, ita trigonum .*ead*. ad quadrilaterum .*ao*.; erit etiam sicut .*tk*. ad .*kl*., ita quadrilaterum .*ao*. ad quadrilaterum .*mp*.; est enim .*tk*. equalis .*kl*.; quare et .*ao*. quadrilaterum quadrilatero .*mp*. est equale. Rursus erit sicut .*kl*. ad .*lz*., ita quadrilaterum .*mp*. ad quadrilaterum .*ng*.: est enim .*kl*. equalis .*lz*.; et .*pm*. quadrilaterum equale erit quadrilatero .*ng*.: equalia ergo sunt sibi inuicem quadrilatera .*ao. mp. ng*., ut prediximus; et ut hec operentur cum numeris; .*ad*. sit .6., et .*bg*. 15., et .*ab*. .12., et .*dg*. .15.; et sit rectus angulus qui ad .*b*.; quare tota .*eb*. erit .20., cuius quadratum ad quadratum lineę .*ea*. est sicut 25. ad .4.: ponam .*zi*. 25., et .*ti*. 4., remanet .*zt*. 21.; quibus in tres equas partes diuisis, erunt in una quaque partium .*tk. kl. lz*. 7; quare .*ik*. est .11.: multiplicabo ergo .11. per .400; et diuidam per .25.; uel uigesimam quinctam partem quadrati lineę .*eb*., que est .16., extendam per .11., uenient .176 pro quadrato lineę .*em*. Rursus extendam .*il*., scilicet .18. per 16, que sunt $\frac{4}{25}$ quadrati lineę .*eb*., uenient .288. pro quadrato lineę .*en*.: ergo .*am*. est radix de .176., minus .8., cum .*ea*. sit .8.; et linea .*mn*. est radix de .288., minus radice de .176.: linea uero .*nb*. est .20, minus radice de .288.: et quia est sicut quadra-

fol. 83 *recto*.

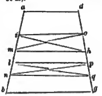
tum linee .*ea*. ad quadratum linee .*ad*., hoc est sicut .16. ad .9., ita quadratum linee .*em*. ad quadratum linee .*mo*.: si multiplicauerimus .176 per 9, et diuiserimus per .16.; aut si $\frac{1}{16}$ de .176., que est .11., multiplicauerimus per .9., ueniet utique .99. pro quadrato linee .*mo*.

Rursus si $\frac{1}{16}$ de .288., scilicet ex quadrato linee .*en*., que est .18, multiplicauerimus per .9., ueniet .162. pro quadrato linee .*np*.: quibus inuentis, si embadum quadrilaterorum .*ao*. et .*mp*. et .*ng*. , secundum ea que docuimus, inuestigauerimus; ipsa quadrilatera sibi inuicem equalia esse reperies.

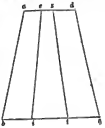
Aliter cum quadrato linee .*eb*. adde duplum quadrati linee .*ea*., et inuenies, tertiam partem ipsorum esse quadratum linee .*em*. Similiter si duplum quadrati linee .*be*. addiderimus cum quadrato linee .*ea*., tertia eius quod prouenerit erit quadratum linee .*em*.: uel extractis .64. de. 400., scilicet quadratum linee .*ea*. ex quadrato linee .*eb*., remanebunt .336.; quorum tertia, scilicet .112., addita super .64., ueniunt .176. pro quadrato linee .*em*.: quibus etiam additis .112., reddunt similiter .288. pro quadrato linee .*en*.; quorum probatio prouenit ex his que dixi superius, cum docuimus diuidere proportionaliter quadrilatera caput abscisa. Et si latus .*ab*. fuerit secus uiam; et uoluerit unusquisque trium consortium, ut mos est, tertiam ipsius lateris habere. Diuidam latus .*ab*. in tres equas partes | super puncta .*il*.; et copulabo rectas .*iolp*.; et per punctum .*m*. protraham rectam .*mh*. equidistantem linee .*io*.; et per punctum .*n*. equidistantem recte .*lp*. protraham rectam .*nq*.; et copulabo rectas .*ih*. *lq*.; et sic diuidetur quadrilaterum .*abgd*. in tres equas partes a lineis .*ih*. et .*nq*., que sunt quadrilatera .*aihd*. et .*ilqh*. et .*lbgq*.; quod sic probatur. Quoniam quadrilaterum .*amod*. est tertia pars quadrilateri .*abgd*., si ex eo auferatur trigonum .*oim*., et restauretur ei trigonum .*oih*., erit quadrilaterum .*aihd*. equale quadrilatero .*amod*.: eodemque modo probabuntur cetere diuisiones. Et Si latera .*ad*. et .*bg*. equidistantia secauerimus in tres equas sectiones: et in eis copulauerimus rectas; diuidetur utique quadrilaterum in tres equas sectiones. Verbi gratia : adiaceat caput abscisum .*abgd*. ; et diuidantur latera .*ad*. et .*bg*. in tria equa super puncta .*ez*. *it*.; et copuleutur recte .*ei*. *zt*. Dico, quadrilaterum .*abgd*. sectum esse in tres equas sectiones, que sunt quadrilatera .*al*. *et*. *zg*.: habent enim bases et capita sibi inuicem equalia; et sunt sub altitudine una: uel quia est sicut .*ae*. ad .*ed*., ita .*bi*. ad .*ig*.; erunt ergo in eadem proportione quadrilaterum .*ai*. ad quadrilaterum .*eg*.: et si coniunxerimus, erit sicut .*bi*. ad .*bg*., ita quadrilaterum .*ai*. ad quadrilaterum .*ag*.: tertia enim pars est .*bi*. ex .*bg*., tertia quoque erit et quadrilaterum .*ai*. ex quadrilatero .*ag*. Rursus quia est sicut .*ae*. ad .*ez*., ita .*bi*. ad .*it*.; et est equalis .*ae*. ex .*ez*., et .*bi*. ex .*it*.; quare et quadrilaterum .*ai*. ex quadrilatero .*et*. est equale; tertia ergo pars est .*ai*. ex .*ag*. quadrilatero; tertia quoque erit et .*et*. quadrilaterum ex quadrilatero .*ag*.: residuum uero .*zg*. erit reliqua tertia pars. Et si tertiam partem quadrilateri .*ag*. ab aliquo angulorum .*a*. et .*d*. secare uolumus, diuidemus rectas .*ei*. et .*zt*. in duo equa super puncta .*km*.; et copulabimus rectas .*ak*. et *dm*.; et perducemus eas in puncta .*l*.*n*. ; et erit unumquodque trigonorum .*abl*. et .*dgn*. tertia pars quadrilateri .*abgd*. Quod sic probatur. Quia recta .*ek*. equalis est recte .*ki*., erunt et trigona .*ake*. et .*ikl*. sibi inuicem equalia et similia, cum equidistantes sint bases .*ae*. et .*il*.: quare si in co-

fol. 83 *verso*.

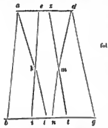
« super puncta .... modo probabuntur » (fol. 83 *verso*, lin. 1-8; pag. 135, lin. 18-25).



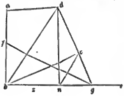
« super puncta .... quadrilaterum .ai. » (fol. 83 *verso*, lin. 13-21; pag. 135, lin. 28-36).



« quadrilateri .ag. .... .ag. Similiter » (fol. 83 verso, lin. 24 e 25-33; pag. 135, lin. 28 — pag. 136, lin. 3).



« equa. Et .... est equale » (fol. 84 recto, lin. 5-10; pag. 136, lin. 8-13).



mune addatur quadrilaterum .*abik*., erit triangulus .*abl*. equalis quadrilatero .*eb*. Sed quadrilaterum .*eb*. est tertia pars quadrilateri .*ag*.; quare trigonum .*abl*. est tertia pars quadrilateri .*ag*. Similiter ostendetur, et trigonum .*dgn*. equale esse quadrilatero .*zg*., quod est tertia pars totius .*ag*.: resecato quidem trigono .*abl*. ex quadrilatero fol. 84 recto. .*abgd*.,| remanebit quadrilatero .*algd*. capudascisum: quod si diuisum fuerit per quemcumque modum ex supradictis, reddet quadrilaterum .*abgd*. diuisum in tres equas sectiones. Similiter si auferatur trigonum .*dgn*. ex quadrilatero .*abgd*., remanebit quadrilaterum .*abnd*. ad diuidendum in duo equa. Et si per lineam protractam á puncto .*b*. tertiam ex quadrilatero .*ag*. abscidere uolumus, protraham primum lineam .*dn*. abscidentem á quadrilatero .*ag*. tertiam eius, que est trigonum .*agn*.; et protraham dyametrum .*bd*., et ei equidistantem ponam lineam, .*ne*., et copulabo rectam .*bc*. Dico quod recta .*bc*. abscidit á quadrilatero .*ag*. tertiam eius, que est trigonum .*cgb*.: quia si super trigonum .*cgn*. addatur trigonum .*cbn*., quod est equale trigono .*cnd*., erit trigonum .*cgb*. equale trigono .*dgn*.; ergo trigonum .*cgb*. est tertia quadrilateri .*ag*. Aliter quia trigona .*abd*. et .*gbd*. sunt sub una altitudine: sub ea uidelicet que cadit orthogonaliter inter equidistantem .*ad*. et .*bg*. ; erunt ideo ad inuicem sicut bases: quare est sicut .*bg*. ad .*ad*., ita trigonum .*bgd*. ad trigonum .*abd*.: coniunctim ergo sicut .*bg*. ad coniunctum ex .*bgad*., ita trigonum .*bgd*. ad quadrilaterum .*ag*.: adiaceat quidem recta .*ge*. equalis recte .*ad*.; erunt ergo sicut .*bg*. ad .*be*., ita trigonum .*dbg*. ad quadrilaterum .*ag*.: et abscidatur ex tota .*be*. recta .*bz*., que sit tertia ex .*be*.; et iaceat recta .*gc*. ad rectam .*gd*. sicut .*bz*. ad .*bg*., et copuletur recta .*bc*. Dico, trigonum .*bcg*. esse tertiam quadrilaterj .*ag*.

Verbi gratia : trigona quidem .*bgc*. et .*bgd*. ad se inuicem sunt sicut bases; erit ergo sicut .*gc*. ad .*gd*., hoc est sicut .*bz*. ad .*bg*., ita trigonum .*bgc*. ad trigonum .*bgd*. Est enim et sicut .*bg*. ad .*be*., ita trigonum .*bgd*. ad quadrilaterum .*ag*.: erit ergo sicut .*bz*. ad .*be*., ita trigonum .*bgc*. ad quadrilaterum .*ag*.: est enim .*bz*. ex .*be*. tertia pars: quare et trigonum .*bgc*. erit tertia pars quadrilateri .*ag*., ut predixi. Quod etiam demonstremus cum numeris: sit .*ad*. 6., et .*bg*. 24.; et unaqueque rectarum .*ab*. et .*dg*. sit .15.: coniunctis quidem 24. cum .6. erunt .30: ergo sicut .24. est ad .30., hoc est sicut .*bg*. ad .*be*., ita trigonum .*bgd*. ad quadrilaterum .*ag*.; et est sicut .10. ad 30., ita tertia pars quadrilateri .*abgd*. est ad quadrilaterum .*ag*.: quare si proportionauerimus .10. cum .24., scilicet .*bz*. cum .*bg*., ueniet $\frac{5}{12}$; quibus acceptis ex tota linea .*dg*. ueniet $\frac{1}{4}$ 6 pro linea .*gc*.: quare si copulauerimus rectam .*bc*., erit proportio trianguli .*bgc*. ad triangulum .*bgd*. sicut .*bc*. ad .*gd*. Sed .*gc*. ex .*gd*. est $\frac{5}{12}$; quare trigonum .*bgc*. est $\frac{5}{12}$ ex trigono .*bgd*.; quod trigonum est $\frac{24}{30}$, hoc est $\frac{4}{5}$ ex quadrilatero fol. 84 verso. .*ag*. Ergo trigonum | .*bgc*. est $\frac{5}{12}$ ex quatuor punctis ex toto quadrilatero .*ag*.: ergo trigonum .*bgc*. est tertia totius quadrilateri .*ag*., cum $\frac{5}{12}$ ex $\frac{4}{5}$ cuiusque rei sint tertia ipsius. Simili quoque modo si protraxerimus dyametrum .*ag*., erit proportio trigoni .*abg*. ad quadrilaterum .*db*., sicut .*bg*. ad coniunctum ex .*bg*. et .*ad*. rectis; de qua proportione si acceperimus proportionem quam habet tertia integri ad ipsam proportionem, inuenies accipere debere $\frac{5}{12}$ ex linea .*ba*.; que $\frac{5}{12}$ sit linea .*bf*.; et copulabitur recta .*gf*., et erit trigonum .*fbg*. tertia pars quadrilateri .*bd*. Quibus ita ostensis demonstrabimus qualiter diuidantur in duo equa residua trigonorum .*cgb*. et .*fbg*., sci-

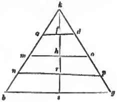
licet quadrilatera *.abcd.* et *.afgd.*, cum tractabimus de diuisione quadrilaterorum diuersorum laterum. Et postquam perduximus diuisionem trium equalium portionum super tertias partes laterum, et super unumquemque angulorum poterimus, per ea que dicta sunt superius, á similibus quadrilateribus tertiam partem, uel quamcumque partem noluerimus abscidere per lineam egredientem á puncto dato extra uel infra figuram: uel super unum ex lateribus eius; vnde qualiter proportionaliter in tres diuersas partes diuidi debeant, demonstremus.

« que dicta . . . . . sicut *.tl.* » (fol. 84 *verso*, lin. 13-21; pag. 137, lin. 2-12).



Adiaceat Rursus quadrilaterum *.abgd.* caput abscisum; et data proportio sit *.ez. it.*; uolumus ergo quadrilaterum *.ag.* diuidere in tres partes á lineis equidistantibus sue basi, quarum prima ad secundam sit sicut *.ez.* ad *.zi.*, et secunda ad tertiam sicut *.zi.* ad *.it.* Perducantur primum recte *.ba.* et *.gd.* in puncto *.k.*; et sit proportio quadrati lineȩ *.bk.* ad quadratum lineȩ *.ak.* sicut *.tl.* ad *.el.* Deinde ponam quadratum lineȩ *.bk.* ad quadratum lineȩ *.km.* sicut *.tl.* ad *.lz.* Post hec ponam quadratum lineȩ *.bk.* ad quadratum linee *.kn.* sicut *.tl.* ad *.il.*; et per puncta *.m.n.* protraham rectas *.mo. np.* equidistantes basi *.bg.*; et inuenies, per ea que dicta sunt superius, quadrilaterum *.ao.* ad quadrilaterum *.mp.* esse sicut *.ez.* ad *.zi.*; et quadrilaterum *.mp.* ad quadrilaterum *.ng.* esse sicut *.zi.* ad *.it.* Que etiam demonstrentur cum numeris. Sint latera quadrilateri *.abgd.* ut dictum est in suprascripta figura; et extrahatur *.ad.* ex *.bg.*,scilicet .6. de .24,. remanebunt .18.; et erit sicut .18. ad .6., ita *.ba.* ad *.ak.*; quare *.ak.* est .5.: tota uero *.bk.* est .20., cuius quadratum ad quadratum lineȩ *.ak.* est sicut .16. ad .1. Quare ponam, lineam *.tl.* esse .16.; et *.el.* ponam .1., remanebunt .15. pro *.et.*, que iacet diuisa in proportionibus datis *.ez. it.* Quare ponamus *.ez.* .4., et *.zi.* .5., et *.it.* 6; et erit sicut .4. ad .5., ita *.ez.* ad *.zi.*; et sicut .5. ad .6., ita *.zi.* ad *.it.*; et hec sint proportiones date: et quia est sicut quadratum lineȩ *.bk.* ad quadratum | lineȩ *.mk.*, ita *.tl.* ad *.lz.*: fuit etiam sicut quadratum lineȩ *.bk.* ad quadratum lineȩ *.ak.*,ita *.tl.* ad *.el.*: permutatim ergo sicut *.le.* ad *.lz.*, ita quadratum lineȩ *.ak.* ad quadratum lineȩ *.mk.*: est enim *.zl.* quintuplum ex *.el.*: quare quadratum linee *.mk.* est quintuplum quadrati linee *.ak.*; ergo quadratum lineȩ *.mk.* est .125. Similiter erit sicut *.il.* ad *.el.*, hoc .10. ad .1., ita quadratum lineȩ *.nk.* est ad quadratum lineȩ *.ak.*; ergo quadratum lineȩ *.nk.* est .250. Et quadratum lineȩ *.np.* est similiter decuplum ex quadrato linee *.ad.*: quare quadratum lineȩ *.np.* est .360. Item quia quadratum lineȩ *.mk.* est quintuplum quadrati *.ak.*, erit et *.mo.* quadratum quintuplum quadrati *.ad.*; ergo quadratum lineȩ *.mo.* est 180. Inuenies etiam, cathetum *.ks.* esse .16.; cum de quadrato lineȩ *.bk.* auferatur quadratum lineȩ *.bs.*, remaneat .256. pro quadrato lineȩ *.ks.*: et quia *.ka.* est quarta ex *.bk.*, et *.fk.* erit quarta ex *.ks.*; quare *.kf.* est .4., cuius quadratum est .16.; et quintuplum eius, scilicet .80., est quadratum catheti *.kh.*, cuius duplum est quadratum lineȩ *.kr.*, scilicet 160. Vnde si multiplicauerimus *.kh.* dimidium in *.mo.*, ueniet pro embado trianguli *.kmo.* radix de 3600.; quare trigonum *.kmo.* est 60: de quibus si auferatur trigonum *.kad.*, quod est 12, remanebunt .48. pro quadrilatero *.ao.* Rursus si multiplicauerimus quartam quadrati *.kr.*, scilicet 40., per quadratum lineȩ *.np.*, scilicet per 360., uenient .14400., quorum radix, scilicet .120.,habentur pro embado trianguli *.knp.*; de quo si auferamus triangulum *.kmo.*, qui est .60., remanebunt .60. pro embado quadrilaterj *.mp.*

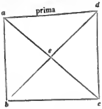
« ad *.el.* .... sicut .18. » (fol. 84 *verso*, lin. 22-29; pag. 137, lin. 12-19).



fol. 85 *recto*.

Residuum uero quod restat ex toto quadrilatero *.ag.* , scilicet .72., habentur pro quadrilatero *.ng.* Est enim proportio de .48. ad .60. sicut .4. ad .5., hoc est sicut *.ez.* ad *.zi.*; et proportio de .60 ad .72. est sicut .5. ad .6., hoc est sicut *.zi.* ad *.it.*, ut oportet. Possumus enim reducere cum equidistantibus has diuisiones á tribus punctis ubilibet datis super lineam *.ba.*: et si diuiserimus lineam *.ad.* in datis quibuslibet proportionibus, et in eisdem diuiserimus latus *.bg.*; et in puncta ipsarum proportionum lineas copulauerimus, rederetur utique quadrilaterum *.abgd.* in ipsis proportionibus diuisum; que diuisiones reducemus etiam in puncta angulorum per ea que dicta sunt.

• quod diuidere .... primum dyametrum • (fol. 85 *recto*, lin. ultima, e margine inferiore; pag. 136, lin. 11-12).

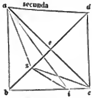


fol. 85 *verso*.

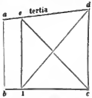
Incipit de diuisione quadrilaterorum diuersilaterum.

Primvm quidem demonstrare uolo quo modo diuidatur quadrilaterum diuersilaterum in duo equa ab angulo dato. Esto quadrilaterum *.abcd.*, quod diuidere uolo in duo equa ab *.a.* angulo dato: protraham primum dyametrum | *.bd.* subtendentem angulum *.bad.*; et secabo ipsum á dyametro *.ac.* super punctum *.e.*; recte quidem *.be.* et *.ed.* aut sunt equales, aut non. Sint primum equales: et quoniam equalis est recta *.be.* recte *.ed.*, equale erit trigonum *.abe.* trigono *.ade.*, nec non et trigonum *.ebc.* trigono *.ecd.* est equale; quare totum trigonum *.abc.* toti trigono *.acd.* iacet equale. Diuisum est ergo quadrilaterum *.abcd.* in duo equa á dyametro *.ac.* egrediente ab angulo dato; quod oportebat facere. Sed non sit recta *.be.* equalis recte *.ed.* Sed iaceat *.bz.* equalis rectę *.zd.*; et protraham rectam *.zi.* equidistantem dyametro *.ac.*, ut in hac secunda figura cernitur; et copulabo rectam *.ai.* Dico iterum, quadrilaterum *.abcd.* Diuisum esse in duas equas portiones á linea *.ai.* egrediente ab angulo *.a.* dato, que sunt trigonum *.abi.*, et quadrilaterum *.aicd.*; quod sic probatur: copulabo rectas *.az.* et *.cz.*, et erunt trigona *.azd.* et *.dzc.* equalia trigonis *.abz.* et *.bzc.*; quare quadrilaterum *.azcd.* dimidium est quadrilateri *.abcd.*: et quia trigona *.aci.* et *.acz.* sunt super basim *.ae.*; et inter equidistantes *.ac.* et *.zi.* sibi inuicem sunt equalia; comuniter si addatur trigonum *.acd.*, erit quadrilaterum *.aicd.* equale quadrilatero *.azcd.* Sed quadrilaterum *.azcd.* dimidium est quadrilateri *.abcd.*; ergo et quadrilaterum *.aicd.* dimidium est quadrilateri *.abcd.*, ut oportet. Rvrsvs si á puncto dato super unum ex lateribus quadrilaterum aliquod in duo equa diuidere uis, ut quadrilaterum *.ac.*, quod diuidere uolo á puncto dato *.e.* super latus *.ad.* Diuidam primum quadrilaterum *.ac.* in duo equa ab angulo *.d.*; et sit recta *.dt.* diuidens ipsum; et copulabo *.et.*: recta quidem *.et.* aut equidistans est recte *.dc.*, aut non. Sint primum recte *.et.* et *.cd.* equidistantes, ut in tertia ponitur figura; et copuletur recta *.ec.* Dico siquidem, quadrilaterum *.ac.* in duo equa diuisum esse á linea *.ec.* egrediente á puncto dato *.e.* Quod sic probatur. Quia equidistantes sunt recte *.et.* et *.cd.*, erunt et trigona *.ecd.* et *.tcd.* sibi inuicem equalia. Sed trigonum *.tcd.* dimidium est quadrilateri *.ac.*; quare et trigonum *.ecd.* dimidium est quadrilateri *.ac.*: diuisum est ergo quadrilaterum *.ac.* in duo equa á dato puncto *.e.*; quod oportebat facere. Sed non sit equidistans recta *.et.* recte *.dc.*

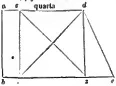
• est ergo .... sic probatur • (fol. 85 *verso*, lin. 6-12 e 13; pag. 166, lin. 17-22).



• duo equa .... sic probatur • (fol. 85 *verso*, lin. 22-28; pag. 166, lin. 29-35).



• ut in quarta .... .abcd. diuisum • (fol. 85 *verso*, lin. ultima, e margine inferiore; pag. 166, lin. 40-41).



fol. 86 *recto*.

Ponam rectam *.dz.* equidistantem recte *.et.*; et copulabo rectam *.ez.*, ut in quarta figura demonstratur; et erit quadrilaterum *.abcd.* diuisum | in duo equa á linea *.ez.* Quod sic probatur. Sunt enim trigona *.dze.* et *.dzt.* sibi inuicem equalia, cum sint super eandem basim, et in eisdem equidistantibus; quibus si addatur in comune tri-

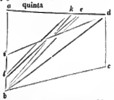
gonum *.dcz.*, erunt quadrilaterum *.ezcd.* equale triangulo *.dct.*, scilicet dimidio totius quadrilaterj *.ac.* Et notandum, quod si dyameter *.bd.* diuidat quadrilaterum *.ac.* in duo equa, peruenient similiter ea que diximus in his duabus figuris. Sed si diuisio ceciderit super latus *.ab.*, ut recta *.di.*, que sit diuidens quadrilaterum *.abcd.* in duo equa, aliter operari oportet. Diuidam quadrilaterum *.ac.* ab angulo *.b.* cum recta *.bk.*; et tunc si *.k.* fuerit datus punctus super latus *.ad.*, á quo egredi oporteat recta diuidens quadrilaterum *.ac.* in duo equa, recta erit ipsa linea *.kb.* Sed si *.k.* non fuerit datus punctus, erit tunc datus punctus inter *.k.* et *.d.*, aut inter *.k.* et *.a.*: sit primum datus punctus *.e.* inter *.d.k.*; et copuletur recta *.be.*; et per punctum *.k.* protraham rectam *.kl.* equidistantem recte *.eb.*, et copulabitur recta *.el.*, que diuidet quadrilaterum *.ac.* in duo equa; et probabitur ordine supradicto.

Rvrsvs sit datus punctus *.e.* inter *.a.* et *.k.*, copulabitur similiter recta *.eb.*; et per punctum *.k.* ducatur equidistans recta *.km.*, et copulabitur recta *.em.*, que erit diuidens quadrilaterum *.ac.* in duas sectiones equales, que sunt quadrilatera *.am.* et *.ec.*, ut in sexta patet figura: quod etiam probabitur ordine supradicto. AdSignabo quidem per modum superius demonstratum quomodo diuidantur diuersilatera quadrilatera á puncto dato super unum ex lateribus ipsius. Esto quadrilaterum *.abcd.*; et datus punctus sit *.e.* cadens primum super dimidium lateris *.ab.*; et ducam á puncto *.d.* rectam *.dz.* equidistantem recte *.ab.*; et diuidam eam in duo equa super punctum *.i.*; et copulabo rectas *.ei.* et *.ci.* et *.ec.*; et ducam rectam *.it.* equidistantem recte *.ec.*; et copulabo rectam *.et.*; et erit quadrilaterum *.ac.* in duo equa diuisum á linea *.et.* Quod sic probatur. Quadrilaterum itaque *.az.* est duorum laterum equidistantium; et linea *.e.i.* secat equidistantia latera eius, que sunt *.ab.* et *.dz.* in duo equa; quare quadrilaterum *.ez.* est dimidium quadrilateri *.az.* Similiter quia bases *.zi.* et *.id.* sibi inuicem equales sunt, erunt trigona *.czi.* et *.cid.* sibi inuicem equalia; quare trigonum *.ciz.* dimidium est trigoni *.cdz.*: fuit etiam quadrilaterum *.ez.* dimidium quadrilateri *.az.*; ergo quadrilaterum *.ebci.* dimidium quadrilateri est *.ac.* Sunt enim et trigona *.eci.* et *.ect.* sibi inuicem equalia; quibus si addatur in comune triangulum *.ebc.*, erit quadrilaterum *.ebct.* equale | quadrilatero *.ebci.* Sed quadrilaterum *.ebci.* dimidium est quadrilateri *.ec.*; quare et quadrilaterum *.bt.* dimidium est quadrilateri *.ec.*; quare quadrilaterum *.bt.* dimidium est quadrilateri *.ac.*, ut oportet. Quibus ita explicatis poterimus diuidere in duo equa omne quadrilaterum ab omni puncto dato super aliquod ex lateribus ipsius: et si punctus datus fuerit extra uel intus, per quod linea egredi ualeat, que diuidat quadrilaterum in duo equa, poterimus hoc cum operatione filorum subtiliter operari.

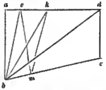
Demonstratio qualiter abscidatur á quadrilatero diuersilatero quantacumque pars data ab angulo dato.

Esto rursus quadrilaterum *.abcd.*, de quo nolo ab angulo *.d.* abscidere datam partem, que sit tertia. Subtendam quidem angulo *.d.* dyametrum *.ac.*, et secabo ipsum cum dyametro *.db.* super punctum *.e.*; recta quidem *.ce.* aut tertia pars est dyametri *.ac.*, aut non. Sit primum *.ec.* tertia pars ex *.ac.*; abscidet utique dyameter *.bd.* tertiam partem ex quadrilatero *.ac.*, que est trigonum *.bcd.* Quod sic probabitur. Quia trigona *.dce.* et *.dca.* sunt sub una altitudine, erunt adinuicem sicut bases *.ce.* ad

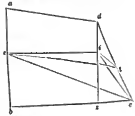
« quadrila|terum .abcd. .... et per punctum » (fol. 86 *recto*, lin. 8, 9-13; pag. 139, lin. 5-9).



« Rvrsvs sit .... datus punctus » (fol. 86 *recto*, lin. 16-23; pag. 139, lin. 12-18).

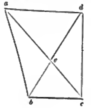


« si addatur .... .ebct. equale » (fol. 88 *recto*, lin. ultima, e margine inferiore; pag. 139, lin. 28 e 29).

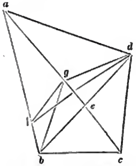


fol. 88 *verso*.

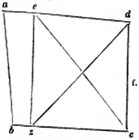
« tertia. Subtendam .... ad quadrilaterum » (fol. 86 *verso*, lin. 11-17 e 18; pag. 139, lin. 39 — pag. 140, lin. 2).



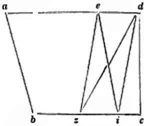
« ex quadrilatero .... scilicet quadrilateri » (fol. 86 *verso*, lin. 19-26; pag. 140, lin. 3-10).



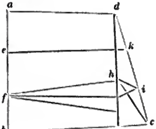
« .fbcd. Et si .... trigonum .ecd. » (fol. 86 *verso*, lin. 28-34; pag. 140, lin. 11-17).



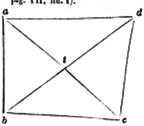
« recte .dc. .... equale trigono » (fol. 87 *recto*, lin. 1-6 e 7; pag. 140, lin. 18-23).



« sectiones diuidere .... notis poterimus » (fol. 87 *recto*, lin. 12-19; pag. 140, lin. 27-34).



« quadrilaterum .... quare est » (fol. 87 *recto*, lin. 24-30; pag. 140, lin. 37 — pag. 141, lin. 1).



.ca.; propter eadem et trigona *.bce.* et *.abc.* sunt in proportione eadem; quare est sicut *.ce.* ad *.ac.*, ita trigonum *.bcd.* ad quadrilaterum *.ac.* : est enim recta *.ce.* ex *.ac.* tertia pars; quare et trigonum *.bcd.* ex quadrilatero *.ac.* est tertia pars: abscisa est ergo pars data, scilicet tertia, á quadrilatero *.ac.* per lineam *.bd.* egredientem ab angulo *.d.* dato; quod oportebat facere. Sed non sit *.ce.* tertia pars ex *.ac.*; ponam quidem *.cg.* tertiam ex *.ac.*; et á puncto *.g.* dyametro *.bd.* equidistantem protraham rectam *.gf.*; et copulabo rectam *.fd.*, que abscidet á quadrilatero *.ac.* quadrilaterum *.fbcd.*; quod demonstrabo, tertiam esse ex toto quadrilatero *.ac.* Quoniam *.cg.* tertia est ex *.ca.*, erunt trigona *.bgc.* et *.cgd.*, hoc est quadrilaterum *.bcdg.*, tertia pars trigonorum *.abc.* et *.acd.*, scilicet quadrilateri *.abcd.* Cui per ea que dicta sunt demonstrabitur, equale esse quadrilaterum *.fbcd.* Et si noluero á quadrilatero dato partem datam á puncto dato super unum ex lateribus abscidere, ut á quadrilatero *.abcd.*, et á puncto *.e.* super latus *.ad.* dato; et ponamus, partem datam esse tertiam. Secabo primum á quadrilatero *.ac.* trigonum *.dcz.*, quod sit tertia pars quadrilateri *.abcd.*; et copulabo *.ez.*: recta quidem *.ez.* aut equidistans erit recte *.dc.*, aut non. Esto primum equidistans ei, tunc copulabo *.ec.*; et erit trigonum *.ecd.* equale trigono *.zcd.*: quare trigonum *.ecd.* est tertia pars quadrilateri *.ac.* Sed non sit equidistans recta *.ez.* | recte *.dc.*; tunc ponam ractam *.id.* equidistantem recte *.ez.*, et copulabo rectam *.ei.*; et erit quadrilaterum *.eicd.* equale trigono *.zcd.*, quod est tertia pars quadrilateri *.ac.*; quod oportebat facere. Quod probabitur per trigona *.zdi.* et *.edi.*, que sunt sibi inuicem equalia, cum sint super basim *.di.*, et inter equidistantes *.di.* et *.ez.*: quibus cum additur in comune trigonum *.dci.*, ueniet quadrilaterum *.eicd.* equale trigono *.dcz.*, ut dictum est: remanebit ergo quadrilaterum *.abie.* due tertie totius quadrilateri *.ac.*: quod si in duo equa diuiserimus, erit quadrilaterum *.ac.* in tres equas partes diuisum. Rursus adiaceat quadrilaterum *.abcd.*, cuius latus *.ab.* sit in tria equa diuisum, que sint *.ae. ef. fb.*; et nolo per puncta *.e.f.* quadrilaterum *.ac.* in tres equas sectiones diuidere. Abscidam primum á quadrilatero *.ac.* tertiam eius partem per lineam egredientem á puncto *.f.*; quod etiam faciam per secundum modum, videlicet ponam *.gd.* equidistantem recte *.ab.*; et ponam *.gh.* tertiam ex *.gd.*; et copulabo rectas *.fh. ch.* et *.fc.*; et protraham rectam *.hi.* equidistantem recte *.fc.*, et copulabo rectam *.fi.*; et erit quadrilaterum *.fbci.* tertia pars quadrilateri *.ac.* Deinde diuidam quadrilaterum *.afid.* in duo equa á linea *.ek.*; et sic erit quadrilaterum *.abcd.* diuisum in tres equas portiones, que sunt quadrilatera *.ak. ei. fc.*: quibus omnibus notis poterimus permutare terminos diuisionum á quocumque puncto dato, si supradictarum demonstrationum immemor non extiteris.

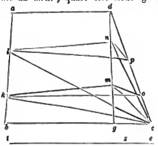
f. 87 r.

Et si quadratum aliquod in duas partes secundum datam portionem, et á dato puncto uel angulo diuidere uis, qualiter hoc fieri debeat, ostendamus. Esto rursus quadrilaterum *.abcd.*; et data proportio sit *.ez.* ad *.zi.*: uolo quidem quadrilaterum *.abcd.* ab angulo dato *.d.* secare in proportione quam habet *.ez.* ad *.zi.*: protraham primum dyametrum *.ac.*; et ponam *.ct.* ad *.at.* sicut *.ez.* ad *.zi.*; et protraham dyametrum *.db.*, qui transeat primum per punctum *.t.* Dico quod recta *.bd.* diuidit quadrilaterum *.ac.* in ea proportione quam habet *.ez.* ad *.zi.* Verbi gratia: trigona quidem *.dct.* et *.dta.* ad se inuicem sunt sicut bases *.ct.* ad *.ta.*: in qua etiam proportione sunt trigona *.cbt.*

et .*tba*.; quare est sicut .*ct*. ad .*ta*., ita trigonum .*dcb*. ad trigonum .*abd*. Sed .*ct*. ad .*ta*. est sicut .*ez*. ad .*zi*.; quare est sicut .*ez*. ad .*zi*., ita trigonum .*bdc*. ad trigonum .*bda*. Diuisum est ergo quadrilaterum .*ac*. in duo secundum proportionem datam, et ab angulo dato; quod oportebat facere. Sed non transeat dyameter .*bd*. per punctum .*t*.; oportet ut transeat aut inter .*ct*., | aut inter .*ta*.: transeat primum inter .*ct*. : copulabo quidem rectas .*bt*. et .*td*.; et erit quadrilaterum .*tbcd*. ad quadrilaterum .*tbad*. sicut .*ct*. ad .*ta*., hoc est sicut .*ez*. ad .*zi*.: et ponam rectam .*tk*. equidistantem dyametro .*bd*.; et copulabo rectam .*dk*., et erit quadrilaterum .*kbcd*. equale quadrilatero .*tbcd*.; quod probabitur per ea que dicta sunt; quare erit sicut .*ct*. ad .*ta*., hoc est sicut .*ez*. ad .*zi*., ita quadrilaterum .*kbcd*. ad trigonum .*dak*.: factum est utique propositum. Et si secauerit dyameter .*bd*. inter .*at*., protrahetur á puncto .*t*. recta .*tl*. equidistans dyametro .*bd*.; et copulabitur recta .*dl*.; et erit rursus sicut .*ct*. ad .*ta*., hoc est sicut .*ez*. ad .*zi*., ita trigonum .*dcl*. ad quadrilaterum .*abld*.; quod probabitur per premissa. Et si hoc facere uolumus; super latus .*ab*. ponam .*bl*. ad .*la*. sicut .*ez*. ad .*zi*.; et producam .*dm*. equidistantem recte .*ab*.; et sit .*mn*. ad .*nd*. sicut .*bl*. ad .*la*.; et copulabo rectas .*ln*. et .*nc*. et .*lc*.; et ponam .*no*. equidistantem .*lc*.; et copulabo .*ol*.; et erit quadrilaterum .*ob*. ad quadrilaterum .*oa*. sicut .*bl*. ad .*la*., hoc est sicut .*ez*. ad .*zi*.; quod etiam probabitur per premissa: et si á puncto .*l*. equidistans linee .*ab*. non ceciderit infra quadrilaterum .*ac*., protraham lineam .*cp*. equidistantem linee .*ab*.; et ponam .*cq*. ad .*qp*. sicut .*bl*. ad .*la*.; et copulabo rectam .*lq*. et .*dq*. et .*ld*.; et per punctum .*q*. ponam rectam .*qr*. equidistantem linee .*dl*.; et copulabo rectam .*lr*. ; et erit quadrilaterum .*lbcr*. ad quadrilaterum .*alrd*. sicut .*bl*. ad .*la*., hoc est sicut .*ez*. ad .*zi*.; quod probabitur per premissa.

Verum si quadrilaterum aliquod in plures partes, et in proportiones datas diuidere uis, qualiter hoc fieri debeat, ostendamus. Adiaceat quadrilaterum .*abcd*.; et in ipso protrahatur recta .*dg*. equidistans lateri .*ab*. ; et proportiones date sint .*ez*. *it*. : in quibus proportionibus diuidam latus .*ba*. in puncta .*k*.*l*., hoc est sicut .*ez*. ad .*zi*., ita .*bk*. ad .*kl*.; et sicut .*zi*. ad .*it*., ita .*kl*. ad .*la*.: in quibus etiam proportionibus diuidam rectam .*dg*. super puncta .*m*.*n*.; et copulabo rectas .*km*. *ln*. *cm*. et .*cn*. et .*ck*. et .*cl*.; et per punctum .*m*. ducam rectam .*mo*. equidistantem recte .*kc*.; et per punctum .*n*. ducam rectam .*np*. equidistantem recte .*cl*.; et copulabo rectas .*ko*. et .*lp*., que diuidunt totum quadrilaterum .*ac*. in proportiones datas. Quod sic probatur. Quia est sicut .*bk*. ad .*kl*., ita .*gm*. ad .*mn*.; et sicut .*kl*. ad .*la*., ita .*mn*. ad .*nd*. Erit sicut .*bk*. ad .*ka*., ita .*gm*. ad .*md*. ; quare erit sicut .*gm*. |

« equidistantem recte .... sicut .gm. » (fol. 87 *verso*, lin. 31, 32-35, e margine inferiore; pag. 141, lin. 31-34).

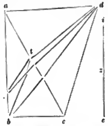


« est sicut .... ad trigonum » (fol. 87 *recto*, lin. 32 e 33; pag. 141, lin. 2 e 3).

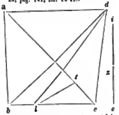
e z i

fol. 87 *verso*.

« aut inter .... Et si secauerit » (fol. 87 *verso*, lin. 1-7 e 8; pag. 141, lin. 5-11).

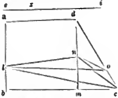


« secauerit dyameter .... ceciderit infra » (fol. 87 *verso*, lin. 7, 8-17 e 18; pag. 141, lin. 11-19).

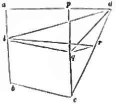


« per premissa .... per premissa » (fol. 87 *verso*, lin. 17-22 e 23; pag. 141, lin. 18-23).

e z i



« datas diuidere .... rectam .mo. » (fol. 87 *verso*, lin. 24-30; pag. 141, lin. 24-30).



fol. 88 *recto*.

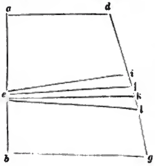
ad *.md.*, ita quadrilaterum *.gk.* ad quadrilaterum *.ma.*: est etiam sicut *.gm.* ad *.md.*, ita trigonum *.gcm.* ad trigonum *.cmd.*; quare coniunctim erit sicut *.gm.* ad *.md.*, ita quadrilaterum *.kbcm.* ad penthagonum *.akmcd.*: sed quadrilatero *.kbcm.* equale est quadrilaterum *.bo.*; quare est sicut quadrilaterum *.kbcm.* ad penthagonum *.akmcd.*, ita quadrilaterum *.bo.* ad quadrilaterum *.ao.* Sed sicut *.gm.* ad *.md.*, ita *.ez.* ad *.zt.* Similiter ostendetur, quadrilaterum *.lo.* ad quadrilaterum *.ld.* esse sicut *.mn.* ad *.nd.*, hoc est sicut *.zi.* ad *.it.*; ergo est sicut *.ez.* ad *.zi.*, ita quadrilaterum *.bo.* ad quadrilaterum *.kp.*; et sicut *.zi.* ad *.it.*, ita *.kp.* quadrilaterum ad quadrilaterum *.ld.* Erit ergo quadrilaterum *.ac.* diuisum in proportiones datas, ut oportebat facere. Et ut hec que necessaria sunt in diuidendis campis perfecte in hoc opere proponantur, quemdam uulgarem modum proponimus. Vt si quadrilaterum *.abgd.* super dimidium lateris *.ab.* diuidere uolumus in duo equa, ponam *.ef.* in medio inter *.ab.* et *.gd.*; et copulabo rectam *.ef.*, que diuidet quadrilaterum *.ag.* in duo equa, si equidistantia fuerint sibi inuicem latera *.ab.* et *.dg.*: que si equidistantia non fuerint, erunt utique quadrilatera *.eg.* et *.af.* inequalia: mensurabo quidem ea inuestigando embada eorum; et sit quadrilaterum *.af.* minus quadrilatero *.ge.* secundum quantitatem perticarum numeri *.h.*; et inueniam longitudinem catheti cadentis ab *.e.* super rectam *.gd.*, qui sit recta *.ei.*, numerum: diuidam siquidem *.h.* per *.ei.*, et proueniat ex diuisione quantitas *.kf.*; et copulabo rectam *.ek.*: dico siquidem, quadrilaterum *.ag.* diuisum esse in duo equa á linea *.ek.* Quod sic probatur: ponam *.lk.* equalem *.kf.*; et copulabo *.el.*; et erit embadum trigonj *.efl.* equale superficiei catheti *.ei.* in lineam *.fk.*; ergo embadum trigoni *.efl.* prouenit ex ducto *.ei.* in lineam *.kf.*: sed ex *.ei.* in *.kf.* prouenerit numerus *.h.*, in quo quadrilaterum *.ebgf.* superhabundat quadrilaterum *.af.*; quare quadrilaterum *.ebgf.* superhabundat quadrilaterum *.af.* secundum quantitatem trigonj *.elf.*: quare si auferatur trigonum *.elf.* ex quadrilatero *.bf.*, remanebit quadrilaterum *.bl.* equale quadrilatero *.af.* Sunt enim et trigona *.ekf.* et *.ekl.* sibi inuicem equalia, cum sint super equas bases, et sub eadem altitudine. Et quoniam cum equalibus equalia addantur, que proueniunt sunt equalia. Equalia erunt quadrilatera *.kb.* et *.ak.* sibi inuicem, ut prediximus. Eodemque modo diuidemus in duo equa quadrilatera similia quadrilatero sequenti *.abcd.*, | quod habet formam fulminis, cuius dyametra minime se se secare possunt: producam primum dyametrum *.db.*; et inueniam embada trigonorum *.abd.* et *.cbd.*: que si equalia inuenero, erit utique quadrilaterum *.abcd.* in duo equa diuisum á linea *.bd.*: que si in equalia fuerint, erit embadum unius eorum maius. Esto quidem maius trigoni *.cbd.* secundum quantitatem numeri *.e.*; protraham quidem á puncto *.d.* super latus *.cb.* cathetum *.dz.*; et ponam superficiem *.dz.* in *.bi.* equalem numero *.e.*; et copulabo rectam *.di.* , que diuidet quadrilaterum *.abcd.* in duas portiones equales, que sunt trigonum *.cdi.*, et quadrilaterum *.abid.*; quod probabitur per ea que diximus in precedenti figura.

Sed si geometrice operari uolumus, copulabo rectam *.ac.*, ut in hac alia cernitur figura; et diuidam eam super punctum *.e.* in duo equa, et copulabo rectam *.be.* Recta uero *.be.* aut transibit per punctum *.d.*, aut non: transeat primum per punctum *.d.* Dico, quadrilaterum *.abcd.* diuisum esse in duo equa á linea *.db.*; quod sic probatur: trigona quidem *.abe.* et *.ebc.* sibi inuicem sunt equalia, nec non et trigonum *.aed.* equale est trigono *.ced.* Vnde si ab equalibus equalia auferamus, que remanebunt,

« quadrilaterum .... perticarum » (fol. 88 *recto*, lin. 10-19; pag. 142, lin. 8-16).

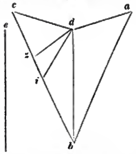


« numeri *.h.* .... *.af.* secundum » (fol. 88 *recto*, lin. 20-28; pag. 142, lin. 16-24).

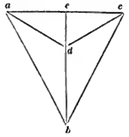


fol. 88 *verso*.

« quod habet .... quadrilaterum » (fol. 88 *verso*, lin. 1-9; pag. 142, lin. 29-37).



« et copulabo .... per punc|tum » (fol. 88 *verso*, lin. 13-20 e 21; pag. 142, lin. 39 — pag. 143, lin. 3).

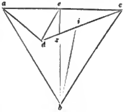


erunt equalia; ergo extracto trigono *.aed.* ex trigono *.aeb.*, et trigonum *.ced.* ex trigono *.ceb.*, remanebunt trigona *.abd.* et *.cdb.* sibi inuicem equalia, ut predixi. Sed non transeat recta *.eb.* per punctum *.d.*; secabit ergo unum ex lateribus *.ad.* uel *.cd.*: secet quidem latus *.cd.* super punctum *.z.*; et copuletur recta *.ed.*; et iaceat *.dz.* ad *.zi.* sicut *.bz.* ad *.ze.*; et copuletur recta *.bi.* Dico si quidem, quadrilaterum *.abcd.* diuisum esse in duo equa á linea *.bi.*; quod sic probatur. Quoniam trigonum *.ezd.* et *.biz.* circa equales angulos, qui ad *.z.*, contraria patiuntur latera, hoc est quod sunt mutue proportionis, ipsa trigona sibi inuicem sunt equalia. Est enim sicut *.bz.* ad *.ze.*, ita *.dz.* ad *.zi.* Comune adiungatur trigonum *.cez.*, erunt duo trigona *.cez.* et *.biz.* equalia trigono *.ecd.*; sed trigono *.ecd.* equale est trigonum *.aed.*; ergo trigona *.cez.* et *.izb.* equalia sunt trigono *.ead.*: sunt enim et trigona *.eab.* et *.ebc.* sibi inuicem equalia: quare si ab equalibus auferantur equalia, que remanebunt erunt equalia: auferatur quidem á trigono *.eab.* trigonum *.ead.*, et á trigono *.ebc.* auferantur trigona *.cez.* et *.izb.*, remanebunt quadrilaterum *.abzd.*, et trigonum *.edz.* equalia trigono *.cib.*: sed trigono *.edz.* equale est trigonum *.biz.*; quare quadrilaterum *.abid.* equale est trigono | *.cbi.*, ut predixi.

Incipit de diuisione figurarum plurium laterum.

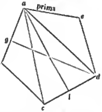
Si Penthagonum equilaterum et equiangulum ab aliquo angulorum dato in duo equa secare desideras, lineam ab ipso angulo super dimidium lateris sibi oppositi protrahe. Verbi gratia: sit datum penthagonum equilaterum et equiangulum *.abcde.*; et datus angulus sit *.a.*; super dimidium quidem lateris *.cd.* lineam *.af.* protrahe. Dico, penthagonum *.abcde.* diuisum esse in duo equa á linea *.af.*; quod sic probatur: copulabo rectas *.ac.* et *.ad.*, et erunt trigona *.abc.* et *.aed.* sibi inuicem equalia et equiangula. Sunt enim et trigona *.afc.* et *.afd.* equalia; quare quadrilaterum *.abcf.* equale est quadrilatero *.aedf.*: diuisum est ergo penthagonum *.abcde.* ab angulo *.a.* dato á linea *.af.*; quod oportebat facere. Ex hoc ergo manifestum est, quod cum in penthagono equilatero et equiangulo super dimidium cuiuslibet lateris dirigatur linea ad angulum respicientem ipsum latus, quod ipsa linea diuidet penthagonum in duo equa. Et si á puncto *.g.* dato super latus *.ab.* eundem penthagonum in duo equa diuidere uis, considera si punctus *.g.* erit in medio lateris *.ab.*; quia tunc protrahenda erit recta á puncto dato *.g.* ad angulum *.d.*; et erit recta *.gd.* diuidens penthagonum *.abcde.* in duo equa. Et si punctus datus fuerit inter *.a.g.* puncta, qui sit *.h.*, ut in secunda cernitur figura; tunc diuidam penthagonum á linea *.af.* in duo equa, et copulabo rectam *.hf.*, cui protraham equidistantem lineam *.ai.*; et copulabo rectam *.hi.*, que diuidit penthagonum *.abcde.* in duo equa; quod sic probatur. Quoniam trigona *.hfa.* et *.hfi.* sunt inter duas equidistantes, et super eandem basim *.hf.*; ideo sibi inuicem sunt equalia: si communiter addatur quadrilaterum *.hbcf.*, erit quadrilaterum *.hbci.* equale quadrilatero *.abcf.*: sed quadrilaterum *.abcf.* est dimidium penthagoni *.abcde.*; quare et quadrilaterum *.hbci.* erit dimidium penthagonj *.abcde.* Sed non sit penthagonum datum equilaterum et equiangulum, ut penthagonum *.abgde.*; et uolo ipsum diuidere in duo equa; producam rectam *.eg.*; et super dimidium ipsius ponam punctum *.z.*, á quo diuidam quadrilaterum *.abge.* in duo equa á linea *.zi.*; et copulabo rectam *.zd.*, que etiam diuidit trigonum *.egd.* in duo equa: recta quidem *.zd.* aut est

« punctum *.d.* .... *.ecd.* sed » (fol. 88 *verso*, lin. 20, 21-28; pag. 143, lin. 3-10).

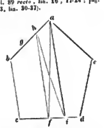


fol. 89 *recto*.

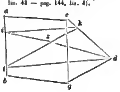
« lateris *.cd.* .... ipsa linea » (fol. 89 *recto*, lin. 6-13; pag. 143, lin. 21-28).



« recta á puncto .... quadrilaterum *.hbci.* » (fol. 89 *recto*, lin. 16, 17-24; pag. 143, lin. 30-37).

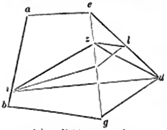


« *.zd.* aut est .... copulabo rectam » (fol. 89 *recto*, lin. 32-35; pag. 143, lin. 43 — pag. 144, lin. 4).



fol. 89 *verso.*

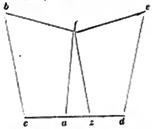
« que etiam .... erit penthagonum » (fol. 89 *verso*, lin. 2-8; pag. 144, lin. 5-10).



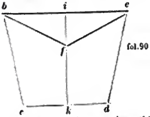
« perdu[cere diuisionem .... ad rectos angulos » (fol. 89 *verso*, lin. 10, 11-17; pag. 144, lin. 12-18).



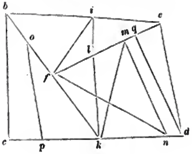
« super latus .... penthagonum *.bcdef.* » (fol. 89 *verso*, lin. 18-24 ; pag. 144, lin. 18-24).



« copula]bimus *.be.* ....inuicem equalia » (fol. 89 *verso*, lin. 26, 27-32; pag. 144, lin. 26-31).



« *.km.* que .... sectiones equales » (fol. 89 *verso*, lin. ultima, e margine inferiore; pag. 144, lin. 33 e 34).



in directo recte *.zi.*, aut non: esto primum una earum in directo alterius, ut in hac tertia cernitur figura: et erit manifestum quod linea *.i.d.* diuidet penthagonum *.abgde.* in duo equa: quod etiam si á puncto *.t.* dato super rectam *.ab.* ipsum penthagonum diuidere uis, copulabo rectam | *.td.*; et ipsi ponam ei ȩquidistantem rectam *.ik.*, et copulabitur *.tk.*; que etiam diuidet idem penthagonum in duo equa: demonstratio est eadem ut supra. Sed non sit recta *.zd.* in directo *.zi.*; copulabo quidem rectam *.id.*; et ponam ei equidistantem rectam *.zl.*; et copulabo rectam *.il.*; que etiam diuidet penthagonum *.abgde.* in duo equa. Probatio. Recte quidem *.iz.* et *.zd.* diuidunt penthagonum *.abgde.* in duas portiones equales: et sunt trigona *.idz.* et *.idl.* sibi inuicem equalia: quibus si addatur quadrilaterum *.ibgd.*, erit penthagonum *.ibgdl.* equale penthagono *.ibgdz.*, hoc est dimidio penthagoni *.abgde.*, ut oportet: et sic secundum hunc modum possumus perducere diuisionem super omne latus penthagoni, et ab omni puncto dato super ipsum; nec non et poterimus in plures partes diuidere eum per ea que dicta sunt. Nam si rectam *.eg.* in tres equas partes diuiserimus; et per puncta sectionum in equas partes diuiserimus quadrilaterum *.abge.*, et trigonum *.egd.*; et deinceps processerimus ordine demonstrato, habebimus optatum. Et si penthagonum habuerit formam mitrȩ, ut penthagonum *.bcdef.*, protrahemus ad rectos angulos super latus *.cd.* lineam *.fa.*; et inuestigabo embadum quadrilateri *.bcaf.*, nec non et quadrilateri *.fade.*: que si inuenero esse equalia, erit utique penthagonum *.bcdef.* diuisum in duo equa á linea *.af.* Si autem embada eorum in equalia fuerint, sit maius eorum embadum quadrilateri *.ae.* secundum quantitatem numeri *.g.*; et ponam superficiem *.fa.* in *.az.* equalem numero *.g.*; et copulabo rectam *.f.z.*; et erit embadum trigoni *.faz.* quantitas medietatis numeri *.g.*: quare linea *.fz.* diuidit penthagonum *.bcdef.* in duo quadrilatera equalia, que sunt *.bczf.* et *.fzde.*; et hoc fit secundum uulgarem modum. SED si geometrice hoc operari uolumus, copulabimus *.be.*, et diuidemus *.be.* in duo equa super punctum *.i.*, ut in hac alia cernitur figura: et diuidemus quadrilaterum *.bcde.* in duo equa á linea *.ik.*; que si transierit per punctum *.f.*, diuiditur per lineam *.fk.* penthagonum *.bcdef.* in duo equa; quia si ex quadrato *.bcki.* auferamus triangulum *.bif.*; et á quadrilatero *.ikde.* auferamus triangulum *.ief.*, remanebunt quadrilatera *.fc.* et *.fd.* sibi inuicem equalia.

Et si recta *.ik.* secat latus *.ef.* super punctum *.l.*, ut in hac ultima figura cernitur. Ponam *.ml.* ad *.lf.* sicut *.il.* ad *.lk.*; et copulabo rectam *.km.*, que diuidet penthagonum *.bcdef.* in duas sectiones equales, | quarum una erit quadrilaterum *.mkde.*, alia (fol. 90 r°) penthagonum *.bckmf.*: probatio: copulabo rectam *.if.*, et erunt trigona *.ifl.* et *.kml.* sibi inuicem equalia, cum sit proportio *.ml.* ad *.fl.* sicut *.il.* ad *.lk.*: quare trigonum *.ife.* equale est trigonis *.ile.* et *.klm.*: est enim et trigono *.ief.* equale trigonum *.bif.*; quare trigonum *.bif.* equale est trigonis *.iel.* et *.klm.*: unde si á quadrilatero *.bcki.* auferamus trigonum *.bfi.*; et á quadrilatero *.ikde.* auferamus trigona *.ile.* et *.klm.*, remanebunt quadrilaterum *.bckl.*, et trigonum *.ifl.* equalia quadrilatero *.kdem.*: est enim trigonum *.klm.* equale trigono *.ilf.*; quare penthagonum *.bckmf.* equale est quadrilatero *.mkde.*, ut predixi: quam etiam diuisionem perducemus á puncto *.f.*, si copulauerimus *.fk.*, et ponemus *.ei.* equidistantem lineam *.mn.*, et copulauerimus *.fn.*; et sic erunt

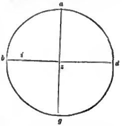
quadrilatera *.bcnf.* et *.fnde.* sibi inuicem equalia: quod etiam penthagonum si in tres equas partes diuidere uolumus, ascidemus á quadrilatero *.bcnf.* tertiam partem cum linea *.op.*; et á quadrilatero *.fnde.* secabimus similiter tertiam partem cum linea *.qd.*; et erit penthagonum *.bcdef.* diuisum in tres equas partes, quarum una est quadrilaterum *.bcpo.*, secunda penthagonum *.opdqf.*, tertia trigonum *.qde.* Et notandum quod si exagonum diuidere nolumus, diuidemus ipsum in duo quadrilatera á linea protracta in ipso, que ponat tria latera eius in unam partem, et reliqua tria in aliam; et super dimidium ipsius lineȩ ponemus punctum, á quo diuidemus utrumque quadrilaterum in duo equa; ut si in exagono *.abcdef.* protraxerimus lineam *.ad.*, diuidet ipsum exagonum in duo quadrilatera, que sunt *.abcd.* et *.adef.*: unde si super dimidium lineȩ *.ae.* posueramus punctum *.g.*; et ab ipso protraxerimus rectas diuidentes utrumque quadrilaterum in duo equa; et deineeps immitati fuerimus ea que dicta sunt superius, poterimus ipsum exagonum eum linea una in duo equa diuidere; nec non et poterimus permutare sectiones ab omni puncto dato super aliquod ex lateribus eius; nec non, si secundum hoc processerimus in reliquis figuris plurium laterum, poterimus ad notitiam diuisionis ipsarum sauissime peruenire.

Incipit de diuisione circulorum, et eorum partium.

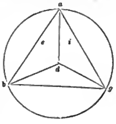
Si circvlvm aliquem in duo equa secare uolumus, per lineam protractam á puncto dato super periferiam eius, aut extra circulum, ipsum punctum cum centro copula; et ipsam rectam usque ad periferiam ducere studeas; Verbi gratia: | Esto datus circulus *.abgd.*; et extra ipsum sit datus punctus *.e.*, et sit *.z.* centrum circulj; copulata quidem recta *.ez.*, et emissa usque in punctum *.g.*, erit recta *.ag.* dyameter circulj *.abgd.* Nam dyameter circulj est recta per centrum ducta: et in utraque parte periferiȩ terminata. Ducitur quidem recta *.ag.* per centrum *.z.*; ergo dyameter est *.ag.*; quare semicirculus est unaqueque portionum *.abg.* et *.adg.*: diuisus est ergo circulus *.abgd.* á recta protracta á puncto *.e.* dato extra circulum. Et si infra circulum punctus datus fuerit *.i.*, copulabo rectam *.iz.*, et ducam eam in utramque partem in puncta *.b.d.*; et erit recta *.bd.* dyameter circuli, qui secat circulum *.abgd.* similiter in duo equa. Et si circulum aliquem in tres partes diuidere uolumus, constituemus in ipsum trigonum equilaterum *.a.b.g.*; et centrum circulj sit *.d.*; et copulabimus rectas *.da. db. dg.*, que diuident circulum *.abg.* in tres equas partes, quarum una est sector *.dab.*, secunda est sector *.dbg.*, tertia quoque est sector *.dga.* Verbi gratia: quia equales sunt recte *.ab. bg. ga.*, equales erunt arcus *.ab. bg. ga.*; quia equales recte in equalibus circulis equales arcus subtendunt. Sunt enim á centro sibi inuicem equales recte *.da. db. dg.*; et anguli qui ad *.d.* sibi inuicem sunt equales: quare sectiones *.e.z.i.* sibi inuicem sunt equales: diuisus est ergo circulus *.abg.* in tres sectiones equales, ut oportet. Et si in plures partes ipsum á centro diuidere uis, in tot equales partes periferiam ipsius circulj diuide, quot partes ex eo facere uolueris; et puncta ipsarum sectionum cum centro copulare studeas, et peruenies ad optata.

fol. 90 *verso.*

« Esto datus .... unaqueque portionum » (fol. 90 *verso*, lin. 1-6; pag. 145, lin. 20-25).

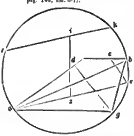


« et centrum .... in plures » (fol. 90 *verso*, lin. 13-20; pag. 145, lin. 30-37).

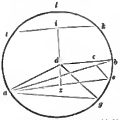


Si uero circulum per lineas equidistantes in tria diuidere uolumus, hoc sine labore maximo fieri non posse cognosce; tamen qualiter hoc secundum propinquitatem fieri debeat, demonstrabo. Ponam primum in circulo *.abg.* rectam *.ag.*, que sit latus trigoni equilateri cadentis in ipso; quare periferia *.ag.* erit tertia pars periferiȩ totius circulj

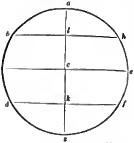
« contenta sub .... recta .ab. » (fol. 90 *verso*, lin. ultima, e margine inferiore; pag. 146, lin. 6-7).



« portio .tkl. .... sibi inuicem » (fol. 91 *recto*, lin. 9-16; pag. 146, lin. 14-21).

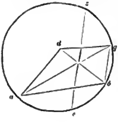


« ad angulos .... dato circulo » (fol. 91 *recto*, lin. 34, 35, e margine inferiore; pag. 146, lin. 36-38).



fol. 91 *verso*.

« .abg., cuius .... tertia pars » (fol. 91 *verso*, lin. 1-6; pag. 146, lin. 38-43).



.abg.; et ponam á centro *.d.* rectam *.db.* equidistantem recte *.ag.*, et copulabo rectas *.da. dg. ab.* et *.bg.*, et erunt trigona *.dag.* et *.bag.* sibi inuicem equalia: quibus si addatur augmentum comune portionem circulj contempta sub recta *.ag.*, et arcu *.ag.*; erit figura contempta sub rectis *.ba.* et *.bg.*, et arcu *.ag.* equalis sectori *.dag.*, qui est tertia pars circulj; quare figura contenta sub rectis *.ba·* et *.bg.*, et arcu *.ag.* tertia pars est circulj *.abg.*: cui addatur portio circulj contenta sub recta *.bg.*, et arcu fol. 91 r° *.bg.*, erit portio circulj contenta sub recta *.ab.*, | et periferia *.agb.* plus tertię partis circulj *.abg.* secundum quantitatem portionis *.bg.*: quare inueniam embadum portionis contencta sub recta *.bg.*, et periferia *.bg.*; et diuidam duplum super rectam *.ab.*, et parum plus ex hoc quod prouenerit minuam ex periferia *.bg.*; et sit illud arcus *.be.*; et copulabo rectam *.ae.*, et erit secundum propinquitatem portio *.age.* tertia pars circuli *.abg.* De inde super rectam *.ae.* protraham á centro *.d.* cathetum *.dz.*, et perducam eam in *.i.*, et sit recta *.di.* equalis rectę *.dz.*; et per punctum *.i.* protraham rectam *.tk.* equidistantem recte *.ae.*; et erit portio *.tkl.* equalis portiooi *.abe.* Reliquum uero, quod cootinetur sub rectis *.ae.* et *.tk.*, et arcubus *.ke. et. at.*, erit alia tertia pars; quod sic probatur. Ducam á puncto *.e.* super lineam *.ab.* cathetum *.ec.*; et sit illud quod prouenit ex diuisione dupli embadi portionis *.bg.* in rectam *.ab.*; et copulabitur recta *.eb.*, et erit trigonum *.abe.* equalis portionis circulj *.bg.*: quare cum auferatur trigonum *.abe.* ex circulj portione *.agb.*, remaoebit portio *.aeg.* tertia pars circulj *.abg.*: et quia recte *.tk.* et *.ae.* equidistantes sunt, et equaliter distant á centro, sibi inuicem equales sunt. Et quoniam equalis est recta *.tk.* recte *.ae.*, ipse due recte ab eodem circulo equales sectiones auferunt, ut in tertio libro EVCLIDIS panditur: equalis est ergo portio *.tkl.* portioni *.aeg.*; quare tertia pars est sectio *.tkl.*; residuum uero quod continetur inter equidistantes *.tk.* et *.ae.* rectas, et arcus *.ek.* et *.at.* erit reliqua tertia pars, ut oportet. Et ut hec prontius haberentur, quam subtilius potui, inuestigaui proportionem rectę *.dz.* ad semidyametrum circulj: et inueni, eam esse secundum propinquitatem sicut .9. ad. 34.: unde cum aliquem circulum in tres equas partes cum equidistautibus rectis diuidere uoluerimus, dyametrum circulj inuenire studebimus; et eius medietas in proportiooe dicta, cum ab utraque parte circulj ceutri diuisa fuerit, et per sectiones proportionum rectas ad rectos angulos duxerimus, diuidemus utique circulum in tres equas partes.

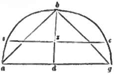
Similiter si circulum *.abgde.* in quatuor equas partes diuidere uolumus, dyametros *.az.* et *.ge.* super centrum circulj *.c.* ad rectos angulos secare faciam; deinde semidyametrum *.cz.* super punctum *k.* diuidam; et sit proportio *.ck.* ad *.cz.* sicut .611. ad .1512.: et ponam rectam *.cl.* equalem recte *.ck.*; et per puncta *.l.k.* producam rectas *.bh.* et *.df.* secantes dyametrum *.az.* ad angulos rectos, erit unusquisque semicirculorum secundum propinquitatem diuisus in duo equa. Et si inter duas equidistantes á dato circulo | *abg.*, cuius centrum sit *.d.*, datam partem, que sit tertia, auferre uolumus, pooam rectam *.ab.* latus trianguli equilateri cadeotis in circulu *.abg.*; et per centrum *.d.* ponam ei equidistantem rectam *.dg.*, et copulabo rectam *.bg.*; et diuidam periferiam *.ab.* in duo equa super punctum *.e.*, et protraham rectam *.ez.* equidistantem recte *.bg.* Dico quod figura conteocta snb rectis *.bg.* et *.ez.*, et arcubus *.eb.* et *.gz.* tertia pars est circulj *.abg.* PROBATIO: protraham rectas *.da.* et *.db.* et *.ag.*; et erunt trigona

.*gab*. et .*dab*. equalia: quibus cum in comune additur portio .*abe*., erit figura contencta sub rectis .*ga*. et .*gb*., et arcu .*aeb*. equalis sectori .*daeb*., qui est tertia pars circulj .*abg*.; ergo figura contencta sub rectis .*ga*. et .*gb*., et arcu .*aeb*. est tertia pars circulj .*abg*.: et quia recte .*bg*. et .*ez*. equidistantes sunt, erunt arcus .*eb*. et .*gz*. equales. Sed arcui .*eb*. equalis est arcus .*ae*.; ergo et arcus .*ae*. equalis est arcui .*gz*.: comune addatur arcus .*bg*., erit quidem arcus .*aebg*. equalis arcui .*ebgz*.; quare portio circulj .*ezgb*. equalis est portioni circulj .*agbe*.: comuniter auferatur portio contencta sub recta .*bg*., et arcu .*gb*., remanebit figura contencta sub rectis .*gb*. et .*ez*., et arcubus .*be*. et .*gz*. equalis tertie parti circulj, scilicet figure contencte sub rectis .*ga*. et .*gb*., et arcu .*aeb*.; quod oportebat ostendere. Ostendam rursus quomodo auferatur á circulo dato qualiscunque pars data per circulum equidistantem ei. Sit datus circulus .*abcd*. super centrum .*e*., uolo á circulo .*abcd*. auferre partem datam, que sit tertia per circulum equidistantem ei: protraham dyametrum .*ag*.; et ponam quadratum lineę .*ae*. triplum quadrati lineę .*ez*.; et centro quidem .*e*. spatio .*ez*. circinabo circulum .*zit*. Dico: á dato circulo .*abcd*. secta est tertia eius, que est circulus .*zit*. Probatio. Quoniam .*ea*. recta dimidium est dyametri .*ag*., erit quadratum dyametri .*ag*. quadruplum ex quadrato lineę .*ae*.: propter eandem ergo et quadratum lineę .*zt*. est quadruplum quadrati lineę .*ez*.; quare est sicut quadratum lineę .*ea*. ad quadratum lineę .*ez*., ita quadratum dyametri .*ag*. ad quadratum dyametri .*tz*.: sed sicut quadratum dyametri .*ag*. ad quadratum dyametri .*tz*., ita circulus .*abcd*. ad circulum .*zit*.: sunt enim circulj ad se inuicem sicuti ad quadrata dyametrorum; ut in duodecimo EVCLIDIS monstratum est: quare erit sicut quadratum lineę .*ea*. | ad quadratum lineę .*ez*., ita circulus .*abcd*. ad circulum .*zit*.: est enim quadratum lineę .*ea*. triplum quadrati lineę .*ez*.; quare circulus .*abcd*. triplus est circulj .*zit*.; et sunt ambo circulj equidistantes, cum uuum habeant centrum. Secta est ergo á circulo .*abcd*. tertia eius pars per circulum .*zit*. equidistantem ei; quod oportebat facere. fol. 92 recto.

Incipit De diuisione portionum circulorum.

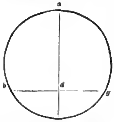
Si SEMICIRCVLVM .*abg*. in duo equa secare uis; diuide rectam .*ag*. in duo equa super punctum .*d*.; et a puncto .*d*. ad rectos angulos rectam protrahe .*db*. Dico, diuisum esse semicirculum .*abg*. in duo equa á recta .*db*. Probatio: productis rectis .*ba*. et .*bg*., erunt trigona .*bdg*. et .*bda*. sibi inuicem equalia; est enim latus .*ad*. lateri .*dg*. equale: et in comuni iacet recta .*bd*.; nec non et anguli ad .*d*. sunt recti; quare recta .*bg*. equalis est recte .*ba*.; equales uero recte equales sectiones auferunt; quare sectio .*bg*. sectioni .*ba*. equalis est. Sunt et trigona .*bdg*. et .*bda*. equalia; quare sectio .*bdai*. sectioni .*bdge*. est equalis: diuisum est ergo semicirculum .*abgd*. in duo equa; quod oportebat facere. Et si ipsum cum recta equidistante basi .*ag*. diuidere uis; semidyametrum .*bd*. super punctum .*z*. diuide: et sit .*dz*. ad .*zb*. sicut .611. ad .1512.: et per punctum .*z*. protrahe rectam .*ei*., que diuidet similiter semicirculum .*abg*. in duo equa; que habentur ex his que diximus in diuisione circulj in quatuor partes.

« recte equales . . . . et sit » (fol. 92 recto, lin. 12, 13-17; pag. 147, lin. 24-26).

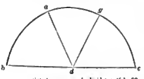


Et si portio circuli, siue sit minor, siue maior semicirculo, in duo equa diuidere uis, simili modo super dimidium cordę eius sagittam protrahe: uerbi gratia: sit data portio maior semicirculo .*abg*.; et super dimidium cordę ipsius sagittam .*da*. pro-

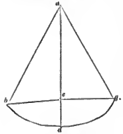
a Et si portio .... .d.; deinde a (fol. 92 *recto*, lin. 21-29; pag. 147, lin. 41 — pag. 148, lin. 5)



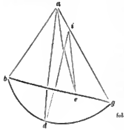
c equales sunt .... duabus rectis a (fol. 92 *recto*, lin. ultima, e margine inferiore; pag. 148, lin. 9 e 10).



a sint, ipsos .... .ed. diuidat a (fol. 92 *verso*, lin. 2-12, pag. 148, lin. 11-20).



a recta .ea. .... *Explicit distinctio* a (fol. 92 *verso*, lin. 14-22; pag. 148, lin. 21-30).



trahe: et erit portio circuli *.abd.* equalis portioni *.adg.*; quod probabitur per ea que dicta sunt in semicirculo: et si á puncto *.d.* ad rectos angulos protraxerimus rectam *.dc.* super cordam *.bg.*, diuidetur utique in duo equa portio circuli *.bcg.*, que est minor semicirculo. Rursus si semicirculum *.abc.* in tria equa diuidere uis, rectam *.bc.* in duo equa partire super punctum *.d.*; deinde arcum *.bac.* in tria equa diuide super puncta *.a.g.*; et copulabis rectas *.da. dg.*, que diuident semicirculum *.abc.* in tres equas sectiones. Probatio. Quoniam semicirculus est portio *.abc.*, erit utique punctus *.d.* centrum circuli, cuius medietas est semicirculus *.abc.*; quare recte *.db. da. dg. dc.* sibi inuicem sunt equales: et quia arcus *.ba.* et *.ag.* et *.gc.* sibi inuicem equales sunt, erit fol. 92 v° sector una queque figurarum contentarum sub duabus rectis, | et arcu predictis; quare cum sub equalibus rectis, et sub equalibus arcubus sint, ipsos sectores sibi inuicem equales esse necesse est: diuisus est ergo semicirculus in tres sectores equales, que sunt *.dab.*, et *.dag.*, et *.dgc.*; quod oportebat facere. Et si figuram aliquam contenctam sub duabus rectis, et arcu periferię in duo equa diuidere uis, ut trigonum *.abdg.*, cuius duo latera *.ab.* et *.ag.* sunt recta; reliquum uero latus *.bdg.* sit arcus circuli. Copulabo primum rectam *.bg.*, et diuidam ipsam in duo equa super punctum *.e.*, á quo protraham rectam *.ae.*; deinde super rectam *.bg.*, et á dato puncto in ipsam *.e.* protraham ad rectos angulos rectam *.ed.* Recte *.ae.* et *.ed.* aut sunt in directo sibi inuicem, aut non: si fuerint in directo, diuisa erit figura *.abdg.* in duo equa á linea *.ad.*, cum recta *.ae.* diuidat rectilineum trigonum *.abg.* in duo equa; et recta *.ed.* diuidat portionem circuli *.bdg.* in duo equa. Sed non sit in directo recta *.ed.* recte *.ea.*, ut in hac alia cernitur formula. Copulabo tunc rectam *.ad.*; et per punctum *.e.* protraham rectam *.ei.* equidistantem recte *.ad.*; et copulabo rectam *.ai.*, que diuidet totam figuram *.abdg.* in duo equa. Probatio. Quoniam recte *.ad.* et *.ei.* equidistantes sunt, et in eis sunt trigona *.dai.* et *.dea.*, super basim *.da.* ipsa trigona sibi inuicem equalia sunt: quibus addita in comuni figura contencta sub rectis *.ab.* et *.ad.*, et arcu *.db.*, erit figura conteneta sub rectis *.di.* et *.ia.* et *.ab.*, et arcu *.db.*, equalis figure contencte sub rectis *.de.* et *.ea.* et *.ab.*, et arcu *.bd.*; que figura continet dimidium trianguli *.abdg.*, ut oportebat facere.

Explicit distinctio quarta de diuisione camporum inter consortes.

Incipit quinta de radicibus cubicis inueniendis.

Cum Secundum promissa in huius operis principio de radicibus cubicis oporteat me tractare, de quibus in libro abbaci tractatum inserui spetialem: duxi eundem presentialiter rescribendum, ut continuantis distinctionibus suprascriptis ad finem eiusdem operis possim facilius peruenire.

Cubus quidem numerus est, qui surgit ex multiplicatione trium equalium numerorum, uel ex aliquo quadrato numero in suam radicem ducto. Vt .8. et .27., nam .8. surgunt ex multiplicatione de .2. in .2. ducta in .2., uel ex multiplicatione quaternarij in suam radicem, scilicet in .2., et 27 surgunt ex tribus ternarijs, uel ex nouenario ducto in suam radicem, que est .3. Nam radix cubica octonarij est .2.; et radix cubica de .27. et .3.; et sic intelligas de reliquis cubis numeris, et eorum radicibus: reliqui autem numeri, qui fol. 93 r° cubi non sunt, radices | cubicas in numeris habere non possunt: unde radices ipsorum cubice dicuntur surde. Nam qualiter secundum propinquitatem radix cubica cuiusuis nu-

meri reperiri ualeat, demonstrabo. Sed primum, unde modus reperiendi has radices procedat, uolo presentialiter demonstrare. Cvm itaque linea diuisa in duas partes fuerit: erunt cubi ipsarum portionum cum triplo multiplicationis quadrati unius cuiusque sectionis in alia equales cubo totius lineę. Verbi gratia: sit linea *.ab.* ut libet diuisa super punctum *.g.* Dico, cubos portionum *.ag.* et *.gb.* cum triplo quadrati portionis *.ag.* in *.gb.*, et cum triplo quadrati portionis *.bg.* in *.ga.* equales esse cubo totius lineę *.ab.*; quod uideatur in numeris: sit tota *.ab.* 5.; et *.ag.* sit .3., remanebit *.gb.* .2.; quarum portionum cubi sunt .27. et .8.: quibus insimul iunctis faciunt .35.; et ex triplo quadrati de 3 in 2 ueniunt .54.; et ex triplo quadrati de .2. in .3. ueniunt .36.; et sic habentur in summa .125., scilicet cubus quinarij, scilicet lineę *.ab.* Nam .5. est radix cubica de .125.; quia ductis 5. in se faciunt .25.; quibus ductis in .5. faciunt .125. Et cum super hanc diffinitionem diutius cogitarem: inueni hunc modum repperiendi radices, secundum quod inferius explicabo. Sed primum uolo demonstrare quomodo secundum hanc diffinitionem debeat quilibet numerus cubicari, ut si uis cubicare .12., accipe cubum de .10., et cubum de .2., in quibus portionibus sint .12. diuisa, erunt .1008.; super que adde triplum quadrati de 10 ductum in .2., et triplum quadrati de .2. ductum in .10., scilicet 600 et 120, erunt in summa .1728., que sunt cubus de .12.: et sic potes operari in cubicatione cuiusque uis numeri. Vnde reuertatur ad inuentionem radicum cubicarum quorumlibet numerorum. Sed primum sciendum est, qui sunt numeri cubi, qui fiunt á numeris primi gradus. Nam cubus unitatis est .1., binarij .8., ternarij .27., quaternarij .64., quinarij .125., sexnarij 216., septenarij .343.,optonarij .512., nouenarij .729., et cubus itaque decenarij .1000.; quibus per ordinem cordetenus cognitis; scias quod radix cubica numerorum unius et duarum et trium figurarum est una figura; quattuor uero figurarum et quinque et sex radix cubica est numerus duarum figurarum. Septem autem figurarum et otto et nouem radix est numerus trium figurarum: et sic semper deinceps crescendo unam, uel duas, uel tres figuras numero in eius radice crescet una figura tantum: his itaque intellectis, oportet docere qualiter inueniatur differentia, que est inter aliquem | cubum numerum, et suum sequentem; multiplicabis itaque radicem unius per radicem alterius; et quod prouenerit, triplicabis, et summe addes .1., quod prouenit ex cubicatione unitatis, in qua radix maioris cubi superhabundat radicem minoris: uerbi gratia: uolo scire quantum addit cubus, qui fit á .3., super cubum qui fit á .2.: multiplicationem itaque de .2. in .3. triplica, erunt .18.; quibus adde .1., erunt .19. pro differentia quesita: que .19., si addantur super cubum, qui fit á binario, scilicet super .8., uenient .27., scilicet cubus, qui fit á ternario: his explicatis, ut inueniatur radix de .47., secundum propinquitatem accipe maiorem radicem, quam habent .47. in integris, et est .3.; quorum cubum, scilicet .27., extrahe de .47., remanent .20.; ergo radix cubica de .47. est .3., et remanent .20. Que .3. sit linea *.ab.*; et proportionabis .20. ad differentiam, que est inter cubum, qui fit á .3., et cubum, qui fit á .4.; quam differentiam inuenies ex triplo multiplicationis de .3. in .4., uno addito, uel extractione .27. de .64.; que differentia est .37.; ex quibus .20. sunt plus medietate: quare adde $\frac{1}{2}$ super lineam *.ab.*, sitque *.bg.*; et inueniatur cubus numeri *.ag.*; qui sic inuenietur: cubicabo sectiones *.ab.* et *.bg.*, erunt $\frac{1}{8}$ 27; quibus superaddam triplum quadrati numeri *.ab.* in *.bg.*, nec non et triplum quadrati numeri *.gb.* in *.ba.*, hoc est $\frac{1}{2}$ 13 et $\frac{1}{4}$ 2, erunt $\frac{7}{8}$ 42; quibus usque in .47. desunt $\frac{1}{8}$ 4; ergo radix cubica de 47 est $\frac{1}{2}$ 3, et su-

« punctum .g. .... quadra|ti » (fol. 93 recto, lin. 8 e 9; pag. 149, lin. 5-6).



fol. 93 verso.

« que est .... differentiam » (fol. 93 verso, lin. 13 e 14; pag. 149, lin. 37 a 38).



perhabundat $\frac{1}{8}4$; que etiam proportionabis ad numerum, qui uenit ex triplo .*ag*. in .4., que sunt radix sequentis cubi; qui numerus est .42.: ex quibus predicta $\frac{1}{8}4$ sunt quasi decima pars: quare adde uumero .*bg*. $\frac{1}{10}$, que sit .*gd*.; cuins cubus, qui est $\frac{1}{1000}$ cum triplo quadrati .*ag*. ducto in .*gd*., scilicet cum $\frac{3\ \ 6}{4\ 10}3$, nec non et cum triplo quadrati .*gd*. ducto in .*ga*., scilicet cum $\frac{1\ \ 10}{2\ 100}$ extrahe de $\frac{1}{8}4$, remanebunt $\frac{344}{1000}$, que sunt $\frac{43}{125}$: ergo radix cubica de 47 est $\frac{1}{10}\ \frac{1}{2}3$, scilicet $\frac{3}{5}3$, et remanet inde parum plus $\frac{1}{3}$ unius integri: quam tertiam si proportionaueris ad numerum, qui peruenit ex triplo .*ad*. in .4., propius nimirum ad radicem de 47 deuenies. Item si uis inuenire radicem cubicam de 900. Iam scis quia radix eorum quam habent in integrum, cum sint uumerus tertij gradns, est una figura tantum; quam accipe, et est .9., quorum cubus est .729.: quibus extractis ex .900., remanent .171.; et inuenies differentiam, que est á cubo nouenarij in cubo decenarij; que differentia est .271.: proportionare ergo | residua .171. cum .271., ueniunt parum minus de $\frac{2}{3}$, quarum duarum tertiarum cubum, scilicet $\frac{8}{27}$, extrahe de .171., remanebunt $\frac{19}{27}170$.: deinde multiplica triplum quadrati de .9., scilicet .243 per $\frac{2}{3}$, hoc est accipe $\frac{2}{3}$ de 243, erunt .162.; que extrahe de $\frac{19}{27}170$., remanent $\frac{19}{27}8$.: deinde accipe quadratum de $\frac{2}{3}$, erunt $\frac{4}{9}$; quas triplica, ueniet $\frac{1}{3}1$; quem numerum multiplica per .9., uenient .12.; que cum non possint extrahi de $\frac{19}{27}8$., extrahes $\frac{19}{27}8$ de .12., remanent $\frac{8}{27}3$.: diminnta ergo radix de .900. est $\frac{2}{3}9$, et desunt inde $\frac{8}{27}3$., hoc est cubus de $\frac{2}{3}9$ est $\frac{8}{27}903$.: que inuenies si de $\frac{2}{3}9$ facies tertias, scilicet 29., et cubicaueris .29., et eorum cubum per 27. diuiseris, scilicet per cubnm ternarij. Et sic propius ad radicem de .900. uenire uis, multiplica $\frac{2}{3}9$ per 10; et quod prouenerit, triplica; uel triplum de $\frac{2}{3}9$ per 10. multiplica, exibunt .290.; in quibus diuide $\frac{8}{27}3$; et quod prouenerit abice de $\frac{2}{3}9$, et habebis propositum. Rvrsvs si uis inuenire radicem de 2345., iam scis quia radix eorum, quam habent in integrum, est numerus duarum figurarum: quare ultima figura ipsius radicis ponenda est sub secundo gradu; nam que figura ipsa esse debeat, indicabo. Relinque itaque ex 2345 tres figuras, que faciunt tertium: et secundum: et primum gradum, remanent .2.; ex quibus accipe maiorem radicem, quam habent in iutegrum, que est .1., et remanent .1.; quam radicem, scilicet .1., pones sub .4.; et pro uno, quod remanet, pone .1. super .2.; et copulabis ipsum cum .345., eruut .1345.; et sic pro radice de .2345. habentur .10., scilicet .1. in secundo gradu, remanent .1345.; pro quibus antepositum .1. oportet ponere talem figuram sub .5.; que multiplicata per triplum quadrati positę figurę sub .4., nec non et multiplicata eadem posita figura per triplum quadrati ponendę figurę: etiam et cubicata ipsa ponenda figura; et hec omnia extracta cum fuerint de .1345., non remaneat inde ultra triplum multiplicationis totius inuenctę radicis in numerum sequentem in ordine numerorum. Quam figuram inuenire non poteris nisi ex usitato arbitrio; erit enim ipsa figura .3., que posita sub .5., triplicabis quadratum positę figurę, erunt .3., que pones sub tertio gradu; quia cum multiplicatur secundus gradus in se, tertium gradum facit; et multiplicabis posita .3. sub .5. per posita .3. sub .3., erunt .9.; que extrahe ex copulatione de .1. posito super .2. cum sequentibus .3., scilicet de .13., remanebunt .4., que pone super .5. tertij gradns; et triplicabis quadratum positorum trium sub .5., erunt .27., que pones sub secuudo et primo gradu; quia cum primus gradus multiplicat se ipsum, primum gradum facit, uel terminationem in ipso, multiplicabis ipsa .27. per .1. positum sub .4.,| et extrahes ipsam multiplicationem ex copulatione quaternarij positi super .3., et se-

fol. 94 recto.

* quadrati posite .... per posita » (fol. 94 recto, lin. 23-30 e 31; pag. 150, lin. 21-38).

	1	4	8	
1	4	7		
	2	3	4	5
			1	3
		3	2	7

fol. 94 verso.

quentis quaternarij, scilicet de .44., remanent .17. super ipsa .44.; que copulabis cum .5. primi gradus, erunt .175.; de quibus extrahe cubum ternarij positi sub .5., scilicet .27., remanebunt .148., que non excedunt triplum multiplicationis radicis inuenctę, scilicet de .13. in numerum sibi sequentem, scilicet in .14.: ergo radix cubica de .2345. est .13., et remanent .148.: accipe ergo triplum multiplicationis de .13. in .14., et adde .1., erunt .547.: ex quibns 148. sunt parum amplius quartę partis. Quare adde $\frac{1}{4}$ inuenctę radici, erunt $\frac{1}{4}$ 13.: extrahe ergo cubicationem de $\frac{1}{4}$, scilicet $\frac{1}{64}$ ex 148., remanent $\frac{63}{64}$ 147.; et accipe triplum quadrati de 13, erunt .507.; que multiplica per $\frac{1}{4}$, uenient $\frac{3}{4}$ 126; que extrahe de $\frac{63}{64}$ 147., remanent $\frac{15}{64}$ 21. Item accipe triplum quadrati de $\frac{1}{4}$, scilicet $\frac{3}{16}$; et multiplica eas per 13., uenient $\frac{7}{16}$ 2.; que extrahe de $\frac{15}{64}$ 21, remanent $\frac{51}{64}$ 18.: et sic pro radice de 2345. habentur $\frac{1}{4}$ 13., et superhabundat ex eis $\frac{51}{64}$ 18.: quare multiplica triplum de $\frac{1}{4}$ 13. per primum sequentem numerum, scilicet per .14., erunt $\frac{1}{2}$ 556.: in quibus diuide $\frac{51}{64}$ 18., exibit circa $\frac{1}{30}$; qua addita cum $\frac{1}{4}$ 13, reddent $\frac{17}{60}$ 13. pro quesita radice; et sic studeas facere in similibus.

Et si radicem cubicam de 56789. habere desideras; Iam scis per ea que dicta sunt quia radix eorum est numerus duarum figurarum. Quare dimissis tribus primis figuris, radicem reliquarum, scilicet de .56. accipe, eritque .3., et remanent .29.: pone igitur .3. sub secundo gradu, et 29 super .56.; et triplica quadratum positi ternarij, erunt .27., que pone sub quarto et tertio gradu; quia cum secunda figura multiplicatur in se, facit tertium gradum, uel terminantem in ipso: et studeas antepositum ternarium ponere talem figuram que, cum multiplicata fuerit per .27., que sunt in quarto et tertio gradu; et ipsa multiplicatione extracta de .297., scilicet ex multiplicatione predictorum .29. et sequentium .7., remaneat inde numerus qui, cum copulatus fuerit cum sequenti figura, scilicet cum .8., possis ex ipsa copulatione extrahere multiplicationem tripli quadrati ponendę figurę in .3., scilicet in positam figuram; et remaneat inde numerus qui, cum copulatus fuerit cum .9. primj gradus, ualeas inde extrahere cubum ipsius ponendę figurę; et non remaneat inde ultra triplum multiplicationis totius radicis inuenctę in numerum sequentem. Et hanc considerationem habeas in omnj ponenda figura; eritque illa figura .8.; qua posita sub primo gradu, multiplicabis eam per 27., hoc est primo per .2., et postea per 7. Nam ex ductis .8. in .2. ue|niunt .16.; quibus extractis de .29., remanent .13. super ipsis; et ex ductis .8. in .7., ueniunt .56.; quibus extractis de .137., remanent .81. super ipsis: post hec multiplica .8. in se, erunt .64. terminantia in primo gradu; que triplica, erunt .192 similiter terminantia in primo gradu: quare pones ea super suos gradus, scilicet sub tertio, et secundo, et primo; et multiplica ultimam figuram de .192. per .3. posita sub secundo gradu, facient .3. in quarto gradu: quare extrahe eadem .3., scilicet ex ultima figura de .81., remanent .5. super .8.; et multiplica sequentem figuram de .192., scilicet .9. per eadem .3., erunt .27. terminantia in tertio gradu; quia cum secundus gradus multiplicat secundum, tertium gradum facit: quare extrahe .27. de .51., que sunt in tertio gradu, remanent in eisdem gradibus .24.; quibus copulatis cum .8. sequentibus, erunt .248.; ex quibus extrahe multiplicationem figurę primi gradus de .192. in .3. predicta, remanebunt .242.: quibus copulatis cum .9., erunt .2429.: ex quibus extrahe cubum octonarij, scilicet .512., remanebunt .1917. Vel aliter multiplica .8. in se, erunt .64.; que pone sub secundo, et primo gradu; mul-

« .29.: pone .... et non » (fol. 94 *verso*, lin. 21-31; pag. 151, lin. 17-27).

	1			
	2	2		
	8	9		
	8	9	1	
1	3	4	4	
2	9	1	2	7
5	6	7	8	9
			3	8
		2	7	
		1	9	2
			6	4

fol. 95 *recto*.

tiplicans .6. per .8., et extraheus de .242., remanent .194. super ipsis .242.; quibus copulatis cum .9. sequcutibus, faciunt .1919.; ex quibus extrahe multiplicatiunem primę figurę de .64. in .8., scilicet .32., remanebunt similiter .1917., que superhabundant triplum multiplicationis de .38. in .30. Ergo radix cubica de .56789. est .38., et remanebunt inde .1917.; quod residuum addit $\frac{5}{7}$ super predicta .38., et parum amplius.

« quod residuum .... eorumdem » (fol. 95 *recto*, lin. 19, 20-30; pag. 152, lin. 5-14).

```
        1
      3 2
    1 0 5
  4 5 9 5
1 1 3 8 9 6
4 5 6 7 8 9
        7 7
    1 4 7
      1 4 7
        4 9
```

Rvrsvs si uis inuenire radicem de 456789., diuisis primis tribus figuris, radicem reliquarum trium, scilicet de 456., que est .7., pone sub secundu gradu; et residuum, quod est .113., pone super eis; et triplum quadrati de .7., scilicet .147., pone ita ut sint terminantia sub tertio gradu; et studeas inuenire figuram, que ponenda est sub primu gradu ante posita .7. per modum demonstratum; eritque .7., quam pone sub primo gradu: et multiplica ea per .1. de 147., erunt .7.; que extrahe ex .11., que sunt super .45., remanent .4. super quartum gradum; que copula cum .3. sequentibus, faciunt .43.; de quibus tolle multiplicationem eorumdem .7. in .4. de .147., remanebunt .15. super .43.; quibus copulatis cum .7., erunt .157.; ex quibus tolle multiplicationem eorumdem .7. primi gradus in .7., que sunt iu .47., remanebunt .108. super .157.: deinde tripla quadratum septenarij primi gradus, erunt .147. terminantia in primo gradu; que ordinate per suas differentias per .7., que sunt posita sub secundo gradu, secundum quod in diuisione numerorum docuimus, multiplica. Nam ex unu ducto in .7. ueniunt .7.; quibus extractis
fol. 95 *verso*. de .10. remanent .3. | super .9.; et ex .4. ductis in .7. ueniunt .28.; quibus extractis de 38 remanent .10. super .38.; et ex ductis .7. in .7. ueniunt .49.; quibus extractis de .108. remanent .59. super tertium et secundum gradum; quibus copulatis cum .9. primi gradus faciunt .599.; ex quibus extrahe cubum septenarij, scilicet .343., remanent .256.; et sic radix inuenta est .77., et remanent .256.

Adhvc si uis inuenire radicem de 9876343., diuisis siquidem tribus primis figuris, remanent .9876.; quibus positis in aliam partem, eurum radicem inuenias ordine demonstrato, erit .21., et remanebunt inde 615.: pone ergo .21. sub tertio et secundo gradu: cum radix septem figurarum sit numerus figurarum trium; et remanentia .615. pone super .676., ut hic ostenditur; et tripla quadratum de .21., erunt .1323., que ponenda sunt terminantia in tertio gradu, in quo terminatur multiplicatio unitatis in se, que posita est sub secundo gradu: quibus ita positis cadit ultima figura eorum sub sexto gradu: deinde pone .4. ante .21.; que figura inuenitur ex magisterio superius demonstrato; et multiplicabis ipsa 4 per unamquamque figuram ordinate de .1323.; et incipies extrahere .6., que sunt super sextum gradum; quia cum primus gradus sextum multiplicat, sextum gradum facit: ergo multiplicabis .4. per 1, et extrahes de .6., remanebunt .2. super .6.; et .4. per 3, et extrahes de .21., remanebunt .9. super .1.; et 4 per 2, et extrahes de 95., remanebunt .67. super quintum, et quartum gradum; et 4 per 3, et extrahes de .875., remanebunt 663. super quintum, et quartum, et tertium gradum: deinde accipe triplum quadrati de .4., scilicet .48., et pone sub secundo, et primo gradu; et multiplicabis .4. ex ipsis .48. per 2. de 21 positis in radice, erunt 8., que extrahenda sunt de numero terminante in quarto gradu, scilicet de 86.; quia cum secundus gradus multiplicat tertium, quartum gradum facit, remanebunt .78. ex ipsis .86. super quintum, et quartum gradum: et eadem .4. multiplicabis per .1. de .21., erunt .4., que extrabenda sunt de numero terminante in tertio gradu, scilicet de .783.; quia cum secundus gradus

« 615. pone ... et extrahes » (fol. 95 *verso*, lin. 9-20; pag. 152, lin. 27-37).

```
      6
    7 7
    7 8 2
    6 6 3
  2 9 7 9
  6 1 3 3 6
9 6 7 6 5 4 3
        2 1 4
  1 3 2 3
        4 8
```

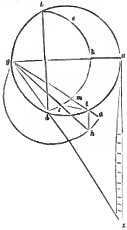
secundum multiplicat, tertium gradum facit, remanebunt .779. super quintum, et quartum, et tertium gradum. Deinde multiplicanda sunt .8., que restant de .48., gradatim per eadem .21.; ergo multiplicabis .8. per .2., erunt .16., que extrahes de numero terminante in tertio gradu; quia cum primus gradus multiplicat tertium, tertium gradum facit, remanebunt .763. super quintum, et quartum, et tertium gradum; et 8 per 1. faciunt 8, que extrahes de numero terminante in secundo, scilicet de .7634.; quia cum primus gradus multiplicat secundum, secundum gradum facit, remanebunt inde .7626. | super fol. 96 recto.
quintum, et quartum, et tertium, et secundum gradum; que copula cum .3., que sunt in primo gradu, erunt .76263.; de quibus extrahe cubum de .4., scilicet 64., remanebunt .76199. super radicem inuentam, que est .214. Eodem modo si radicem alicuius numeri octo, uel nouem figurarum reperire uis; relictis primis figuris: radicem reliquarum per demonstratum modum inuenire studeas; et de inde, copulato residuo earum cum tribus dimissis figuris, facies secundum quod modo fecimus, et inuenies quesitum. Si deus uoluerit: eademque uia et ordine poteris operari in reperiendis radicibus cubicis numerorum decem, uel plurium figurarum.

« ce|ciderint, primus .... ponere inter » (fol. 96 recto, lin. 10, 11-13; pag. 153, lin. 16-19).

Cum inter unitatem, et numerum aliquem duo numeri in proportione continua ceciderint, primus eorum radix cubica ultimi numeri esse in Geometria monstratur aperte. Vnde si geometrice radicem cubicam alicuius numeri inuenire uolumus, oportet nos uti modis antiquorum, per quos docetur ponere inter duas quantitates datas alias duas quantitates; ita ut omnes quatuor quantitates sint in proportione una: et quamuis hoc facili operari non possit; tamen, qualiter hoc fieri debeat, indicemus. Sint due date quantitates .c. et .f. Volumus inter .c. et .f. quantitates duas in continua proportione ponere; et sit .f. maior quam .c. Ponam siquidem circulum .abgd., cuius dyameter .ag. sit equalis quantitati .f.; et ponam in circulo .abgd. lineam .gd. equalem quantitati .c.; et intelligam super semicirculum .adg. semiculunnam esse orthogonaliter erectam, cuius semirotunditas cadat super arcus .adg.: quare dyameter basis columnę cadet super dyametrum .ag.; et eius termini erunt super puncta .a. et .g.: et tunc erigetur super .ag. superficies plana semicolumnę orthogonaliter; et in ipsa circinabo semicirculum .aeg., cuius superficies orthogonaliter erecta est super superficiem circulj .abgd.; et á puncto .a. protraham rectam .az. faciens angulum rectum super rectam .ga., et faciam eam concurrere cum linea .gd. in punctum .z.; et monebo semicirculum .aeg. ex parte .a.; et reuoluam trigonum .zag. super rectam .ag., que sit immobilis in reuolutione sua; et commouebo semicirculum .aeg., stabit immobiliter punctus .g.; et hoc faciam donec arcus .aeg. concurrat cum linea .gz. in superficie columnę in puncto .h.; et erit tunc dyameter semicirculj .aeg. recta .gta.: et copulabo rectam .ht. cadens orthogonaliter super superficiem columnę super arcum .atd., et copulabo rectam .ah.: deinde intelligam, arcum .dkb. signatum esse á puncto .d., cum reuoluitur triangulus .zaig., et cadit punctus .d. super punctum .b. in reuolutione sua; et copulabo rectam .gh., et si|gnabo punctum .l., ubi recta .gh. occurrit arcui .d.k.b.; et ducam .l.m. fol. 96 verso.
rectam, que cadit orthogonaliter super circulum .abgd.; et protraham rectam .lt.: et quoniam in semicirculo .bkd. protracta est recta .lm. orthogonaliter super dyametrum eius .bd., erit superficies .bm. in .md. equalis eius quod á recta .lm. Sed superficiei .bm. in .md. equatur superficies .g.m. in .mt., cum recte .db. et .gt. secent se in circulo

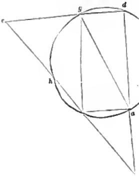


« quattuor quantitates .... linea .gz. » (fol. 96 recto, lin. 14, 15-30; pag. 153, lin. 20-34).



.abgd.; quare angulus *.glt.* est rectus. Est enim et angulus *.gth.* rectus, cum recta *.ht.* sit in superficie columnę. Et quoniam semicirculus est arcus *.geha.*, erit et angulus *.gha.* rectus: similiter et angulus *.g.m.l.* est rectus; orthogonia ergo sunt trigona *.gha.*, et *.gth.*, et *.glt.*, et *.gml.*, et habent unum angulum comunem, cum uidelicet qui sub *.lgm.*; ergo ipsa trigona sibi inuicem sunt similia: et habent circa comunem
3 angulum latera proportionalia; quare est sicut *.ag.* ad *.gh.*, ita recta *.hg.* ad *.gt.*, et *.tg.* ad *.gl.*, et *.lg.* ad *.gm.*: posite quidem sunt tres recte continue proportionales inter rectas *.gm.* et *.ga.*, que sunt *.gl. gt. gh.* Inter rectas quoque *.gl.* et *.ga.* cadunt due recte *.gt.* et *.gh.* in proportione continua. Sed *.gl.* recte equalis est recta *.gd.* Sed *.gd.* equalis fuit recte *.c.*; et *.ga.* equalis est recte *.f.*; ergo inter *.c.f.* quantitates posite sunt due quantitates in proportione continua, que sunt *.gt.* et *.gh.*; quare si quantitas *.c.* fuerit unum, erit quantitas *.gt.* radix cubica numeri *.f.*; quod oportebat facere.

• re *.ge.* Sed .... proportio *.ge.* • (fol. 96 *verso*, lin. 34-35, e margine inferiore; pag. 154, lin. 24-26).



fol. 97 *recto*.

Ostendam aliter qualiter inueniam inter duas lineas. Duas lineas ita ut continuentur omnes secundum proportionem unam. Ponam ergo duas lineas *.ab. bg.*; et angulus eorum sit rectus. Deinde continuabo *.ag.*; et faciam super lineam *.ag.* trianguli *.abg.* circulum *.abg.* Deinde protraham ex puncto *.a.* perpendicularem *.ad.* super lineam *.ab.*; et ex puncto *.g.* super *.bg.* perpendicularem *.dg.*; et protraham utramque secundum rectitudinem usque ad *.z.* et *.e.*: deinde faciam transire regulam, que moueatur super punctum *.b.*, et non separetur ab eo; et sic abscidens duas lineas *.dz.* et *.de.*, et non cesset moueri, donec sit illud quod cadit ex eis inter *.z.b.* equale ei quod cadit inter *.e.h.*: ergo linea *.zb.* est equalis linee *.eh.*; ergo multiplicatio *.zh.* in *.zb.* est equalis multiplicationi *.be.* in *.he.*: uerum *.eb.* in *.he.* est equalis *.de.* in *.ge.*; et *.hz.* in *.zb.* est equalis *.dz.* in *.za.*; ergo multiplicatio *.dz.* in *.za.* est sicut multiplicatio *.de.* in *.eg.*: ergo proportio *.de.* ex *.dz.* est sicut proportio *.az.* ex *.ge.* Sed proportio *.ed.* ex *.dz.* est sicut proportio *.ba.* ex *.az.*; et proportio *.ba.* ex *.az.* est sicut proportio *.a z.* ex *.ge.*, et etiam sicut proportio *.ge.* | ex *.bg.*; et illud est quod demonstrare uolumus. Probatur hec figura per penultimam tertij Euclidis, et per similitudinem triangulorum hoc modo: si *.gb.* ponatur aliquis numerus; et *.ab.* ponatur unum, erit *.az.* radix cubica de *.gb.*; quia sicut probatum est, ita se habet *.ba.* ad *.az.*, sicut *.az.* ad *.ge.*, et sicut *.ge.* ad *.gb.*; quare inter *.gb.* et *.ba.* iam ceciderunt due linee proportionaliter, scilicet linea *.ge.*, et linea *.az.* et *.a.z.* sequitur unum in proportione; ergo est radix cubica.

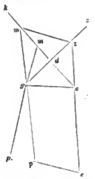
Aliter sint rursus due quantitates *.a.b.*, inter quas uolumus ponere duas quantitates, ita ut continuentur secundum proportionem unam. Ponam quantitatem *.gd.* equalem quantitati *.a.*; et erigam ei lineam *.de.* rectum angulum; et ponam lineam *.de.* equalem quantitatj *.b.*; et protraham lineam *.ge.*; et extendam duas lineas *.gd. ed.* secundum rectitudinem; et non ponam eis utrisque finem determinatum; et erigam super punctum *.e.* lineę *.ge.* lineam orthogonaliter erectam; et protraham ipsam donec occurrat linee, que extenditur secundum rectitudinem cum linea *.gd.* super punctum *.z.*; et ponam ei equidistantem lineam *.gm.*; et extendam lineam *.mg.* in partem alteram secundum rectitudinem usque ad punctum *.p.*, ut sit linea *.mp.* equalis linee *.ez.*; et extimabo quod possit *.ez.* moueri ex parte puncti *.z.* inseparabilis in motu suo in lineam *.zd.*; et linea in motu suo non cesset transire super punctum *.e.* lineę *.ge.*, ut quando mo-

• occurrat linee .... et extendam • (fol. 97 *recto*, lin. 15 e 16; pag. 154, lin. 38 40).



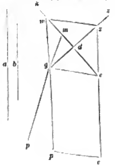
uetur .*ze*. sicut narrauimus, tunc .*z*. est extremitas eius ex linea .*zg*.; tunc linea .*ze*. est in illa dispositione, ut secundum rectitudinem sit ostendendum, quod est inter motum puncti extremitatis eius, et punctum .*e*., sicut linea .*ze*. Deinde signabo super lineam extensam secundum rectitudinem signum .*k*. ; et in maginabo quod linea .*mp*. moueatur ex parte puncti .*m*. ad partem puncti .*k*.; et sit extremitas eius, que est apud .*m*. inseparabilis in motu suo in linea .*dk*.; et linea .*mp*. in motu suo non cesset ire super punctum .*g*. lineę .*ge*., sicut narrauimus de motu lineę .*ze*. Et in maginabo quod due linee .*mp*. *ze*. in motu suo sint equidistantes: et in maginabo quod super extremitatem lineę .*ze*. super punctum .*e*. sit linea erecta orthogonaliter super lineam .*ze*. sequens eam in omni motu suo : et non ponam huic linee finem determinatum ; et hec linea non cesset abscidere lineam .*mp*. apud motum duarum linearum .*ze*. *mp*. Cum ergo moueutur due linee .*ze*. *mp*.; et sint in motibus suis equidistantes, adherent extremitates utrarumque duabus lineis .*zd*. *mk*.,| sicut narrauimus: procul dubio linea erecta super lineam .*ze*. orthogonaliter, que mouetur cum ea, et secat lineam .*mp*., peruenit ad punctum .*p*. fol. 97 v.

« lineam .*mg*. .... motu suo » (fol. 97 *recto*, lin. 17-29; pag. 154, lin. 40 — pag. 155, lin. 6).



Quando ergo peruenit linea erecta super punctum .*e*. ad punctum .*p*., perueniunt illic due linee .*ze*. *mp*.; et copulabimus duas lineas .*ep*. *zm*. Et scitum quidem est, quod linea .*ep*. erigit unamquamque duarum linearum .*ze*. *mp*. orthogonaliter. Quoniam est linea, quam posuimus in principio esse erectam orthogonaliter super lineam .*ze*., et mouetur cum ea, donec peruenit ad punctum .*p*. Dico ergo quod due linee .*dm*. *dz*. sunt due quantitates, que iam ceciderunt inter duas quantitates .*gd*. et .*de*.; et proportio .*gd*. ad .*dm*. est sicut proportio .*dm*. ad .*dz*., et sicut proportio .*dz*. ad .*de*.; cuius demonstratio est. Quoniam due linee .*ze*. *mp*. sunt equidistantes et equales; et duo anguli .*zep*. et .*mpe*. sunt recti ; tunc linea .*zm*. est equalis lineę .*ep*.; et unusquisque duorum angulorum .*ezm*. et .*mpe*. est rectus. Sed illa uero linea .*md*. est perpendicularis super lineam .*zg*.; et linea .*zd*. est perpendicularis super lineam .*me*. Ergo proportio lineę .*gd*. ad .*dm*. est sicut proportio .*dm*. ad .*dz*., et sicut proportio .*dz*. ad .*de*. Verum linea .*gd*. est equalis quantitati .*a*.; et linea .*de*. est equalis quantitati .*b*.; ergo due linee .*de*. *dm*. iam ceciderunt inter duas quantitates .*a*.*b*.; et continuatur secundum proportionem unam; et illud est quod uolumus ostendere.

« illae due .... Verum linea » (fol. 97 *verso*, lin. 4-16; pag. 155, lin. 17-28).



Incipit de multiplicatione radicum cubicarum inter se.

Si vis multiplicare radicem cubicam de .40. per radicem cubicam de .60., multiplica .40 per 60., erunt .2400., quorum radix cubica est id quod queris. Et si uis .5. multiplicare per radicem cubicam de .90., cubica .5., erunt .125.: ergo uis multiplicare radicem cubicam de .125. per radicem cubicam de .90.; quare multiplicabis .125. per .90.; et eius quod prouenerit radix cubica est illud quod queris. Et si uis multiplicare duas cubicas radices de 20. per tres radices cubicas de .40., redige eas ad radicem cubicam unius numeri sic : pro duabus radicibus de .20. cubicabis .2., erunt .8.; que multiplica per .20., erunt .160., quorum radix cubica equatur duabus radicibus de .20.: similiter pro tribus radicibus de .40. cubica .3., erunt .27.; que multiplica per .40., erunt .1080., quorum radix cubica habetur pro tribus radicibus de 40. : multiplica ergo .160. per .1080.; et eius quod prouenerit radix cubica erit illud quod queris. Item si uis multiplicare radicem cubicam de .20. per aliquid, unde proueniat aliquis numerus datus, ut dicamus .10., cubica .10., erunt .1000.; que diuide per .20., exibunt .50.,

fol. 98 recto. quorum radix cubica est id quod queris. Et si uis inuenire duas radices | cubicas numerorum non cuborum, que iusimul multiplicate faciant numerum ratiocinatum, cubica unum numerum qualem uis: et inuenias duos numeros, qui insimul multiplicati faciunt ipsum cubum numerum. Cubice autem radices ipsorum duorum numerorum erunt quesita: verbi gratia: cubicentur .6., erunt .216.; et inuenias duos numeros, qui insimul multiplicati faciaut .216.; eruntque .9. et .24., quorum radices cubice sunt quesita. Aliter adiaceant duo numeri quadrati quales uis; sintque .4. et .9.; multiplica per unum quemque ipsorum per radicem alterius, exibunt .12. et .18., quorum radices insimul multiplicate faciunt radicem cubi numeri, ut querebatur.

Incipit de diuisione radicarum inter se.

Si uis diuidere radicem cubicam de .100. per radicem cubicam de .5., diuide .100. per .5., prouenient .20., quorum radix cubica est id quod queris. Et si diuiseris .5. per 100, prouenient $\frac{1}{20}$, cuius radix cubica est id quod prouenit ex radice de .5. diuisa in radicem de .100. Et uis diuidere .8. per radicem de .32., cubum de .8., scilicet .512., diuide per .32., uenient .16., quorum radix cubica est id quod queris. Et si uis diuidere radicem de .80. per .2., diuide .80. per cubum binarij, uenient .10., quorum radix cubica est id quod queris. Item si uis diuidere octo radices cubicas de .10. per tres radices cubicas de .5., rediges pluralitatem ipsarum radicum ad radicem unam, et habebis .5120 pro octo radicibus de .10.; et pro tribus radicibus de .5. babebitur radix de 135.

Incipit de aggregatione et disgregatione radicarum.

Scias in additione et disgregatione radicum cubicarum euenire ea que inter radices eueniunt quadratorum, uidelicet quod quedam ex eis possunt inter se aggregari, et disgregari: et quedam non. Cum itaque cubice radices inter se proportionem habuerint, ut cubus numerus ad cubum numerum, tunc inter se aggregari possunt, et disgregari. Vnde si eas, quarum cubi habent proportionem sicut numerus cubus ad cubum numerum aggregare uis; radices ipsorum cuborum insimul adde: et quod prouenerit, cubica; et cubicatam summam multiplica per multiplicitatem, quam habent cubi ipsarum radicum ad cubos proportionis. Verbi gratia: vis addere radicem cubicam de .16. cum radice cubica de .54., quorum numerorum proportio est sicut cubus numerus .8. ad cubum numerum .27.; et unusquisque ipsorum duplus est sui cubi: adde ergo radicem cubicam de .8. cum radice cubica de .27., scilicet .2. cum .3., erunt .5.; que cubica, erunt 125.; que multiplica per .2. propter .16. et .54., que sunt dupla de .8. et de .27., erunt 250., quorum radix cubica est additio quesita. Et si ipsas radices disgregare uis,
fol. 98 verso. radicem de .8. ex radice de .27. extrahe, remanebit unum, cuius | cubum, scilicet .1., multiplica per predictam multiplicationem, scilicet per 2., et habebis radicem de .2. pro residuo quesite extractionis. Item si uis addere radicem cubicam de .4. cum radice cubica de .32., quorum numerorum proportio est sicut .1. ad .8.; et est unusquisque eorum quadruplus sui cubi. Quare radicem cubicam de .1. adde cum radice de .8., erunt .3.; quorum cubum, scilicet .27., quadruplica, erunt .108., quorum radix cubica est additio quesita. Et si radicem de .4. extrahere uis ex radice de .32., radicem de .1. extrahe ex radice de .8., remanet .1., cuius cubum, scilicet .1., quadruplica, erunt .4., quorum radix cubica est residuum quesite extractionis.

Aliter sit linea .*ab*. radix cubica de .32.; et .*bc*. sit radix de .4.; et uolo scire quan-

titatem totius .*ac*. Quoniam linea .*ac*. diuisa est in duo super punctum .*b*., erunt duo cubi portionum .*ab*. et .*bc*. cum triplo quadrati .*ab*. in .*bc*., oec ooo et cum triplo quadrati .*bc*. in .*ab*. equales cubo totius lineę .*ac*. Quare addantur cubi portionum .*ab*. et .*bc*., scilicet .32. cum .4., erunt .36.; et multiplicetur .*ab*. in se, scilicet radix cubica de .32., in radicem cubicam de .32., ueniet radix cubica de .1024.; quam radicem triplica, scilicet multiplica .1024. per .27., ueniet radix cubica de .27648.; quam radicem multiplica io .*bc*., scilicet in radicem cubicam de .4., oeuiet radix cubica de .110592., que est .48.: uel aliter ex quadrato lineę .*ab*. io .*bc*. proueoiet semper cubus numerus in similibus: quare multiplica .1024. per .4., erunt .4096., quorum radix cubica est .16.; que multiplica per .3., erunt .48.; que adde cum .36., eruot .84. Item quadratum lineę .*bc*., scilicet radicem cubicam de .16., multiplica per .*ab*., scilicet per radicem de .32., ueniet radix cubica de .512., qoe est .8.; quam multiplica per .3., erunt .24.; que adde cum .84., erunt .108. pro cubo totius lineę .*ac*. Ergo .*ac*., scilicet coniunctum ex radice de .32., et ex radice de .4. est radix cubica de .108., ut per alium modum inuenimus. Et si radicem de .4. per alium modum ex radice de .32. extrahere uis, quandam diffinitiooem lineę diuisę, quam huic operi necessariam inueni, oportet predicere, videlicet. Vt cum aliqua linea utlibet diuisa in duo fuerit, cubus totius lineę cum numero solido, qui fit a quadrato unius portionis, et tota linea equalis duplo nnmeri solidi, qui fit á quadrato totius lineę, et ab eadem portione, et solido, qui fit á quadrato reliquę portionis, et á tota lioea. Verbi gratia: sit linea .*ab*. .5. diuisa super .*g*.; et sit .*ag*. 3.; quare .*gb*. est .2.: erit itaque cubus lineę .*ab*. 125.; et solidus qui fit á quadrato lineę .*gb*. in lineam .*ab*. erit .20.: quibus additis cum .125., eruut .145., quibus equabitur | duplum solidi, quod fit á quadrato lineę .*ab*. in lineam .*bg*. cum solido, quod fit á quadrato lineę .*ga*. io lineam .*ab*.: quia ex ductu .*ab*. in se neoiunt .25.; quibus ductis in .*gb*., erunt .50., quorum dnplum est .100.: quibus additis cum multiplicatiooe quadrati lineę .*ga*. in .*ab*., scilicet cum 45, faciunt .145., ut oportet. Hac itaque diffinitione intellecta, pro radice cubica de .32. adiaceat lioea .*de*.; et accipiatur ex ea portio .*ez*., que sit radix cubica de .4., remanet .*zd*. ignota, quam inuenire uolumus. Constituam igitur super lineam .*de*. quadrilaterum equilaterum et equiaogulum .*cdef*.; et signabo punctum .*b*. in lineam .*ef*., ita ut .*eb*. sit equalis lineę .*ez*.; et per punctum .*b*. protraham lineam .*ba*.; et sit .*ad*. equalis lineę .*be*. Item per punctum .*z*. protraham .*zg*.; et sit .*gf*. equalis .*ze*. Quibus explicatis, accipiam cubum lioeę .*de*., qui est .32.; et multiplicabo .*ze*. in se, prouenit radix cubica de .16. pro quadrato .*hzeb*.; quam superficiem ductam in altum secundum quantitatem lineę .*de*.; hoc est multiplicabo superficiem .*zb*., que est in plano, per equalem lioeę .*de*.; quam intelligo eleuatam in altum, scilicet radicem de .16. per radicem de 32., prouenit radix cubica ipsius numeri, qui prouenit ex .16. in .32.: sed ex .16. in .32. prouenit idem quod ex dimidio de .16. in duplo de 32., scilicet ex .8. in 64.: sed ex dnctis .8. in .64. prouenit numerus cubus, cum .8. et .64. sint cubi, cuius radix est illud quod prouenit ex radice de .8. in radice de .64., scilicet de .2 io .4.; et sic habentur .8. pro solido, qui fit á quadrato lineę .*ez*. in lineam .*ed*.: quibus .8. additis cum .32., scilicet cum cubo lineę .*ed*., faciunt .40.; de quibus si auferatur dnplum solidi, qui fit á superficie *a.d.e.*, et á lioea .*ed*., hoc est duo solidi, qui fiuot á soperficie predicta, et á superficie .*zefg*. eleuatis in altum secundum lioeam .*ed*., remanebit so-

« in .*bc*. .... totius » (fol. 98 *verso*, lin. 13; pag. 157, lin. 2 e 3).

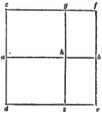


« qui fit .... duplo numeri » (fol. 98 *verso*, lin. 30; pag. 157, lin. 17 e 18).



fol. 99 *recto*.

« .16. per radicem .... predicta, et á » (fol. 99 *recto*, lin. 17-24; pag. 157, lin. 35-43).



lidum, quod fit eleuatum in altum secundum quantitatem lineę *.de.* super quadratum lineę *.za.* ignotę, scilicet super quadratum *.cahg.* Nam solidus qui fit á superficie *.adzh.* eleuata in *.de.* habetur ex multiplicatione *.be.* in *.ed.* ducta in *.ed.*, hoc est ex quadrato lineę *.ed.* in *.ez.*; ergo multiplicabis radicem de .32. in se, ueniet radix de .1024.; quam multiplicabis per *.be.*, hoc est per *.ez.*, scilicet per radicem de .4., ueniet radix illius, quod prouenit ex duplo de .4. in dimidium de .1024., scilicet ex .8. in .512.: sed radix eius quod prouenit ex .8. in .512. est id quod prouenit ex .2. in .8., scilicet ex radice de .8. in radicem de .512.; ergo solidus qui fit ex *.de.* in *.ez.* producta in *.de.* erunt .16.; quorum duplum extrahe de .40., remanent .8. pro solido qui fit á quadrato lineę *.zd.* in | lineam *.de.* (fol. 99 verso.) Quare si diuiseris .8. per lineam *.de.*, scilicet per radicem cubicam de .32., ueniet radix cubica de .16. pro quadrato lineę *.zd.*, hoc est pro superficie quadrata *.ag.* Quare radix quadrata radicis cubicę de .16., scilicet radix cubica de .4., est linea *.ha.*, hoc est linea *.zd.*: ergo si de radice cubica de .32. auferatur radix cubica de .4., remanet radix cubica de .4., ut per alium modum inuenimus. Et quia inuenta est linea *.zd.* equalis lineę *.ze.*, erit tota linea *.de.* duplum lineę *.ez.* Vnde ex hoc manifestum est, quod cum aliquis numerus fuerit octuplum alterius, tunc radix cubica maioris erit duplum radicis cubicę minoris. Vnde radix cubica de .32. soluitur in duabus radicibus de .4.: quare cum uis addere radicem de 32. cum radice de .4., tunc uis addere duas radices de .4. cum una radice de .4., ex qua coniunctione proueniunt tres radices de 4, hoc est radix eius quod prouenerit ex ductis 27. in 4. Similiter cum uis extrahere radicem de 4. ex radice de 32., tunc ex duabus radicibus de .4 extrahe unam radicem de 4, remanebit una radix de 4, ut modo inuenimus. Et ut hec melius declarescant, addatur radix de 135 cum radice de 1715, quorum proportio est sicut cubus 27 ad cubum 343; et est unusquisque eorum quincuplus sui cubi. Quare accipe radices ipsorum cuborum, erunt .3 et 7: dic ergo te uelle addere tres radices de 5 cum 7 radicibus de 5; ex qua iunctione proueniunt decem radices cubice de 5, hoc est una radix de 5000. Et si uis extrahere radicem de 135 ex radice de 1715, extrahe tres radices de 5 ex septem radicibus de 5, remanebunt quactuor radices de 5, scilicet una radix de 320. Et sic intelligas in omnibus radicibus cubis inter se comunicantibus: relique uero radices, que proportionem non habent, addi, nec disgrari (*sic*) possunt. Vnde si uis addere radicem cubicam de 5 cum radice cubica de 3, proueniet ex eorum addictione radix de 5, et radix de 3: et si uis eas disgregare, habebis radicem de 5, minus radice de 3; et aliter dici non possunt pulcrius. Vnde huic capitulo finem in ponimus.

Incipit distinctio .VI.ª in dimensione corporum.

Corporum quidem genera sunt plura, ex quibus sunt hec: Solidi. Seratilia. Piramides. columne. spere., et eorum partes, nec non et corpora, que multorum basium nuncupantur, et describuntur circa speras: | (fol. 100 recto.) proprie quidem solidum est, quod latum longum et altum habet; et constat ex sex superficiebus: ut sunt tassilla: scrinea: cisterne et similia.

Seratile quoque est dimidium solidi constans ex tribus paralillominis, et duobus triangulis; quod habetur, cum superficies secat solidum sex basium super dyametros eius, soluens ipsum in duas portiones equales, quarum unaqueque Seratile, siue cunus nun-

cupatur. PIRAMIS quidem est figura á base, cuiusque sit formę, ad unum puuctum deducta. COLVMNA uero est figura orthogonaliter eleuata super basem circularem terminata in circulo, qui equalis est sue basi; uel est illud quod ambit paralilogramum rectiangulum circa latus unum immobiliter fixum ad idem punctum reductum; que etiam uocatur figura teres: piramis colunnę est, quam triangulus rectiangulus ambit circa unum ex lateribus, rectum continens angulum immobiliter fixum ad idem punctum reductum. Si ergo latus fixum alteri equum fuerit, piramis rectiangula est: si longius, exigonium est; si breuius, ampligonium uuncupatur, cuius axis est latus fixum: basis uero circulus.

SPERA uero quidem est corpus undique rotundum, quam uulgo pallam dicimus; et est illud quod ambit semicirculus circa dyametrum immobiliter fixum, ad idem punctum reductus, cuius centrum est centrum semicirculi, á quo omnes recte, que egrediuntur ad superficiem sperę, sibi inuicem sunt equales. SEMISPERA quidem est, que medietatem sperę amplectitur, cuius basis est circulus maior, qui in spera potest circinari, cuius dyameter est dyameter sperę, cuius termini poli sperę dicuntur.

PORTIO uero spere est, que plus uel minus est semisperę, cuius basis est circulus minor circulo semisperę. SOLIDA multarum basium sunt multimoda, ex quibus sunt solida .VIII. basium, et XII. basium, et XX. basium equalium, que EVCLIDES in XIII.º libro infra speram construere docet. Sunt etiam alie infinite corporum speties, quorum mensure habebuntur per ea que super prescripta corpora dicere procurabimus: et ut modus mensurandi corpora perfecte habeatur. Hanc distinctionem in tres partes diuidimus. In prima quarum mensurabimus solida equidistantium laterum, nec non et ea que supra bases suas, cuiusque sint formę, in altum eleuantur, et deficiunt in superficies similes, et equales suis basibus. In secunda quoque mensurabimus piramides, et eorum partes. In tertia quoque uero mensurabimus speras, et eorum partes, nec non et solida multarum basium cadentium infra speras. Et notandum cum dicimus aliquod corpus | continere tot ulnas, uel palmos, uel digitos, seu uncias, uel aliquas alias mensuras, tunc intelligimus, illas mensuras esse corporales, seu cubicas; que tribus equalibus dimensionibus, latitudine scilicet, et longitudine, atque altitudine constant. Nam palmus corporalis, siue cubicus est, qui unum palmum in latum, et longum, et altum, et omnes angulos rectos habet: quod idem intellige de ulnis, et alijs mensuris. Et ut ea que dicere uolumus certis probationibus demonstrentur. Quedam que sunt undecimo, et reliquis sequentibus libris EVCLIDIS probata apertissime proponantur, ex quibus sunt hec. Linea recta nequaquam potest esse in plano, et alto. Et cum due linee sese inuicem secant, in una sunt superficie. Et omne trigonum in una superficie est. Et cum due plane superficies sese inuicem secant, communis eorum sectio est linea recta. Et cum super sectionem duarum rectarum recta aliqua perpendiculariter steterit, toti superficiei orthogonaliter stabit. Et cum steterit linea recta supra comunem sectionem trium linearum cum unaquaque rectum contiuens angulum, hee tres linee in una superficie sunt linee recte; si eidem superficiei perpendiculares fuerint, equidistantes sunt. Inter duas lineas equidistantes utcumque recta linea continuetur, in earum superficie est. Linearum equidistantium cuicumque superficiei altera perpendiculares fuerit, eidem perpendicularis est. Linee cuiuslibet uni equidistantes, licet non omnes in eadem superficie sunt, et sibi inuicem equidistantes. Linee due continentes angulum, si equidistent lineis dua- fol. 100 verso.

bus alium angulum continentibus; nec ipse in una superficie anguli tantum equales ab uno cuiuscumque superficiei puncto duas eidem superficiei perpendiculares in eandem partem erigi impossibile. Si linee due superficiem continentes duabus lineis aliam superficiem continentibus equidistent; nec ipse linee in una superficie, hee superficies equidistantes sunt. Cum superficies duas superficies equidistantes secat, comunes sectiones earum equidistantes sunt. Lineas duas, si superficies equidistantes secant, proportionaliter secari necesse est. Ex perpendiculari supra quamlibet superficiem stante quecumque superficies educte fuerint, super eandem superficiem orthogonaliter stabunt. Quecumque superficies supra quamlibet superficiem orthogonaliter stantes sese inuicem secent, comunis earum sectio subiecte superficiei perpendicularis est. Angulus solidus, si tres planos contineat, eorumque duo simul accepti maius sunt reliquo. Omnes anguli plani, quos angulos solidus continet, quattuor rectis sunt minores.
fol. 101 recto. Si equales linee tres angulos | planos continent, quorum quisque duo accepti reliquo sunt maiores, eorum cordis triangulum fieri possibile est. Omnes solidi superficierum equidistantium omnes superficie opposite equales sunt, et equidistantium laterum solidum equidistantium laterum si superficies secet, equidistans duabus eius superficiebus oppositis proportione basium secari necesse est. Solidum equidistantium laterum, si superficies secet per dyametrum duarum eius superficierum oppositarum, per medium secari necesse est. Solida laterum equidistantium supra basem eandem super lineam unam eiusdem altitudinis equalia: solida laterum equidistantium supra basem eandem, nec super lineam unam, dum eiusdem altitudinis sint equalia: solida laterum equidistantium supra bases equales lineis á basibus in altum orthogonaliter, eademque altitudine eductis equalia. Solida laterum equidistantium supra bases equales, nec lineis á basibus orthogonaliter, dumtaxat eadem altitudine erectis equalia. Omnium solidorum laterum equidistantium eiusdem altitudinis, que basis ad basem proportio. Solida laterum equidistantium, si lineis á basibus orthogonaliter erectis pariter et equalia fuerint, erunt bases, et altitudines earum mutue proportionis. Solida laterum equidistantium quecumque, si equalia fuerint, bases et altitudines eorum mutuę proportionis sunt: quod si bases, et altitudines eorum mutuę sint proportionis, erunt et ipsa equalia. Inter solida supeficierum equidistantium similia proportio solidi ad solidum tripla proportioni laterum eorum adinuicem relatorum. Solida similia dicuntur que angulos habent equales, et circa equales angulos latera proportionalia. A' planis duobus angulis equalibus, si linee due in altum erigantur, quarum utraque duas altrinsecus angulorum cum lineis angularibus contineant, equales duobus angulis, quos altera similiter hinc inde cum lineis angularibus continet. Cum á punctis in lineis in altum erectis quacumque designatis descendant perpendiculares due inter superficies linearum angularium, tum et puncta in que perpendiculares incidunt recte linee cum ipsis angulis continent: hee quoque linee cum lineis erectis equales angulos continebunt. Inter solida duorum laterum equidistantium, quorum alterum continent tres linee proportionales: alterum latera equalia, singula medie trium proportionalium, tum et anguli eorum equales fiunt, et ipsa equalia. Si super lineas proportio solida laterum equidistantium similia, eademque informatione construantur, fiunt et ipsa proportionalia: quod si solida laterum equidistantium similia
fol. 101 verso. proportionalia fuerint, lineas quoque, | super quas constructa sunt, proportionaliter esse

conuertitur. Si duarum cubi superficierum oppositarum cunctis lateribus per medium diuisis inter puncta diuisionum due describantur superficies, et cubum sese inuicem secantes, comunis eorum sectio dyametron cubi media mediam secat. Si cunei duorum, quorum alterius paralilograma, alterius basi triangule dupla, eque alti fuerint, equales necesse est. Omnium piramidum eiusdem altitudinis, quibus triangule ubi fuerint in piramidis binas equales totis similes ad cuneos binos equales erunt, proportio basis ad basem, que cuneorum unius ad cuneos alterius. Omnium piramidum, quibus bases triangule, si eque alte fuerint, proportio ad inuicem, que basis ad basem. Omnis cuneus diuidi potest in tres piramides equales basium triangularum. Omnium piramidum, quibus bases triangule, si equales fuerint, fiunt bases, et altitudines earum mutue proportionis. Quod si bases, et altitudines earum mutue sint proportionis, ipsas piramides equales esse conuertitur. Omnium piramidum similium basium triangnlarum adinuicem proportio tripla proportioni laterum adinuicem relatorum. Omnes columnę, quibus una basis, uel que super equas bases sunt, est earum proportio sicut axis ad axem. Omnis columna teres equalium terminorum, et spissitudinis piramidi tereti super eandem basim eius altitudinis tripla. Omnis columne, ac piramidis teretis, quibus una basis, idem axis, proportio tripla proportioni, que inter dyametrum basium. Omnis piramis, columneque teretis, quibus una basis, idem axis, si eque alte fuerint piramidi, columneque tereti, quibus una basis, idem axis, erit et piramidum, et columnarum proportio, que basis ad basem. Omnis pirami, et columna teres, quibus una basis, idem axis, si equales fuerint piramidi, columneqne tereti, quibus similiter una basis, idem axis, erunt bases, et altitudines earum mutuę proportionis. Quod si bases, et altitudines earum mutuę sint proportionis, ipsas etiam equales esse conuertitur. Omnium sperarum proportio tripla proportioni dyametrorum. Linea proportione medij et extremorum diuisa, si pars maior directe producatur ad equum dimidij linee diuisę, productę lineę tetragonus quincuplum est tetragono dimidię lineę. Linea in duo diuisa, si totius tetragonus quincuplus fuerit tetragono partis minoris, tum pars maior producatur usque ad duplum partis minoris. Producta linea proportione medij et extremorum diuisa est, cuius pars maior,| psrs maior linee prioris. Linea proportione medij et extremorum diuisa, si parti minori fol. 102 recto. continuetur dimidium partis maioris, eius lineę tretragonus quincuplus est dimidię partis maioris. Linea proportione medij et extremorum diuisa, si producatur ad equum partis maioris, tota quoque linea proportione medij et extremorum diuisa est, cnius pars maior linea prior. Linea proportione medij et extremorum diuisa, lineę tetragunus simul cum tetragono partis minoris triplus est tetragono partis maioris. Omni linea rationali proportione medij et extremorum diuisa, pars utraque residuum est. In penthagono equilatero si tres anguli fuerint equales, erunt omnes anguli equales. In circulo describitur triangulus equilaterus, lateris eius tetragonus triplus est tetragono dimidij dyametri. In circulo descripto lateri decagonico intrinsecus continuetur latus exigonicum tota linea linea proportione medij et extremorum diuisa est, cuius pars maior latus exigonicum. In circulo descripto penthagono equilatero latus penthagonicum potest super latus exigonicum, ac latus decanonicnm. In circulo descripto penthagono equilatero dnorum eius angulorum corde sese inuicem secent, utraque secari necesse est. Ad idem punctum proportione medij et extremorum maior utriusque pars equalis lateri pentha-

gonico in omni circulo, cuius dyametrum rationali penthagoni equilateri latus inrationale est, cui nomen linea minor. In spera, cuius dyametros longitndine rationalis, si construatur solidum .xx. basium triangulorum eqnilaterum, latus eius inrationale est, cui nomen linearum minor. In spera, cuius dyametrum potentia rationale, si construatur solidum .xij. basium penthagonorum, latus eius in ratiouale est, cui nomen est residuum.

Incipiunt theoremata quartidecimi libri.

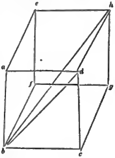
Latvs exigonicum, si proportione medij et extremorum diuidatur, pars maior est latus decagonicum. In centro circuli deducta perpendicularis álatus penthagonicum equalis est dimidio lateris exagonici, laterisque dacagonici. In circulo tetragonua lateris penthagonici simul cum tetragono cordę anguli penthagonici quincuplum est tetragono lateris exagonici. Depositis assummimus demonstrandum, quoniam penthagonum solidum .xij. basium penthagonorum et triangulorum .xx. basium triangularum in eadem spera constructarum; idem circulus continet in circulo descripto penthagono equilatero trin-

fol. 102 verso. gintuplum superficiei contenctę | latere penthagonico ac perpendiculari á centro circulj ad latus penthagonicum deducta, equum est superficiei solidi .xij. basium penthagonorum. Similis demonstrationis est; quoniam si triangulum equilaterum circulus contineat, á cuius centro in latus trianguli perpendicularis descendat, tringituplum superficiei latere trianguli, et ea perpendiculari contencte equum est superficiei solidi .xx. basium triangulnrum. Depositis assumimus quoniam proportio superficiei solidi .xij. basinm penthagonarum ad superficiem solidi xx basium triangularum in eadem spera constructarum, que lateris cubici eiusdem sperę ad latus solidi .xx. basium triangularum. De inde assummimus, quoniam proportiu lateris cubici ad latus solidi .xx. basium triangularum eiusdem sperę, que linee potentis tetragonum totius lineę proportione medij et extremorum diuise partem cum tetragono partis maioris ad lineam potentem tetragonum eiusdem lineę totius simul cum tetragono partis minoris: per hoc, concluditur, quoniam que proportiu lateris cubici ad latus solidi .xx. basium triangularum, ipsa est solidi xij basium penthagonarum ad solidum xx basium triangularum. Quicquid enim decidit cuicumque proportione medij et extremorum diuise idem accidit omni linee similiter diuise. Post has quidem omnes probatioues oportet nos scire subscriptas operationes, que in eisdem libris Evclidis dicuntur, videlicet. Vt á dnto puncto in altum á puncto in alto designato supra datam superficiem perpendicularem deducere á dato puncto in designata superficie perpendicularem eidem superficiei in altum erigere. Ex tribus angulis plauis quorum quique duo simul accepti maius sunt reliquo, angulum solidum construere: Vnde necesse est, eos tres angulos iiij.or rectis esse minores. Ad signatum punctum datę lineę angulum solidum construere equalem signato angulo lineis contenpto. Supra datam lineam solidum construere simile signatu solido superficierum equidistantium. Inter duos circulos, qui sunt ab unu centro, describere superficiem multiangulam minime contingentem minorem circulum. Inter duas speras, que sint ab uno centro, describere solidum plurimarum superficierum maiorem speram contingens minorem speram. Et infra datam speram solidi .iiij.or, et sex., et viij., et xij., et xx basium construere: nec non et latera ipsarum quiuque figurarum infra unam speram insimul collocare: et quedam ex suprascriptis quinque solidis infra quedam eorum aptare: ut in quintodecimo libro fieri docetur. |

Cvm autem aliquod corpus huius primę partis mensurare desideras; embadum basis ipsius, secundum quod superius in tractatu embadorum docui, diligenter inquiras: quod per ipsius corporis altitudinem multiplica, et quod prouenerit, erit embadum ipsius corporis: est enim altitudo corporum huius primę partis linea recta, que orthogonaliter erigitur supra basem, et terminatur in superficiem equidistantem basi. Et ut hec aperte monstrentur, adiaceat primum cubus *.aeg.* habens palmos .10. in latitudine: longitudine: et latitudine. Cuius sex superficies sunt tetragonę, cum habeant angulos rectos, lateraque equalia; et sit basis eius tetragonum *.ac.*, cui equidistans est tetragonum *.eg.*: cumque aream basis, que est .100., in lineam *.ac.*, que est altitudo cubi, multiplicaueris, .1000. palmos cubicos pro embado ipsius cubi habebis: et si dyametrum ipsius cubi, scilicet lineam *.hb.* habere uis, quadrata laterum *.ba.* et *.ad.* insimul iunge, et habebis .200. pro linea *.db.*: quibus si addatur tetragonum lineę *.dh.*, quod est .100., habebuntur .300. pro quadrato dyametri *.bh.*: ergo dyameter *.bh.* est radix trecentorum. Et notandum quod recta *.bh.* est dyameter sperę, in qua cadit cubus *.aeg.* Et tantum notitiam dyametri *.bh.* habueris; et per ipsam latera cubi, et embadum eius habere desideras: dyametrum in se multiplica, et eius quod prouenerit tertiam accipe, et habebis tetragonum lateris cubi; quod tetragonum, si per radicem eius multiplicaueris, nimirum embadum ipsius cubi procreabitur. Et si aliquis dixerit: agregaui quadratum dyametri cubi cum quadrato ipsius lateris, et prouenerunt .400.; ponam latus *.ab.* rem, quam multiplicabo in se, et proueniet census; quem addam cum triplo eius, scilicet cum quadrato dyametri *.bh.*, proueniet .iiij^{or} census, qui equantur .400. dragmis: diuide ergo .400. per .4., ueniet .100. pro quadrato lateris cubi, quod est *.ab.*; quare *.ab.* est 10. Item agregaui quadratum dyametri cum latere ipsius, et prouenerunt .310.: ponam iterum latus *.ab.* rem, scilicet radicem; quare quadratum dyametri *.bh.* equatur tribus censibus, hoc triplo quadrati lineę *.ab.*: ergo pro quadrato dyametri cubi, et pro latere ipsius habentur tres census, et una radix, que equantur .310.: redige hoc ad censum unum, scilicet accipe tertiam partem omnium adiacentium, et proueniet census, et tertia radicis, que equantur $\frac{1}{3}$ 103.: quare dimidianda est illa tertia radicis, et proueniet $\frac{1}{6}$; quam in se multiplica, ueniet $\frac{1}{36}$; quam adde cum $\frac{1}{3}$ 103, erunt $\frac{13}{36}$ 103.; quorum radicem accipe, que est $\frac{1}{6}$ 10, et extrahe inde sextam pro ea quam multiplicasti, remanebunt .10. pro latere *.ab.*; cuius quadratum, scilicet .100. triplica, et habebis quadratum dyametri *.bh.*: et sic secundum hoc | possumus consimiles subtilitates in cubis inuenire. Rursus esto solidum, cuius basis sit tetragona habens in uno quoque latere pedes .10.; altitudo quoque ipsius sit plus uel minus laterum basis; multiplicabis similiter embadum basis per eius altitudinem; quam pono esse .12., uenient pedes .1200. pro embado ipsius solidi; cuius dyametrum inuenies esse radicem de 344.: si super duplo quadrati lateris ipsius, scilicet super 200, addideris quadratum altitudinis eius, quod est 144. Et si proponatur, dyametrum solidi equidistantium laterum esse radicem de 344., cuius basis sit tetragona; et eius altitudo excedat latera basis in duobus; et queratur latus ipsius basis, nec non et ipsius solidi embadum, ut in solido *.aei.*, cuius dyameter sit linea *.tb.*; ponam latus *.ab.* radicem, et addam quadratum lineę *.ab.* cum quadrato lineę *.ad.*, et uenient duo census pro quadrato lineę *.db.*: et signabo punctum *.c.* in rectam *.dt.*, et sit *.ct.* duo; remanebit ergo *.dc.* equalis recte *.da.*; quare *.dc.*

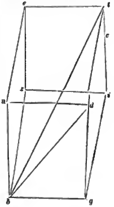
fol. 103 *recto*.

« equalia; et sit .... eius multiplicaueris » (fol. 103 *recto*, lin. 9-19, 20; pag. 163, lin. 8-17).



fol. 103 *verso*.

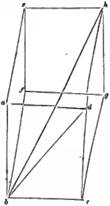
« altitudo quoque .... cum duplo » (fol. 103 *verso*, lin. 1-15, 16; pag. 163, lin. 34 — pag. 164, lin. 2).



est radix: et quia recta .*dt*. diuisa est in duo super punctum .*c*., erunt duo quadrata sectionum .*dc*. et .*ct*. cum duplo .*tc*. in .*cd*. equalia quadrato lineę .*td*. Nam ex *dc* in se prouenit census; et ex .*ct*. in se prouenient 4.; et ex duplo .*tc*. in .*cd*. proueniunt IIII^or radices: ergo pro quadrato lineę .*td*. habetur census, et IIII^or radices, et 4 dragme; quibus additis duobus censibus, scilicet cum quadrato lineę .*db*., uenient tres census, et IIII^or radices, et 4 dragme pro quadrato dyametri .*tb*., que equantur 344.: ex quibus si comuniter auferantur .4 dragme, remauebunt tres census, et IIII^or radices, que equantur 340.: quare si hec redigentur ad censum uuum, ueniet census, et radix $\frac{1}{3}$ 1, que equantur $\frac{1}{3}$ 113: quare si dimidiauerimus $\frac{1}{3}$ 1, uenient $\frac{2}{3}$; quibus in se multiplicatis, et cum $\frac{1}{3}$ 113 additis, erunt $\frac{7}{9}$ 113; de quorum radice, que est $\frac{2}{3}$ 10, si auferantur $\frac{2}{3}$, remanebunt .10. pro latere .*ab*.; quare altitudo .*dt*. est .12.; in qua si multiplicabitur tetragonum .*ag*., quod est 100., ueuient .1200. pro embado solidi .*aei*. Rursus esto basis .*ag*. tetragona; et altitudo .*dt*. excedat latus .*ab*. in duobus; et agregaui quadrata linearum .*ba*., et .*ad*., et .*dt*. cum quadrato dyametri .*tb*.; et fiunt totum illud quod aggregatum est 688.; quoniam quadratum dyametri .*tb*. habetur ex aggregatione quadratorum linearum .*ba*., et .*ad*., et .*dt*.: si dimidiauerimus 688., uenient 344. pro quadrato dyametri .*tb*., cum quibus operaberis ut supra. Item aggregaui latera .*ab*., et .*bd*., et .*dt*. cum quadrato dyametri .*tb*., et fuit illud quod aggregatum est .376.: ponam iterum latus .*ab*. radicem; quare ex aggregato .*ab*., et .*bd*., et .*dt*., | ueniunt tres radices, et duo; quibus additis cum quadrato dyametri .*tb*., scilicet cum tribus censibus, et IIII^or., erunt tres census, et septem radices et .6., que equantur 376: comuniter si auferantur .6., remanebunt tres census, et septem radices equales de 370.: quibus reductis ad censum unum, ueniet census, et radices $\frac{1}{3}$ 2, que equantur $\frac{1}{3}$ 123 etc. Possumus quidem in similj solido diuersas huiusmodi ponere questiones, que omnes per hunc modum soluuntur. Item sit solidum equidistantium laterum .*aeg*. cum lineis á base orthogonaliter erectis, cuius latitudo .*ba*. sit .10.; et .*ad*. longitudo sit .11.; et .*dh*. altitudo sit .12.; et sit orthogonium quadrilaterum .*ac*.: quare si eius embadum, quod est ex .*ba*. in .*ad*., producetur in .*dh*., habebuntur 1320 pro embado ipsius solidi. Nam quadratum dyametri eius, qui est .*hb*., habebimus ex aggregatione quadratorum linearum .*ba*., et .*ad*., et .*dh*., quorum suma est 365. Et si in similj modo ponamus dyametrum radicem esse 365.; et longitudinem basis ipsius superhabundare latitudinem eius in unum; et altitudinem eius .*dh*. superhabundare eandem latitudinem .*ab*. in .2.; et uolumus inuenire basis, nec non et solidi altitudinem, ponamus .*ab*. radicem; quare latus .*ad*. erit radix, uno addito; et .*dh*. altitudo erit similiter radix, duobus additis; quare ex quadrato lineę .*ab*., hoc ex .*ab*. in se, prouenit census; et ex .*ad*. in se prouenit census, et due radices, uno addito; et ex .*dh*. prouenit census, et IIII^or radices, et quatuor; et sic habebimus tres census, et sex radices, quinque additis, pro quadrato dyametri .*hb*., quod est .365.: comuniter si auferantur .5., remanebunt .360., que equantur tribus quadratis, et sex radicibus: quare census, et due radices equantur 120.; quare dimidium radicum multiplicauerimus in se, ueniet unum; quo addito cum 120., erunt .121.; de quorum radice auferatur .1., remanebunt .10. pro .*ba*.; quare .*ad*. est .11., et .*dh*. est 12. Similiter si dicatur: addidi quadrata linearum .*ab*., et .*ad*., et .*dh*. cum quadrato dyametri .*hb*.; et fuit totum illud quod

fol. 104 *recto*.

e ex .*dh*. .... duobus additis a (fol. 104 *recto*, lin. 20-32, 33; pag. 164, lin. 36 — pag. 165, lin. 5).

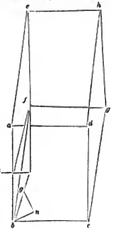


aggregatum est .730; dimidiabo siquidem ea, et uenient 365. pro quadrato dyametri *.hb.*, cum quibus operandum est ut supra. Sed si dictum fuerit: aggregaui altitudinem *.dh.* cum quadrato dyametri *.hb.*, et habui 377.; et fuit *.dh.* uno plus ex *.da.*, et *.da.* uno plus ex *.ab.*; ponam similiter *.ba.* rem; quare et *.ad.* erit res, uno addito, et *.dh.* erit res, duobus additis; et erunt quadrata earum trium linearum, secundum quod demonstratum est superius, tres census, et sex radices, et 5, que equantur quadrato dyametri *.hb.*: cui si addatur altitudo *.dh.*, que est radix, duobus additis, erunt tres census,| et septem radices: septem additis, que equantur 377: de quibus comuniter diminutis .7., remanebunt tres censns, et septem radices, que equantur 370; quare census, et radices $\frac{1}{3}$ 2 equantur 123 et $\frac{1}{3}$: deinde procedas ut supra. Sed si unde procedat embadum similium solidorum embadum prouenire ex multiplicatione basis ipsius in eius altitudinem scire uis, considera quod, cum ex altitudine ipsius summatur mensura unius pedis; et per terminum ipsius pedis superficies equidistans basi infra ipsum solidum adsignetur, erunt tunc tot pedes cubici inter basim, et ipsam superficiem, quot pedes superficiales fuerint in embado basis. Similiter si per duplum unius pedis |ex altitudine superficiem aliam signauerimus equidistantem basi, erunt utique inter ipsam superficiem, et basem tot pedes cubici, quot in duplo basis sunt pedes superficiales. Similiter ex triplo unius pedis accepta in altum procreatur solidum, in cuius embado erunt tot pedes cubici in ipso solido, quot fuerunt in triplo basis pedes superficiales ; ergo quoniam multiplex est altitudo cuiuscumque solidi vnius pedis, tam multiplices sunt pedes embadi ipsius solidi ex embado basis. Quare quando multiplicatur embadum basis per altitudinem solidi, habetur utique embadnm solidi, ut dictum est. Et quanuis non eleuetur aliquod solidum á lineis orthogonaliter erectis supra basem, tamen solida, que super equas bases, et sub eadem altitudine sunt, sibi inuicem equentur; erit utique illud idem in eo, uidelicet quod ex ducta base in eius altitudinem procreabitur embadum solidi; hoc idem intelligi potest de quoque corpore huius primę partis.

fol. 104 *verso*.

Adiaceat rursus solidum equidistantium superficierum *.dhf.*, cuius basis *.abcd.* sit orthogonia, super quam sint erecte recte *.ae. bf. cg. dh.* minime orthogonaliter stantes, ita ut anguli *.abf.* et *.dcg.* sint acuti; quare anguli *.eab.* et *.hdc.* sunt otusi; et erunt superficies *.af.* et *.dg.* ambo rumbi, uel rumboides : relique nero due superficies *.fc.* et *.ed.* erunt aliquando rectiangule, aliquando non : sed qualescumque sint, si altitudinem ipsius solidi inueniremus, et eam per basis embadum multiplicauerimus, ipsius solidi embadum incontanter habebimus. Nam qualiter ipsam altitudinem habere debeamus, breuiter indicabo : á puncto quidem *.f.* super lineam *.ab.* cathetum protraham *.fi.*; linea uero *.fi.* aut est cathetus super superficiem *.ac.*, aut non. Nam si cathetus est, erit altitudo ipsius corporis ipsa linea *.if.*: si uero cathetus non est linea *.if.*, protraham per punctum *.i.* rectam *.ko.* ad rectos angulos super rectam *.ab.*; super quam protraham cathetum á puncto *.f.*, et habebo altitudinem ipsius corporis; uel aliter, secundum uulgarem modum, eiciam á puncto *.f.* super planum *.ac.* plumbum cum filo | cadere faciam; et sic inueniam cathetum eius, si á puncto *.f.* ceciderit super latus *.ab.*, uel extra. Nam si infra corpus ceciderit super basem *.ac.*, et corpus densatum fuerit, ita ut non possit plumbum orthogonaliter cadere á puncto *.f.* infra basem *.ac.*, faciam ipsum cadere a puncto *.h.*, uel etiam á puncto *.e.*, ut cadat extra figuram. Sed si se-

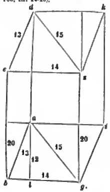
« sit orthogonia ..., cum filo » (fol. 104 verso, lin. 23-35; pag. 165, lin. 27-39).



fol. 105 *recto*.

cundum artem operari uolumus, oportebit nos uti arundinum instrumento: sic erigam arundinem orthogonaliter á puncto *.b.* supra basem *.ac.*, que sit *.bm.*, cuius longitudo sit nota; et aptabo super eam arundinem *.mn.* faciens angulum rectum, qui ad *.m.*; et ponamus rectam *.o.f.* cathetum esse solidi *.dhf.*; et erit proportio *.bm.* ad *.of.*, sicut *.bn.* ad *.bf.*: ergo si nota erit longitudo recte *.bf.*, et habebitur similiter et cathetum *.fo.* notum; que etiam omnia ostendamus cum numeris: esto latus *.ab.* 18; latus quoque *.bc.* 12.; unum quodque laterum *.ae. bf. cg. dh.* sit 20; et uolumus inuenire cathetum *.fo.*: sit quidem arundo *.bm.* 4., et arundo *.mn.* 3.; quare *.bn.* erit .5.; et copulabo rectam *.bo.*, et erit triangulus *.fob.* similis triangulo *.bmn.*; quare erit sicut *.fb.* ad *.bn.*, ita *.fo.* ad *.mb.*, quadrupla est *.fb.* ex *.bn.*; quadrupla ergo erit *.fo.* ex *.mn.*; quare *.fo.* erit .16.; ex ductu *.ab.* in *.bc.* proueniunt 216.; quibus ductis in *.fo.*, scilicet in .16., ueniunt 3456. pro embado solidi *.dhf.*

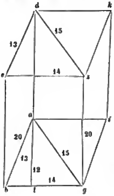
« in solidis ... equale. similiter » (fol. 105 *recto*, lin. 20, 21-33 e 34; pag. 166, lin. 14-26).



Et si seratile aliquod, quod secundum quosdam cunus appellatur, metiri uolumus, basem, que trigona est, in eius altitudinem ducemus, secundum quod fit in solidis sex basium: ad cuius rei euidentiam esto cunus *.abgdez.*, cuius basis esto trigonum *.abg.*; et sint linee *.ad. bc. gz.* equales sibi inuicem, et orthogonaliter erecte supra trigonum *.abg.*; quare trigonum *.dez.* trigono *.abg.* equale, et equidistans est; recta quidem *.de.* recte *.ab.* et *.dz.* ei que est *.ag.* et *.ez.* equalis est recte *.bg.*: parallilogramina ergo sunt quadrilatera *.ae.*, et *.eg.*, et *.gd.* Inueniam quidem aream trigonj *.abg.*, et ipsam multiplicabo per lineam *.ad.*, que est altitudo cuni, et habebo embadum ipsius; quod sic probatur: per punctum quidem *.a.* protraham rectam *.ai.* equalem, et equidistantem recte recte (*sic*) *.bg.*; et copulabo rectam *.ig.*, et eleuabo orthogonaliter rectam *.ik.* equalem rectis *.da. eb. zg.*; et copulabo rectas *.dk. kz.*: sex ergo basium equidistantium, qui erit solidum *.ike.*, et diuisum in duo equa á quadrilatero *.dagz.*: est enim parallilogramum basis *.ib.*; quare dyameter *.ag.* diuidit ipsam basem in duo equa; ergo trigonum *.abg.* trigono *.agi.* est equale: similiter et trigonum *.dez.* trigono *.dzk.* est equale. Quare seratile *.abgdez.* seratilj *.a.g.i.d.z.k.* equale est. Dimidium ergo solidi *.ike.* est seratile *.abgdez.*: | ex ducto quidem embado quadrilateri *.ib.* in altitudinem *.ad.* prouenit duplum multiplicationis basis trigoni *.abg.* in altitudinem *.ad.* Sed ex ducta base *.bi.* in *.ad.* prouenit embadum solidi *.ike.*; quare ex ducto embado trigoni *.abg.* in altitudinem *.ad.* prouenient embada cuni, ut predixi. Et sit notandum, quod trigona *.abg.* et *.dez.* ambo sunt aut equilatera, aut equicuria, siue diuersilatera; vnde cuiuscunque formę fuerit, embadum trigoni *.abg.* inueniendum est per modum demonstratum superius in tractatu triangulorum. Et ut aliqua inde cum numeris dicamus; ponamus latus *.ab.* esse .13., et *.ag.* 15., et basem *.bg.* 14.; quare et *.de.* erit similiter .13., et *.ez.* 14., et *.dz.* 15.: et protraham in trigono *.abg.* cathetum *.al.*, qui erit .12.; quem multiplicabo per dimidium *.bg.*, et uenient .84. pro embado trianguli *.abg.*; quibus ductis in altitudinem *.ad.*, que sit .20., uenient .1680. pro embado seratilis *.abgdez.* Et si recte *.da.*, et *.eb.*, et *.zg.* non sint orthogonaliter erecte supra trigonum *.abg.*, sed declinauerint ad aliquam partem, studeas altitudinem ipsius cuni inuenire per modos demonstratos in solido antecedente. Et si ex cuno *.abgdez.* iaceat in plano basis *.ebgz.*, multiplicabo embadum ipsius per dimidium catheti *.al.*, et habebo propositum. Verbi gratia: quia orthogonium est quadrilaterum *.eg.*, multiplicabo *.bg.* per *.be.*, scilicet .14.

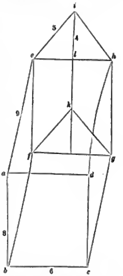
fol. 105 *verso*.

« ex ducto .... aliquam partem » (fol. 105 *verso*, lin. 1-14; pag. 166, lin. 28-40).



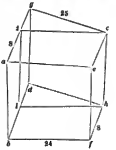
per 20, et uenient .280. pro embado basis quadrilateri *.eg.*; quibus ductis in dimidium *.al.*, scilicet in .6., uenient .1680., ut supra, pro embado seratilis *.abgdez.*

« Si uero .... est *.dhf.* » (fol. 105 *verso*, lin. 22-35, e margine inferiore; pag. 167, lin. 3-15).



Si uero corpus aliquod commistum fuerit ex solido sex basium equidistantium, et aliquo cuno, ut sunt arcę, in quibus tenetur frumentum: embadum solidi cum embado seratilis in unum coniunge, et habebis propositum, uel catheti trianguli dimidium super altitudinem solidi equidistantium laterum adde; et quod prouenerit, in basem arcę multiplica. Verbi gratia: esto arca, cuius basis sit quadrilaterum orthogonium *.abcd.*; et super angulos eius stent orthogonaliter recte *.ae. bf. cg. dh.*, que sint sibi inuicem equales; et super puncta *.e.h.* protracte recte *.le. ih.* facientes angulum *.eih.*: similiter super puncta *.f.g.* eleuentur recte *.fk. kg.* facientes angulum *.fkg.*; et sit penthagonum *.aeihd.* in superficie una: penthagonum quoque *.bfkgc.* in superficie alia; et sint ambo penthagona sibi inuicem equalia; et copulentur recte *.ik. ef. fg. gh.* et *.he.*; et erit quadrilaterum *.eg.* equidistans, et equale basi *.ac.*: quadrilaterum quoque *.af.* quadrilatero *.gd.*, nec non et quadrilaterum *.fc.* quadrilatero *.ad.* Solidum ergo equidistantium laterum est *.dhf.*,| cuius embadum habebitur ex *.ab.* in *.da.* ducta in fol. 106 r. *.ae.*: embadum quoque seratilis *.efghik.* habebitur ex superficie *.ef.* in *.eh.*, hoc est ex *.ba.* in *.ad.* ducta in dimidium catheti trianguli *.fkg.* Verbi gratia: sit *.ab.* 8.; et *.ad.* sit .6., et *.ae.* sit .9.; et unumquodque laterum trigonorum *.eih.* et *.fkg.* sit .5.; quare cathetus *.kl.* erit .4.; et multiplicetur *.ba.* in *.ad.*, erunt .48.; pro quo ducto per *.ae.*, et per dimidium *.kl.*, hoc est per 11., venient .528. pro embado totius arcę. Et si commistio solidi et seratilis fiat secundum alium modum, ita quod una ex superficiebus, que supra basem erecta est, sit altior superficiei sibi equidistanti; et relique due superficies coniungantur eis, secundum quod fit in domibus, uel ut in sequenti figura patet, in qua ponimus superficiem *.abgd.* erectam orthogonaliter super superficiem *.af.*; et sit unaqueque rectarum *.ab.* et *.gd.* ulnarum .20.; et altitudo ipsius superficiei, que est *.ag.*, uel *.bd.* sit ulnarum .15.; et ponimus superficiem *.efch.* equidistantem superficiei *.ad.*; et sit una queque rectarum *.ec. fh.* ulnarum .8.; et in unoquoque laterum *.ae.* et *.bf.* contineat ulnas .24. Quare una queque rectarum *.gc.* et *.dh.* erit .25; quod sic congnoscitur: per puncta quidem *.ch.* rectis *.ea.* et *.fb.* equidistantes protraham rectas *.ci. hl.*, eritque unaqueque earum .24., cuius quadratum, scilicet .576., si addatur cum quadrato lineę *.ig.*, quod est .49., uenient .625. pro quadrato lineę *.gc.*, quorum radix, que est .25., erit linea *.gc.* Vnde si embadum huius corporis habere uis, lineas *.ec.* et *.ag.* in unum coniunges; et eorum dimidium, quod est $\frac{1}{2}$ 11, per embadum basis *.af.* multiplica, scilicet per 480., erunt 5520. pro embado totius corporis.

« equidistan[ti; et .... in embadum » (fol. 106 *recto*, lin. 3, 9-19; pag. 167, lin. 22-32).



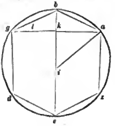
Etsi basis alicuius corporis huius primę partis quadrilatera, sed non rectiangula fuerit, non etiam latera sint equidistantia, cum in similj superficie, et equalj, et equidistanti basi terminetur. Nimirum habebitur embadum eius, si area basis in altitudinem corporis ducatur; quod manifeste uidebitur, si per dyametros basis, et superficiei sibi equidistanti superficiem transire fecerimus secantem ipsum corpus in duo seratilia, quorum embadum habebitur, ut demonstratum est, per multiplicationem basis uniuscuiusque: que triangula erunt in eorum altitudine, que est eadem. Similj quoque modo si basis alicuius corporis huius partis fuerit penthagona, uel plurium laterum, poterunt

resolui in tres, uel plures cunos habentes bases triangulas, cum quelibet figura plana rectilinea resoluatur in duos triangulos minus numero laterum ipsius, ut penthagonum quod resoluitur in tres triangulos, exagonum in .iiij^or. etc. Vnde cum areas omnium

fol. 106 verso.

triangulorum cadentium infra basem | similium corporum: hoc est aream eiusdem basis per altitudinem corporis multiplicaueris, nimirum embadum ipsius corporis habere non dubites. Sed quia inuentione embadorum multilaterum figurarum cadentium in circulis alia, preter ea que dicta sunt, dicere possumus; ut hoc opus perfectum sit, aliqua inde dicere presentialiter procuraui. Habetur quidem embadum exagoni equilateri et equianguli cadentis in circulo ex multiplicatione dyametri in tres quartas cordis anguli exagonici; que corda est latus trianguli equilateris cadentis in eodem circulo, cuius quadratum est triplum quadrati semidyametri circulj, hoc est lateris exagonici. Ad cuius rei euidentiam, in circulo *.agd.* esto exagonum *.abgdez.*; et protrahatur in ipso corda *.ag.*, que secetur in duo equa per dyametrum *.be.* super punctum *.k.*; erit ergo triangulus *.iab.* sexta pars exagoni *.abgdez.*; et corda *.ag.* est latus trianguli equilateri cadentis in circulo *.agd.*, cum arcus *.abg.* sit tertia circunferentię circulj; et diuidatur *.kg.* in duo equa super punctum *.l.*; erit ergo *.ak.* duplum *.kl.*: ex ductu quidem *.ak.* in *.b.i.* prouenit duplum embadi trianguli *.abi.*; quare ex ductu *.al.* in *.bi.* prouenit triplum embadi trigoni *.abi.* Sed dyameter *.be.* duplos est ex *.b.i.*; quare ex ducto dyametro *.be.* in *.al.* prouenit sextuplum embadi trianguli *.abi.* Quod sexcuplum embadi trianguli *.abi.* est embadum totius exagoni. Est enim *.al.* medietas et quarta, hoc est $\frac{3}{4}$ cordę *.ag.*: ergo ex dyametro circulj ducto in tres quartas cordę anguli exagonici habetur embadum exagoni, ut predixi. Quod etiam habebitur ex multiplicatione trium quartarum dyametri in totam cordam anguli exagonici. Et cum similj inuenetione inueni embadum tetragoni proueoire ex multiplicatione dyametri circulj continentis ipsum in septem octauas cordę anguli exagonici. Embadum quoque octagoni prouenit ex multiplicatione dyametri circulj continentis ipsum in totam cordam anguli octagonici; que corda est latus quadrati cadentis in ipso circulo: et sic secundum hanc inuestigationem possunt inueniri embada figurarum plurium laterum cadentium in circulis.

* corda .ag. .... totius exagoni * (fol. 106 verso, lin. 10, 11-19, 20; pag. 168, lin. 12-20).



Et si columnam metiri desideras, cuius dyameter basis sit pedum .7.; et altitudo uero, scilicet axis eius, sit pedum .20., aream circulj sue basis, que est $\frac{1}{2}$ 38, per altitudinem suam multiplica, et habebis pedes .770. pro embado ipsius columnę. Et notandum, quod omnia corpora cuiuscumque sint formę, cum sibi inuicem fuerint similia, erit proportio embadi unius ad embadum alterius, sicut proportio triplicata similis

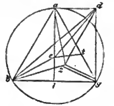
fol. 107 recto

lateris unius ad simile latus | alterius. Verbi gratia : si alicuius solidi longitudo fuerit pedum .2., et alterius longitudo sit pedum .3., erit proportio minoris solidi ad maius sicut proportio binarij ad ternarium triplicata. Nam proportio triplicata binarij ad ternarium est sicut cubus, qui sit á binario ad eum, qui fit á ternario, hoc est sicut .8. ad .27. Est enim sicut sicut (*sic*) .2 ad 3, ita 8 ad 12., et 12 ad 18, et 18 ad 27.; et sicut proportio de .8 ad 27 est triplicata proportio binarij ad ternarium. Vnde si embadum minoris corporis scieris, et eum per 27 multiplicaueris, et sumam per 8 diuiseris, nimirum embadum maioris solidi proueniet, et cet.. Et notandum, quod quicquid dictum est superius de solidis, uel columna, hoc idem intellige de cisternis, et puteis, cum in eis intelligatur esse latum, longum, et altum.

Incipit pars secunda de dimensione pyramidum.

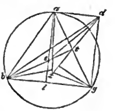
Cvm itaque piramidem aliquam metiri desideras, embadum suę basis, cuiuscumque sit formę, per tertiam altitudinis ipsius multiplica; et quod prouenerit, erit embadum ipsius pyramidis; que regula prouenit ex eis que demonstrata sunt in Euclide. Videlicet quod solidum est duplum seratilis. Seratile quoque est triplum suę pyramidis habentem trigonam basem. Ad cuius rei euidentiam. Esto pyramis *.abgd.* equilatera habens basem triangulam, que est *.abg.*; altitudo uero eius est id quod cadit orthogonaliter á puncto *.d.* supra basem *.abg.*: quare oportet nos inuenire casum ipsius in triangulo *.abg.*; quod sic fit: circa triangulum *.abg.* describam circulum *.abg.* circa centrum *.e.* Dico quidem, *.e.* punctus est casus perpendicularis cadentis á puncto *.d.* super superficiem trianguli *.abg.*: quod si non est, esto *.z.*, et copulentur recte *.dz. za. zb. zg.*; et quoniam *.dz.* perpendicularis est super planum *.abg.*, rectus est unusquisque angulorum *.dza.* et *.dzb.* et *.dzg.*: latera ergo *.dz.* et *.za.* possunt super rectam *.da.* Similiter et quadrata rectarum *.dz. zb.* equantur quadrato lineę *.db.*: similj quoque modo et quadratum lateris *.dg.* equatur quadratis rectarum *.dz. zg.* Sed latera *.da. db. dg.* sibi inuicem sunt equalia; ergo duo quadrata linearum *.dz.* et *.za.* duobus quadratis linearum *.dz.* et *.zb.* equalia sunt: comuniter auferatur quadratum lineę *.dz.*, remanebunt quadrata linearum *.za. zb.* equalia; quare *.za.* recta equalis est recte *.zb.* Similiter ostendetur, rectam *.zb.* equalem esse utrique rectarum *.za. zb.*; ergo á puncto *.z.* ad periferiam circulj *.abg.* concurrunt tres recte sibi inuicem equales; quare punctus *.z.* est centrum circulj *.abg.*: quod minime locum habet, cum *.e.* punctus sit centrum circulj *.abg.* Protracto quidem cateto *.de.*, si tertiam eius multiplicabimus per aream trigonj *.abg.*, habebimus | embadum piramidis *.abg.* Quod ostendimus cum numeris: sit unumquodque laterum pyramidis .12.; et copulentur recte *.ae. be. ge.*, que sibi inuicem sunt equales; et protrahantur recte *.ae. be.* in punctis *.i.t.*; et erit punctus *.i.* super dimidium lateris *.bg.*, cum anguli *.bai.*, et *.gai.* sibi inuicem sint equales: et quia *.ab.* et *.ag.* sibi inuicem sunt equalia, *.ai.* cathetus est super rectam *.bg.*: et quia recta *.bt.* secat super dimidium lateris *.ag.*, secabit etiam et cathetum *.ai.* super tertiam eius, ut in tractatu triangulorum in tertia distinctione huius operis demonstraui. Extracto quidem quadrato recte *.bi.* ex quadrato lateris *.ab.*, scilicet 36 de .144., remanent .108. pro quadrato lineę *.ai.*: et quia *.ei.* est tertia ex *.ai.*, erit quadratum lineę *.ei.* nona pars quadrati lineę *.ai.*: ergo quadratum lineę *.ei.* est .12.; cui si addatur quadratum lineę *.ib.*, erunt .48. pro quadrato lineę *.be.*: vel quia *.ae.*, hoc est *.be.*, est $\frac{2}{3}$ ex *.ai.*, erit quadratum lineę *.be.* 48, scilicet $\frac{4}{9}$ ex quadrato lineę *.ai.*: quod si auferatur ex quadrato lineę *.db.*, remanebit quadratum catheti *.de.* 96.: ex ductu quidem *.ai.* in *.bi.* prouenit radix de .3888. pro area trianguli *.abg.*: quod si ducatur in tertiam *.de.*, hoc est in nonam quadrati eius, que est $\frac{2}{3}$ 10., uenient 41472. pro quadrato embadi pyramidis *.abgd.*, cuius radix est $\frac{3}{5}$ 203., et aliquantulum plus; quod plus est minus de $\frac{1}{20}$, et plus de $\frac{1}{21}$. Ex hoc quidem erit manifestum quod in omni pyramide equilatera quadratum suę altitudinis est $\frac{2}{3}$ quadrati unius laterum eius; nec non et quadratum rectę procedentes ab unoquoque angulorum ad casum altitudinis pyramidis est tertia quadrati eiusdem lateris: quod possumus inue-

« .zb. zg., et .... recte .zb. » (fol. 107 *recto*, lin. 23-30; pag. 169, lin. 12-19).



fol. 107 *verso*.

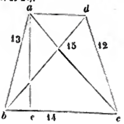
« embadum piramidis .... triangulorum » (fol. 107 *verso*, lin. 1-7; pag. 169, lin. 23.29).



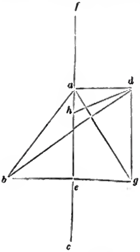
stigare hoc modo. Est enim *.bi.* dimidium ex *.bg.*; quare quadratum ex *.bi.* est quarta quadrati ex *.ab.*; quare quadratum ex *.ai.* est $\frac{3}{4}$ ex quadrato, quod fit á recta *.ab.*: est enim recta *.ae.* $\frac{2}{3}$ ex *.a.i.*; quare quadratum ex *.ae.* est $\frac{4}{9}$ ex quadrato recte *.ai.*; ergo quadratum ex *.ae.*, hoc est ex *.be.*, uel ex *.ge.*, est $\frac{4}{9}$ de $\frac{3}{4}$ quadrati lateris *.ab.* Sed $\frac{4}{9}$ de $\frac{3}{4}$ alicuius rei est quantum $\frac{3}{4}$ de $\frac{4}{9}$ eiusdem rei, hoc est $\frac{1}{3}$; ergo quadratum uniuscuiusque rectarum *.ae. be. ge.* est tertia quadrati lateris *.ba.*; hoc est ex latere *.da.* Vnde si ex quadrato lateris *.da.* auferatur quadratum lineę *.ae.*, remanebunt pro quadrato altitudinis *.de.* $\frac{2}{3}$ ex quadrato lateris *.da.*, ut predixi. Et notandum quod in omni pyramide, cuius basis triangula est habente latera ab angulis basis ipsius adscendentia ad punctum summitatis eius sibi inuicem equalia; casus ipsius altitudinis erit centrum circulj continentis | basem ipsius pyramidis. Rvrsvs esto pyramis *.abcd.* habens latera *.da. db. dc.* sibi inuicem equalia; basis uero eius, scilicet trigonum *.abc.*, sit cuiuslibet trianguly formę; et uolumus inuenire casum cadentem á puncto *.d.* super trigonum *.abc.* per numerum; qui casus erit centrum circulj continentis trianguli *.abc.*; protraham primum cathetum *.ae.* in triangulo *.abc.*, in quo diuidam id quod fit ex *.ba.* in *.ac.*; et quod prouenerit, erit dyameter circulj continentis triangulum *.abc.*, ut in tractatu circulorum superius demonstraui. Ad cuius rei similitudinem esto latus *ab.* 13., latus *.ac.* 15., latus quoque *bc.* sit .14.; quare cathetus *.ae.* erit 12.: in quo si diuiserimus superficiem ex *.ba.* in *.ac.*, hoc est .195., uenient $\frac{1}{4}$ 16. pro dyametro circulj continentis triangulum *.abc.*; cuius dimidium, scilicet $\frac{1}{8}$ 8., est differentia, que est á casu altitudinis pyramidis ad unumquemque angulorum basis. Ponamus etiam, unumquodque laterum *.da. db. dc.* esse 12.; quare si ex quadrato ipsius, que est 144, auferatur quadratum de $\frac{1}{8}$ 8, quod est $\frac{1}{64}$ 66, remanebunt 78, minus $\frac{1}{64}$ pro quadrato catheti *.dg.*; in cuius nonam si multiplicauerimus quadratum trianguli *.abc.*, quod est 7056., habebitur quadratum embadi totius pyramidis. Et notandum quod si basis similium pyramidum fuerit acutiangula, tunc casus altitudinis ipsius cadet infra trigonum *.abc.*: et si angulus *.bac.* fuerit rectus, tunc dyameter circuli continentis triangulum *.abc.* erit recta *.bc.*; et suprascriptus casus erit super dimidium lineę *.bc.*: et si angulus *.bac.* fuerit obtusus, tunc ipse casus erit extra triangulum á parte *.bc.* Item ponam pyramidem, cuius basis *.abg.* sit trigonum equilaterum, uel equiclurium; ex lateribus uero *.da. db. dg.* sint duo tantum sibi inuicem equalia, que sunt *.db.dg.*; uolo ostendere modum quomodo habeatur altitudo ipsius pyramidis. Quoniam in trigono *.dbg.* duo latera *.db.* et *.dg.* alternis equalia sunt; si á puncto *.d.* super basem *.bg.* cathetus ducatur *.de.*, diuidet basem *.bg.* in duo equa super *.e.* Similiter quia trianguli *.abg.* latera *.ab.* et *.ag.* equalia sunt; si á puncto *.c.* recta protrahatur *.ea.*, erit utique *.ae.* recta cathetus super basem *.bg.*: producatur quidem *.ae.* in utramque partem in infinitum in punctis *.f.c.*; deinde super rectam *.f.c.* producam cathetum à puncto *.d.*, qui erit altitudo pyramidis *.dabg.*, cuius altitudinis casus quandoque cadet inter *.ae.*, quando cadet extra triangulum inter puncta *.a.f.*, uel *.e.c.*, uel aliquando in puncto *.a.*, uel in puncto *.e.*; que omnia ostendamus cum numeris. Esto unumquodque laterum *.ab.* et *.ag.* 10; latus quoque *bg.* 12.; et unumquodque laterum *.db.* et *.dg.* 14.; latus quoque *.da.* sit .12.: inueniam primum cathetum *.de.*, qui erit radix de .160., cum | quadratum casus *.be.* ablatum sit ex quadrato lateris *.db.* Similiter

fol. 108 recto.

« demonstraui. Ad ... 78, minus » (fol. 108 recto, lin. 7, 8-14; pag. 170, lin. 17-24).



« que sunt .... de .160., cum » (fol. 108 recto, lin. 24-35; pag. 170, lin. 32-43).

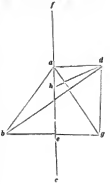


fol. 108 verso.

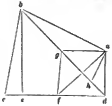
cathetus *.ae.* erit .8.: deinde inueniam casum trigoni *.dae.* super basem *.ae.* sic: ex quadrato quidem, quod fit ex *.de.*, auferam quadratum ex *.da.*, scilicet 144. de 160., remanebunt .16.; quibus diuisis per *.ae.*, uenient .2.; quibus additis cum *.ae.*, erunt 10.; cuius dimidium, scilicet .5., est maior casus á latere maiori *.de.*: quare ponam *.h.* super punctum casus, ut sit *.eh.* 5, remanebunt pro *.ah.* 3.: ergo si quadratum linee *.ah.* auferatur ex quadrato linee *.da.*; uel ex quadrato linee *.de.* auferatur quadratum linee *.eh.*, erit illud quod remanebit, scilicet 135., quadratum catheti *.dh.* Et notandum, quod si angulus *.dah.* esset rectus, tunc *.da.* esset cathetus descendens á puncto *.d.*; et si angulus *.dah.* esset maior recto, tunc cathetus descendens á puncto *.d.* caderet extra triangulum super lineam *.af.*: similj quoque modo si angulus *.deh.* esset rectus, tunc *.de.* esset altitudo pyramidis; et obtusus esset angulus *.deh.*, tunc cathetus descendens á puncto *.d.* caderet inter puncta *.e.c.* extra triangulum: et si unusquisque angulorum *.dah.* et *.deh.* acutus esset, caderet utique tunc perpendicularis inter puncta *.a.e.* super lineam *.ae.* Esto rursus pyramis, cuius summitas sit *.a.*; basis quoque eius sit trigonum *.bcd.* diuersilaterum, cuius latus *.bc.* sit 13.; latus quoque *.cd.* 14.; latus uero *.db.* 15., cuius cathetus esto recta *.be.*; ex reliquis uero lateribus descendentibus á puncto *.a.* ad puncta *.b.c.d.* sint latera *.ac.* et *.ad.* equalia, quorum unumquodque sit pedum .10.; reliquum uero latus *.ab.* sit .15.: uolo ergo cathetum cadentem á puncto *.a.* super planum, in quo est trigonum *.bcd.*, inuenire. Protraham primum in trigono *.acd.* cathetum *.af.*; et per punctum *.f.* in superficie trigoni *.bcd.* protraham lineam *.fg.* facientem rectos angulos *.gfd.* et *.gfe.*; et copulabo rectam *.ag.*; et in trigono *.afg.* super lineam *.fg.* cathetum producam, que erit cathetus cadens á puncto *.a.* super planum trigoni *.bcd.*; que cathetus sic per numerum inuenitur: quia rectus est angulus *.gfd.*, erit linea *.fg.* equidistans catheti *.be.*; quare est sicut *.df.* ad *.de.*, ita *.dg.* ad *.db.*: est enim *.de.* 9, et *.df.* est 7., scilicet dimidium ex *.ed.*, cum equiclurium sit trigonum *.acd.*; ergo est sicut 7 ad 9., ita *.dg.* ignota ad *.db.* notam, que est .15.: quare si multiplicauerimus .7. per .15., et diuiserimus per .9., uenient $\frac{2}{3}$ 11. pro linea *.dg.* Similiter si multiplicauerimus *.df.* per *.be.*, scilicet 7 per 12, et diuiserimus per *.de.*, uenient $\frac{1}{3}$ 9 pro linea *.fg.* : deinde in trigono *.abd.* super latus *.bd.* cathetum protraham *.ah.*, et erit casus longior *.bh.* $\frac{2}{3}$ 11.; breuior uero *.dh.* erit $\frac{1}{3}$ 3.: quare quadratum catheti *ah.* erit $\frac{8}{9}$ 88; cum quo si addatur quadratum linee *.hg.* , quod est $\frac{4}{9}$ 69.,| erunt $\frac{1}{3}$ 158., pro quadrato linee *.ag.* Rursus si de quadrato linee *.ad.* auferatur quadratum ex *.df.*, scilicet 49 de 100., remanebunt .51. pro quadrato linee *.af.*; ergo linea *.af.* est radix de .51.; et linea *.ag.* est radix de $\frac{1}{3}$ 158.; linea quoque *.fg.* est $\frac{1}{3}$ 9.: et postquam habemus latera trigoni *.afg.* nota, possumus notitiam catheti descendentis ab *.a.* super lineam *.fg.* habere per doctrinam, quam docuimus in dimenctione embadorum triangulorum.

Rursus adiaceat pyramis *.a.b.g.d.*, cuius basis est trigonum *.abg.* diuersilaterum; latera uero descendentia á puncto *.d.* in puncta *.a.b.c.* sint similiter diuersa, et inequalia; quare aliquando erit unum ex eis orthogonaliter erectum super trigonum *.abg.*, et quandoque erunt omnia latera declinantia. Verbi gratia: sit latus *.ab.* 10., et *.ag.* .9., et *.bg.* 5., et *.da.* 15.; latus quoque *.db.* 13., et *.gd.* sit .12.; in hoc pyramide recta *.dg.* est cathetus ipsius, cum quadrata linearum *.bg.* et *.gd.* equentur quadrato linee

« quadratum casus .... unusquisque » (fol. 103 *verso*, lin. 1-14; pag. 170, lin. 43 — pag. 171, lin. 12).

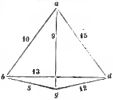


« lineam *.fg.* .... .7. per .13. » (fol. 108 *verso*, lin. 24-30; pag. 171, lin. 20-37).



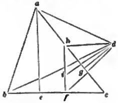
fol. 109 *recto*

« diuersilaterum; ... pyramidis *.a.b.g.d.* » (fol. 109 *recto*, lin. 7, 8-15; pag. 171, lin. 38 — pag. 172, lin. 3).

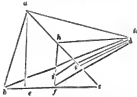


.*db*.; nec non et quadrata linearum .*dg*. et .*ga*. equentur quadrato lineę .*ad*.; ergo si tertia ex .*dg*. ducatur per embadum trianguli .*abg*., habebitur embadum pyramidis .*a.b.g.d*. Sed non sit cathetus pyramidis aliqua ex lineis descendentibus á summitate eius, ut in pyramide .*abcd*., cuius latus .*ab*. sit .13., .*bc*. 14., *ac*. 15.; latus quoque .*bd*. 13., et .*dc*. 15., et .*da*. 14. Primum in triangulo .*abc*. protraham cathetum .*ae*.; et in trigono .*dbc*. protraham cathetum .*df*.; et per punctum .*f*. protraham lineam .*fh*. equidistantem catheto .*ae*., ut sit angulus .*hfc*. rectus: deinde in trigono .*dac*. protraham cathetum .*dg*. super rectam .*ac*.; ex quibus omnibus habebitur nota linea .*dh*.; quare latera trigoni .*dfh*. erunt nota; ergo et cathetus cadens in ipso á puncto .*d*. super lineam .*fh*. erit nota, que erit altitudo pyramidis. Verbi gratia: cathetus quidem .*ae*. est .12.; casus quoque .*be*. 5.; et casus .*ec*. est .9. Similiter cathetus .*df*. in superficie trianguli .*dbc*. est .12.; et casus .*fc*. est .5.: et quia .*fh*. equidistans est catheto .*ae*., erit sicut .*cf*. ad .*ce*., ita .*fh*. ad .*ae*., et .*ch*. ad .*ca*.; quare .*fh*. est $\frac{2}{3}$ 6., et .*ch*. est $\frac{1}{3}$ 6.: deinde ut inueniamus cathetum .*dg*., auferam quadratum .*dc*. ex quadraro lateris .*da*., scilicet 169 de 196., remanent .27.; quibus diuisis per .*ac*., ueniet $\frac{4}{5}$ 1.; quod addam cum .*ac*., erunt $\frac{4}{5}$ 16; cuius dimidium, scilicet $\frac{2}{5}$ 6., est casus maior .*ag*.; quare casus minor .*gc*. est $\frac{3}{5}$ 6.; et ex his habebuntur $\frac{4}{5}$ 11 pro catheto .*dg*.: cuius quadrato si addatur quadratum ex .*gh*., habebuntur $\frac{4}{9}$ 128. pro quadrato lineę .*dh*.; quare .*dh*. est $\frac{1}{3}$ 11.: restat ut in trigono .*dfh*. inueniamus cathetum cadentem á puncto .*d*. super lineam .*fh*.; et erit casus maior .*fi* $\frac{1}{2}$ 4.; quare cathetus .*di*., qui est |
fol.109 v.° altitudo pyramidis, erit radix de $\frac{3}{4}$ 123.: in qua si multiplicauerimus tertiam embadi trigoni .*abc*., que est .28., habebimus radicem de 97020 pro embado pyramidis .*abcd*. Notandum, quod si trigoni .*dbc*. angulus .*dcb*. fuerit obtusus, tunc cathetus .*df*. cadet extra triangulum .*dbc*., ut in hac alia cernitur formula, in qua ponimus latus .*ac*. .13., et .*bc*. 9.; latus quoque .*ab*. radicem de 160.; et sit latus .*da*. 19.; latus quoque .*db*. 17.; latus uero .*dc*. sit .10.: quare cathetus .*ae*. erit .12.; et casus .*be*. erit .4.; et .*ec*. erit .5.: cumque extraxerimus quadratum .*dc*. de quadrato lateris .*db*., remanebunt 189 diuidenda per .*bc*., scilicet per .9., uenient .21.; que si addita fuerint cum eisdem .9.; et summa diuidatur in duo equa, prouenient .15. pro casu .*bf*.: ergo punctus .*f*. cadit extra .*b.c*.; et est .*cf*, 36., cuius quadratum si anferatur ex quadrato lateris .*dc*., uenient .64. pro quadrato catheti .*df*.; quare .*df*. est .8.: deinde protraham lineam .*fh*. equidistantem catheto .*ae*.; et faciam eam concurrere cum linea .*ba*. in puncto .*h*.; et copulabo .*dh*., et erit trigonum .*hbf*. orthogonium, et simile trigono .*abe*.: quare erit sicut .*be*. ad .*ea*., ita .*bf*. ad .*fh*.; quare .*fh*. est .45., cuius quadratum, quod est 2025, si addiderimus cum quadrato basis .*bf*., quod est 225, uenient .2250 pro quadrato lineę .*bh*. Vel quia est sicut .*be*. ad .*bf*., ita *ba* ad *bh*; si multiplicauerimus quadratum ex *bf*. per quadratum ex *ba*., hoc est 225 per 160, et diuiserimus summam per quadratum ex *be*., quod est 16, uenient similiter .2250. pro quadrato lineę .*bh*.: deinde ut perueniamus ad notitiam lineę .*dh*., inueniam cathetum trigoni .*dba*. cadentem á puncto .*d*. super latus .*ba*.; quod sic fit: ex quadrato, quod fit ex .*da*., auferam quadratum ex .*db*., scilicet 289 de 361, remanebunt .72. diuidenda per latus .*ba*., quod est radix de .160.; quare quadratum de 72, quod est 5184, diuidam per 160, et ueniet $\frac{2}{5}$ 32.; quibus additis cum 160, uenient $\frac{2}{5}$ 192.: de quibus si auferatur du-

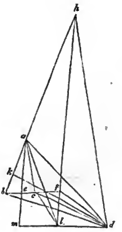
ᵃ «.*ae*.; ex quibus .... de 196., re|manent» (fol. 109 *recto*, lin. 28-29 e 30; pag. 172, lin. 8-15).



ᵇ «altitudo pyramidis .... .*dcb*. fue|rit» (fol. 109 *verso*, lin. 1 2 e 4, e margine superiore; pag. 172, lin. 21-23).



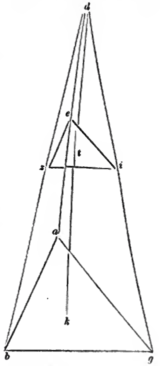
ᶜ «sicut .*be*. . . . . quod fit» (fol. 109 *verso*, lin. 16-32; pag. 172, lin. 34 — pag. 173, lin. 5).



plum radicis multiplicationis de $\frac{2}{5}$ 32 in 160.; quod duplum est .144., remanebunt $\frac{2}{5}$ 48. pro quadrato dupli minoris casus, qui sit *.bk.*; quare quadratum ex *.bk.* erit $\frac{1}{10}$ 12, scilicet quartum de $\frac{2}{5}$ 48; quibus $\frac{1}{10}$ 12 extractis de quadrato lineę *.db.*, remanebunt $\frac{9}{10}$ 276 pro quadrato catheti *.dk.*: deinde ut habeamus notitiam lineę *kh.*, addam quadratum ex *.bk.* cum quadrato, quod fit á *.bh.*, scilicet $\frac{1}{10}$ 12 cum 2250, erunt $\frac{1}{10}$ 2262; ex quibus auferam duplum radicis eius, quod fit ex $\frac{1}{10}$ 12 in 2250; quod duplum est .330., remanebunt $\frac{1}{10}$ 1932 pro quadrato lineę *.kh.*: cui si addatur quadratum ex *.dk.*, scilicet $\frac{9}{10}$ 276, uenient .2209. pro quadrato lineę *.dh.*; quare *.dh.* est 47.: deinde ut inueniamus cathetum|trigoni *.dfh.* cadentem á puncto *.d.* super latus *.fh.*, quod est .45.; et latus *.df.* est .8., operabimur suprascripto modo; et inueniemus, ipsum cathetum cadere extra lineam *.hf.* secundum quantitatem de $\frac{1}{3}$ 1; qui casus esto *.fl.*; et auferatur quadratum ex *.fl.*, quod est $\frac{7}{9}$ 1, ex quadrato ex *.d.f.*, quod est .64., remanebunt $\frac{2}{9}$ 62 pro quadrato lineę *.dl.*, scilicet cathetum pyramidis *.abcd.* Quod idem inuenies, si ex quadrato lateris *.dh.* auferatur quadratum casus *.hl.*; uel si ex quadrato lineę *.dc.* auferatur quadratum lineę *.cl.*; et est quadratum lineę *.cl.* equale duobus quadratis linearum *.cf. fl.*: uel aliter protraham lineam *.ae.* in puncto *.m.*; et sit *.em.* equalis *.fl.*; quare tota *.am.* erunt $\frac{1}{3}$ 13.; et copulabo *.lm.*, que erit equalis ex *.ef.*, que est .11.: addam quadrata linearum *.am* et *ml.*, et habebo quadratum lineę *.al.*: quod si auferam ex quadrato lineę *.da.*, scilicet ex .361., remaneunt similiter $\frac{2}{9}$ 62 pro quadrato catheti *.dl.* Ex hoc ergo patet, quod recta *.dl.* orthogonaliter stat super planum *.fbh.*, cum faciat rectos angulos cum lineis *.lh. la. lc.*: deinde si cathetum *.dl.* multiplicauerimus per tertiam trigoni *.abc.*, que est .18., habebimus .20160 pro quadrato embadi totius pyramidis *.abcd.*; et sic in omnibus pyramidibus procedere studeas: potes etiam ad notitiam altitudinum omnium pyramidum cum instrumentis supradictis arundinum, uel cum filo, et plumbo uerissime peruenire. Et si basis alicuius pyramidis fuerit quadrilatera, aut multilatera, non minus tertia suę altitudinis, in totam basim erit multiplicanda; quia si basis, quodcumque sit laterum, in trigona diuisa fuerit; et ab angulis ipsorum triangulorum ad punctum altitudinis pyramidis recte protrahantur, resoluetur itaque tota pyramis in tot pyramides habentes bases triangulas, quot fuerint trianguli protracti in ipsa base; et erit altitudo omnium pyramidum una. Quare si tertia pars ipsius altitudinis ducatur in aream uniuscuiusque trianguli, hoc est in totam basim diuisę pyramidis, nimirum embadum omnium pyramidum resolutorum, scilicet totius pyramidis, habebitur. Et si ab aliqua piramide auferatur pyramis aliqua per superficiem equidistantem sue basi; et uolueris scire embadum residui; quod curta, siue decurtata pyramis nuncupatur. Ex embado totius pyramidis embadum abscisę pyramidis tolle: et quod remanserit, erit embadum decurtatę pyramidis. Verbi gratia: si ex pyramide *.dabg.*, cuius basis est trigonum *.abg.*, auferatur pyramis *.dezi.*, cuius basis, scilicet trigonum *.ezi.*, sit equidistans basi *.abg.*; et uolumus embadum curtę pyramidis *.abgezi.* inueuire. Ex embado quidem pyramidis| *.dabg.* tollemus embadum pyramidis *.dezi.*; et quod residuum fuerit, erit embadum decurtatę pyramidis *.abgezi.*: uel aliter, quoniam trigonum *ezi.* equidistans est trigono *.abg.*; et sunt latera trigoni *.ezi.* secantia superficies *.dab.* et *.dbg.* et *.dga.*, erunt etiam et latera ipsorum trigonorum equidistantia; latus quidem *.ez.* lateri *.ab.*, et latus *.ei.* lateri *.ag.*: similiter et latus *.zi.* lateri *.bg.*: et quoniam

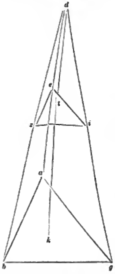
fol. 110 *recto*.

« si cathetum . .. cuius basis » (fol. 110 *recto*, lin. 15-33; pag. 173, lin. 21-37):



fol. 110 *verso*.

‹ equidistantia .... trigonorum .abg. › (fol. 110 verso, lin. 5-25; pag. 173, lin. 42 — pag. 174, lin. 17).



in trigonis .dab. et .dag. et .dbg. protracte sunt recte .ez. ei. zi. equidistantes basibus .ab. ag. bg., erunt anguli exteriores equales oppositis et interioribus angulis, siquidem qui sub .dez. angulo qui sub .dab., nec non et anguli qui sub .dze. et .dzi. et diz. et .die. et .dei. angulis qui sub .dba. et .dbg. et .dgb. et .dga. et .dag. sunt equales. Sunt enim et anguli .zei. et .eiz. et ize. equales angulis .bag. et .agb. et .gba., cum superficies .ezi. equidistet superficiei .abg. Quare anguli solidi qui ad .e. et .z. et .i. pyramidis .dezi. equantur angulis solidis, qui sunt ad .a. et .b. et .g. Vnde patet, pyramidem .dezi. similem esse toti pyramidi .dabg. Similes ergo pyramides ad se inuicem sunt in triplici proportione similium laterum: quare proportio pyramidis .dabg. ad pyramidem .dezi. est proportio triplicata lateris .bg. ad latus .zi.; quare ponamus esse sicut .bg. ad .zi., ita quantitas .c. ad .f.; et sicut .c ad f., ita .f. ad x. et x. ad .y.; et erit .c. ad .y. proportio triplicata lateris .bg. ad latus .zi. Quare est sicut .c. ad .y., ita pyramis .dabg. ad pyramidem .dezi. : auferatur quidem ex quantitate .c. quantitas .y., et remaneat quantitas .h.; erit deinceps sicut .c. ad .y., ita quantitas .h.y. ad quantitatem .y. Ergo est sicut quantitas .h.y. ad quantitatem .y., ita pyramis .dabg. ad pyramidem .dezi.: erit ergo disiunctim sicut .h ad y, ita curta pyramis .abgezi. ad pyramidem .dezi. Vnde si latera trigonorum .abg. et .ezi.; et altitudo pyramidis .dabg. erunt nota, erit siquidem notum, per ea que dicta sunt, embadum curtę pyramidis .abgezi. Que ostendantur cum numeris. Sit latus .ab. 13., et .ag. 15., et .bg. 14.; et altitudo pyramidis .dabg., que sit recta .dk., sit .24.; et super dimidio laterum .da. db. dg. transeat superficies trigoni .ezi. ; et erit latus .ez .$\frac{1}{2}$ 6; et latus ei. $\frac{1}{2}$ 7; latus quoque .zi. erit .7.; et cathetum .dk. ponamus .24., que secta est á superficie .ezi. in duo media in puncto .t. Et ponamus quantitatem .c. esse .8.; et quia latus .bg. duplum est lateri .zi., erit quantitas .c. duplum quantitatis .f., et f quantitatis .x., nec non et x. duplum est quantitatis .y.; quare .f. est .4., et .x. 2., et .y. est .1.; et tollatur ex quantitate .c. equalis | quantitati .y., scilicet .1. de 8, remanebunt .7. pro quantitate .h.: et quia inuenimus esse sicut .h. ad .y., ita pyramis curta .abgezi. ad pyramidem .dezi. Est enim .h. septuplum ex .y.; quare decurtata pyramis .abgezi. est septuplum pyramidis .dezi. Sed pyramis .dezi. est .84., que proueniunt ex ductu tertię partis altitudinis .dt., que est .4. , in triangulum .ezi., qui est .21. Quare si multiplicauerimus .84. per .7., habebimus .588. pro embado curtę pyramidis .abgezi.: uel si ex tota pyramide .dabg., que est 672.; que proueniunt ex ductu tertię partis altitudinis .dk., que est .8., in triangulum .abg., qui est .84., extracxerimus .84., scilicet pyramidem .dezi. , remanebunt similiter 588 pro pyramide .abgezi.

‹ et .ezi. .... et latus › (fol. 111 verso, lin. 26-30; pag. 174, lin. 17-22).



f. 111 r.°

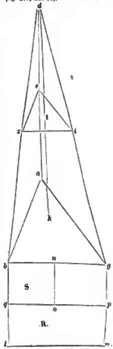
‹ Adiaceat ... auferatur › (fol. 111 recto, lin. 11; pag. 174, lin. 36).



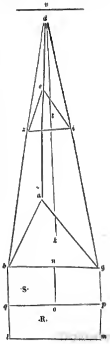
Adiaceat rursus pyramis .dabg., cuius summitas sit .d.; et auferatur á pyramide .dabg. pyramis .dezi. cum superficie .ezi. equidistante basi .abg.; et protrahatur in ea á puncto .d. cathetus .dtk. Dico quod embadum curtę pyramidis .abgezi. prouenit ex ductu tertię partis altitudinis ipsius, que est .ek., in summam arearum basis, et capitis illius, et superficiei, que est in proportione media inter superficiem basis, et superficiem capitis. Quod sic probatur: super rectam quidem .bg. ordinabo superficiem rectiangulam .bm. equalem superficiei trianguli .abg.; et ponam lineam .ng. equalem lineę .z.i.; et applicabo super rectam .ng. superficiem rectiangulam .nopg.

equalem superficiei trianguli *.ezi.*; et ducam rectam *.po.* in *.q.* Dico primum, superficiem *.np.* similem esse superficiei *.bm.* Quod sic probatur: quoniam, ut in antecedente figura, trigona *.abg.* et *.ezi.* demonstrata sunt equiangula esse, erunt etiam propter hoc sibi inuicem similia. Similia uero trigona in duplici proportione sunt similium laterum. Latera quidem *.bg.* et *.zi.* sibi inuicem sunt similia; quare proportio trigoni *.abg.* ad trigonum *.ezi.* est duplicata lateris *.bg.* ad latus *.z.i.*: sit itaque sicut *.bg.* ad *.zi.*, ita *.zi.* ad *.u.*; quare est sicut *.bg.* ad *.v.*, ita trigonum *.abg.* ad trigonum *.ezi.* Sed trigono *.abg.* equalis est superficies rectiangula *.bm.*, et trigono *.ezi.* equalis superficies *.np.* Quare erit sicut *.bg.* ad *.v.*, ita superficies *.bm.* ad superficiem *.np.*: et est *.ng.* equalis rectę *.zi.* Vnde est sicut *.bg.* ad *.ng.*, ita *.ng.* ad *.v.* Et quando tres recte continue proportionales sunt, erit sicut prima ad tertiam, ita figura, que est á prima, ad figuram que est ad secundam similem, et similiter descriptam. Vnde est sicut *.bg.* ad *.v.*, ita quadrilaterum *.bm.* ad quadrilaterum descriptum á linea *.gn.* simile quadrilaterum *.bm.* Vnde si quadrilaterum *.np.* non est simile quadrilatero *.bm.*, describentur super lineam *.ng.*, et in angulo *.ngm.* aliud quadrilaterum, quod erit | maius, uel minus quadrilatero *.np.*: ad quod quadrilaterum *.bm.* descriptum f. 111 v. á linea *.bg.* haberet proportionem eam quam habet *.bg.* ad *.v.* Sed sicut *.bg.* ad *.v.* ita demonstratum est quadrilaterum *.bm.* ad quadrilaterum *.np.*: ergo quadrilaterum *.bm.* ad duo diuersa haberet eandem proportionem; quod est inconueniens. Simile est ergo quadrilaterum *.np.* quadrilatero *.bm.*, ut predixi. Similes quidem superficies circaequales angulos latera habent proportionalia. Vnde est sicut *.bg.* ad *.gm.*, ita *.ng.* ad *.gp.*: permutatim ergo est sicut *.bg.* ad *.ng.*, ita *.mg.* ad *.pg.* Sed sicut *.mg.* ad *.pg.*, ita superficies *.bm.* ad superficiem *.bp.*; et etiam sicut *.bg.* ad *.ng.*, hoc est sicut *.mg.* ad *.pm.*, ita superficies *.bp.* ad superficiem *.pn.*; ergo est sicut superficies *.bm.* ad superficiem *.bp.*, ad superficiem *.pn.* Quare superficies *.bp.* est media in proportione inter superficiem *.bm.*, et superficiem *.pn.*, hoc est inter superficiem *.abg.*, et trigonum *.ezi.* Quare ostensum est quod multiplicatio tertię partis *.tk.* in coniunctum ex superficiebus trigonorum *.abg.* et *.ezi.*, et superficiei *.bp.*, hoc est in coniunctum ex superficiebus *.bm.* et *.bp.* et *.pn.* faciat embadum abscisionis *.eziabg.*: primum quidem manifestum est quod embadum totius pyramidis *.dabg.* habetur ex multiplicatione tertię partis altitudinis *.dk.* in superficiem trianguli *.abg.*, hoc est in superficiem *.bm.*; ergo ex ductu *.dk.* in superficiem *.bm.* prouenit triplum areę pyramidis *.dabg.* Sed multiplicationi *.dk.* in superficiem *.bm.* equales sunt multiplicationes ex *.dt.* et *.tk.* in superficiem *.bm.*; ergo ex multiplicationibus *.dt.* in *.bm.*, et ex *.tk.* in *.bm.* prouenit triplum areę pyramidis *.dabg.*: de quo triplo si auferatur triplum areę pyramidis *.dezi.*; quod triplum habetur ex ductu *.dt.* in superficiem trianguli *.ezi.*, hoc est in superficiem *.np.*, remanebit multiplicatio ex *.tk.* in superficiem *.bm.*, et ex *.dt.* in superficiem .R. et S. pro area tripli curtę pyramidis *.eg.*: his itaque demonstratis, copulabo rectas *.bk.* et *.zt.*, que erunt in superficie trianguli *.dkb.*; et erunt rectę *.bk.* et *.tz.* equidistantes. Quare est sicut *.bd.* ad *.zd.*, ita *.kd.* ad *.dt.* Sed sicut *.bd.* ad *.zd.*, ita *.bg.* ad *.ng.*, et *.mg.* ad *.pg.*: quare diuisum erit sicut *.bn.* ad *.ng.*, uel sicut *.mp.* ad *.pg.*, ita *.kt.* ad *.dt.* Sed sicut *.mp.* ad *.pg.*, ita superficies *.qm.* ad superficiem *.bp.*; quare multiplicatio *.tk.* in superficiem *.bp.*

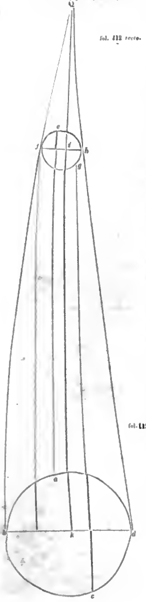
ε a pyramide .... quod erit ε (fol. 111 *recto*, lin. 12-35; pag. 174, lin. 26 — pag. 175, lin. 16).



ε maius, uel .... superficiem .bm., et ε (fol. 111 *verso*, lin. 1-24; pag. 175, lin. 16-37).



[a] curtam pyramidem ... erit .2.; quia [a] (fol. 112 verso, lin. 2-35; pag. 176, lin. 37 — pag. 177, lin. 22).



equalis est multiplicationi ex *.dt.* in superficiem .R., hoc est in superficiem *.qm.* Rursus quia est sicut *.bn.* ad *.ng.*, ita *.tk.* ad *.dt.*; et est sicut *.bn.* ad *.ng.*, ita superficies .S., hoc est superficies *.bo.*, ad superficiem *np.*: quare multiplicatio ex *.tk.* in superficiem *.np.* equatur multiplicationi ex *.dt.* in superficiem .S.; ergo multiplicatio ex *.t k.* in coniunctum ex superficiebus *.bp.* et *.pn.* | equalis est multiplicationi *.dt.* in superficiem .R. S.: comuniter adiaceat factum ex *.tk.* in superficiem *.bm.*, erit multiplicatio *.tk.* in superficies *.bm. bp.* et *.pk.* equalis multiplicationi *.tk.* in *.bm.*, et ex *.de.* in superficies .R.S. Sed ex multiplicatione *.tk.* in superficiem *.bm.*, et ex *.dt.* in superficies *.rs.* prouenit triplum areȩ curtȩ pyramidis *.eg.*; ergo ex ductu *.tk.* in superficies *.bm. bp. pm.*, hoc est in superficies trigonorum *.abg. ezi.*, et in superficiem *.bp.*, que est media inter ipsa trigona, prouenit triplum embadi abscisȩ pyramidis *.eg.* Quare multiplicatione tertiȩ partis ex *.tk.* in superficies trigonorum *.abg.* et *.ezi.*, et in superficiem *.bp.* prouenit embadum propositȩ abscisionis pyramidis; et hoc est quod uolui demonstrare. Et si numeris utilibet. Esto latus *.bg.* palmorum .12.; cathetus cadens in triangulo *.abg.* á puncto *.a.* super latus *.bg.* sit .15.; latus quoque *.zi.* sit .4.; altitudo quidem *.tk.* esto 12. Quare erit sicut .3. ad .1., ita *.bg.* ad *.z.i.*: triplum est enim latus *.bg.* lateris *.z.i.*; et est sicut *.bg.* ad *.zi.*, ita *.z.i.* ad *.v.*; quare *.bg.* nonuplum est ex *.v.*: et quia est sicut *.bg.* ad *.v.*, ita superficies trigoni *.abg.* ad superficiem trigoni *.ezi.* Superficies ergo trianguli *.abg.* est nonupla trianguli *.ezi.* Nam superficies trianguli *.abg.* est palmorum .90. quadratorum, qui colliguntur ex ducto catheto predicto in dimidium basis *.bg.*: quare noua pars de palmis .90., scilicet .10., est area trianguli *.ezi.*; superficies uero cadens inter triangulum *.abg.*, et triangulum *.ezi.*, in proportione media est .30.; quia est sicut 90 ad 30., ita 30 ad .10. Collectis itaque his tribus superficiebus in unum, scilicet 90 et 30 et 10., faciunt .130.; quibus ductis per tertiam *.tk.*, scilicet per 4., uenient palmi cubici. 520. pro area curtȩ pyramidis *.eg.* Ad quam etiam summam ueniemus, si ex toto pyramide *.dabg.* auferamus pyramidem *.dezi.*; quod sic fit. Quoniam est sicut *.bg.* ad *.zi.*, hoc est sicut *.bg.* ad *.ng.*, ita *.dk.* ad *.dt.*: disiunctim ergo erit sicut *.bn.* ad *.ng.*, ita *.kt.* ad *.td.*: quare si multiplicauerimus *.ng.* per *.kt.*, hoc est .4 per 12., et diuiserimus per *.ba.*, hoc est per 8., uenient .5. pro catheto *.dt.*; quare tota *.dk.* erit .18.; ex quibus tertia ducta in trigonum *.abg.*, scilicet in .90., uenient .540. pro embado totius pyramidis *.dabg.*; de quo embado si auferatur embadum pyramidis *.dezi.*, scilicet .20., que prouenient ex ducta tertia catheti *.dt.* in triangulum *.ezi.*, scilicet de .2. in .10., remanebunt .520., ut supra, pro embado curtȩ pyramidis *.eg.* Similiter ostendetur eisdem demonstrationibus, si basis alicuius curtȩ pyramidis fuerit quadrilatera, uel multilatera, uel circularis, ex eis | omnia que dicta sunt euenire; tamen ut hoc opus magis perfectum sit, quandam curtam pyramidem habentem basem, et caput circulares proponamus.

fol. 112 recto. — fol. 112 verso.

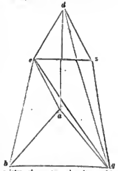
Esto quidem pyramis curta *.ec.*, cuius basis sit circulus *.abcd.*, et eius caput sit circulus *.efgh.*, et altitudo eius sit linea *.ik.*, cuius termini sunt centra circulorum predictorum; et protrahantur dyametri ipsorum *.bd.* et *.fh.*; et sint ipsi circulj sibi inuicem equidistantes. Quare multiplicabitur tertia ex *.ik.* in summam superficierum circulorum *.abcd.* et *.efgh.*; et eius superficiei, que est media in proportione utriusque

circulj. Verbi gratia : semi *.bd.* pone inter utrumque in proportione media semidyametrum *.bk.* et *.i.f.l.m.* lineam, cuius spatio circinetur circulus *.mno.* Dico primum, circulum *.mno.* cadere in proportione media inter circulum *.abc.*, et circulum *.efg.* Probatio. Quoniam est sicut *.bk.* recta ad rectam *.lm.*, ita recta *.lm.* ad rectam *.if.* Quare erit sicut *.bk.* ad *.fi.*, ita quadratum ex *.bk.* ad quadratum ex *.lm.* Sed sicut quadratum ex *.bk.* ad quadratum ex *.ml.*, ita quadratum dyametri *.bd.* ad quadratum dyametri *.pm.* Est enim sicut quadratum dyametri *.bd.* ad quadratum dyametri *.pm.*, ita circulus *.abcd.* ad circulum *.mnpo.*: ergo est sicut quadratum semidyametri *.bk.* ad quadratum semidyametri *.ml.*, ita circulus *.abc.* ad circulum *.mno.*; et quia est sicut *.bk.* ad *.lm.*, ita *.lm.* ad *.if.* erit sicut quadratum ex *.bk.* ad quadratum ex *.n.q.m.*, ita quadratum ex *.lm.* ad quadratum ex *.if.* Quare est sicut quadratum ex *.ml.* ad quadratum ex *.if.*, ita circulus *.abc.* ad circulum *.omn.* Est etiam et sicut quadratum ex *.lm.* ad quadratum ex *.if.*, ita circulus *.omn.* ad circulum *.ofg.* Ostensum est enim esse sicut quadratum ex *.mb.* ad quadratum ex *.if.*, ita circulus *.abc.* ad circulum *.omn.*; ergo est sicut circulus *.abc.* ad circulum *.omn.*, ita circulus *.omn.* ad circulum *.efg.*; ergo circulus *.omn.* medius est in proportione inter circulum *.abc.*, et circulum *.efg.*; et hoc uolui demonstrare. Et ut habeamus summam super ex horum suma trium circulorum, aggregabimus quadrata semidyametrorum *.bk. ml. fi.* in unum; et quod prouenerit, ducemus in $\frac{1}{7}$ 3., et habebimus summam arearum ipsorum trium circulorum; quam si duxerimus in tertiam altitudinis *.ik.*, habebimus embadum curtę pyramidis *.ec.* Que ostendantur cum numeris. Sit semidyameter *.bk.* 4., et semidyameter *.if.* sit .1. Quare semidyameter *.lm.* erit .2.;quia | est sicut .4. ad .2., ita .2. ad .1.; et aggregemus quadrata horum trium semidyametrorum, scilicet .16. et .4. et .1., erunt .21.; quibus ductis in $\frac{1}{7}$ 3., ueniunt .66.; quibus ductis in tertiam altitudinis *.ik.*, que sit .5., uenient pro embado totius pyramidis *.ec.* 330. Et si uolumus supplere totam pyramidem *.qabcd.*, intelligemus, trigonum *.qbd.* secare pyramidem *.qabcd.* in duo equa, in cuius superficie est cathetus *.ik.*: quo catheto protracto in *.q.*, erit linea *kq.* cathetus trianguli *.qbd.*; in quo si protrahamus lineam *.fr.* equidistantem lineę *.ik.*, erit linea *.fr.* equalis lineę *.ik.*, cum equidistans sit linea *.fi. ke. bk.*; et erit *.rk.* equalis lineę *.fi.*; et trigona *.qif.* et *.frb.* erunt sibi inuicem similia. Vnde si extraxerimus *.kr.*, hoc est *.if.* ex *kb.*, remanebit *.br.* 3.: et quia est sicut *.br.* ad *.rf.*, ita *.fi.* ad *.iq.*: si multiplicamus *.rf.* per *.if.*, et diuiserimus per *.br.*, uenient .5. pro catheto *.qi.* Quare tota *.qk.* est 20., que est altitudo pyramidis *.qabcd.*

fol. 113 *recto.*

« *.kq.* cathetus .... Iaceat quidem » (fol. 113 *recto*, lin. 7-19; pag. 177, lin. 27-38).

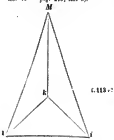
Demonstrabo rursus aliter quomodo ex ductu altitudinis cuiuscumque pyramidis decurtatę in summam superficierum basis et capitis ipsius, et eius superficiei, que media est in proportione inter utramque, egrediatur triplum ipsius pyramidis decurtatę. Ad quod demonstrandum, adiaceat pyramis decurtata *.abgdez.*, cuius basis sit triangulus *.abg.* maior; et eius caput sit triangulus *.dez.* minor equidistans basi. Iaceat quidem inter *.ab.* et *.de.* in proportione media recta *.it.*, et triangulus *.kit.* similis unicuique triangulorum *.abg.* et *.dez.*; et erit sicut *.ab.* prima ad *.de.* tertiam, ita trigonum *.abg.* ad trigonum *.kit.* Sit rursus sicut *.it.* ad *.de.*, hoc est sicut *.ab.* ad *.it.*, ita *.de.* ad *.i.*: permutatim erit sicut *.bg.* ad *.de.*, ita *.it.* ad *.i.* Sed sicut *.it.* ad *.b.*, ita trigonum *.kit.* ad trigonum *.dez.*; ergo equale est sicut trigonum *.abg.* ad trigonum



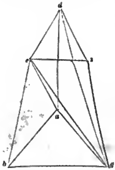
« inter *.ab.* .... triangulus *.kit.* » (fol. 113 *recto*, lin. 20; pag. 177, lin. 39).

t

* ad .de. tertiam .... .eg. et dg.; et * (fol. 113 recto, lin. 22-31; pag. 177, lin. 40 — pag. 178, lin. 5).



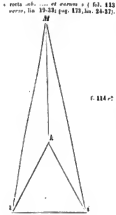
* tractus eorum . . . . ad pyramidem * (fol. 113 verso, lin. 4-16, 17; pag. 178, lin. 11-22).



* pyramidem .gedz. . . . . diuisa est * (fol. 113 verso, lin. 16 e 17; pag. 178, lin. 22 e 23).



* recta .ab. .... et earum * (fol. 113 verso, lin. 19-33; pag. 178, lin. 24-37).



kit., ita trigonum *.kit.* ad trigonum *.dez.*; ergo trigonum *.kit.* est in proportione media inter trigonum *.abg.*, et trigonum *.dez.* Eleuetur siquidem super trigonum *.kit.* cathetus *.km.* equalis catheto cadenti inter triangulum *.daz.*, et triangulum *.abg.*; et copulentur recte *.mi.* et *.mt.*; et erit altitudo pyramidis *.mkit.* equalis altitudini pyramidis decurtatę *.abgdez.* De iade protrahantur recte *.ae.* et *.eg.* et *.dg*; et fient in dicta pyramide decurtata tres pyramides continue proportionales, quarum maior est pyramis *.abge.*, media *.agde.*, minor uero *.dgze.* Quod sic probatur. Quoniam linee *.de.* et *.ab.* equidistantes sunt; et in eis sunt trigona *.abe.* et *.ade.*, erit altitudo utrinsque trianguli una; | quare erit sicut *.ab.* ad *.de.*, ita trigonum *.abe.* ad trigonum *.ade.*; ita pyramis *.gabe.* maior ad pyramidem *.gade.* mediam. Sunt enim ambe pyramides sub altitudine una, que est á *.g.* puncto; quia est sub tractus eorum ad planum *.dabe.*; ergo est sicut *.eba.* ad *.de.*, ita pyramis *.gab.* ad pyramidem *.gdae.* Rursus quia equidistantes sunt recte *.ag.* ad *.dz.*, ita trigonum *.agd.* ad trigonum *.gdz.* Sed sicut trigonum *.agd.* ad trigonum *.gdz.*, ita pyramis *.eagd.* media ad pyramidem *.edgz.* minorem, cum sint sub una altitudine: habent enim caput unum, quod est *.e.*; et bases eorum sunt in uno plano, scilicet in eo, in quo est quadrilaterum *.dagz.*; ergo est sicut *.ag.* ad *.dz.*, ita pyramis *.edg.* ad pyramidem *.edgz.* minorem. Sed sicut *.ag.* ad *.dz.*, ita *.ab.* ad *.de.*, cum trigona *.abg.* et *.dez.* sint equidistantia. Ostensum est etiam et sicut *.ab.* ad *.de.*, ita pyramis *.gab.* maior ad pyramidem *.gade.* mediam; et est etiam sicut *.ab.* ad *.de.*, hoc est sicut *.ag.* ad *.dz.*, ita pyramis *.gade.* media ad pyramidem *.gdez.* minorem. Quare est sicut pyramis *.eabg.* ad pyramidem *.eagd.*, ita pyramis *.eagd.* ad pyramidem *.gedz.* Quare tota pyramis *.abgdez.* decurtata diuisa est in tres pyramides continue proportionales, in ea uidelicet, in qua est recta *.ab.* ad rectam *.de.*: sed sicut *.ab.* ad *.de.*, ita fuit triangulus *.abg.* ad triangulum *.kit.* Sed sicut triangulus *.abg.* ad triangulum *.kit.*, ita pyramis *.eabg.* ad pyramidem *.mkit.*: sunt enim ambe sub equalj altitudine; ergo est sicut *.ab.* ad *de.*, ita pyramis *.eabg.* ad pyramidem *.mkit.* Demonstratum est etiam sicut *.ab.* ad *.de.*, ita piramis *.eabg.* ad pyramidem *.gdae.*; ergo pyramis *.eabg.* ad duas piramides, que sunt *.mkit.* et *.gdae.*, eandem proportionem habent: quare equalis est pyramis *.mkit.* pyramidi *.gade.* Quare erit sicut pyramis *.gdae.* ad pyramidem *.gdez.*, hoc est sicut *.ab.* ad *.de.*, ita pyramis *.mkit.* ad pyramidem *.gdez.*: pyramides ergo *.eabg.* et *.mkit.* et *.gdez.* continue proportionales sunt, et sub equalj altitudine, nec non et toti pyramidi *.abgdez.* equantur. Vnde si ducatur altitudo eorum in bases ipsorum, scilicet in trigona *.abg.kit.dez.*, nimirum triplum ipsorum pyramidum, hoc est totius decurtatę pyramidis *.abgdez.* deueniet; et hoc est quod uolui demonstrare.

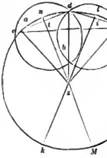
Explicatis his que ad areas cubicas pyramidum, et earum partium pertinent. Nunc tractemus de his que spectant ad mensurationem, et earum partium.

SI infra speram summatur punctus, á quo quatuor recte sibi inuicem equales | ad superficiem sperę concurrant: et termini ipsarum non sint in una superficie plana; punctus erit centrum sperę. Verbi gratia: sit spera *.ab.*; et in ipsa sit punctus *.z.*, á quo protracte sint quatuor recte *.zb. zg. zd. ze.* sibi inuicem equales; et non sint puncta *b.g.d.e.* in una superficie plana. Dico, punctum *.z.* esse centrum sperę *.ab.*

f. 113 r.
f. 114 r.

Probatio: protrahantur á puncto *.b.* in puncta *.g.d.e.* recte *.bg. bd. be.*; et copulentur recte *.dg. de.*, et erunt omnes iste recte infra speram. Et quoniam omne trigonum, ut in undecimo habetur Evclidis, est in uno plano, erunt puncta *.b.g.d.* in uno plano; et puncta *.b.d.e.* in alio; circa que puncta circinentur circulj *.bgd.* et *.bde.*; et á puncto *.z.* ad plana circulorum *.bgd. bde.* perpendiculares protrahantur *zi. zt.*, et emittantur ab utraque parte in puncta *.k.l.m.n.*; et per punctum recte protrahatur *.ib. ig. id.* Et quoniam *.zi.* stat orthogonaliter super planum circuli *.b.g.d.*, erunt siquidem anguli *.zib.* et *.zig.* et *.zid.* recti: et quia recte *.zb. zg. zd.* sibi inuicem equales sunt; et in commune iacet recta *.zi.*; erit itaque recte *.ib.* et *.ig.* et *.id.* sibi inuicem. Quare ut in Evclide habetur, *.i.* punctus centrum est circulj *.bgd.*: et quoniam *.kl.* transit per centrum circuli *.bgd.* orthogonaliter, erit ipsa *.kl.* dyameter sperę; et puncta *.k.l.* erunt poli circuli *.bgd.*, ut in libro miles. et teodosii probatum est; propter quod in linea *.kl.* est centrum sperę. Similiter ostendetur, punctum *.t.* esse centrum circulj *.bde.*; propter quod et linea *.mn.* probatur esse dyameter sperę *.ab.*; quare in recta *.mn.* est centrum sperę: et quia *.z.* punctus est in utroque dyametro *.kl.* et *.mn.*, patet ipsum esse centrum sperę, ut predixi.

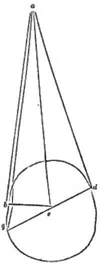
« erunt siquidem .... utroque dyametro » (fol. 114 *recto*, lin. 13-23; pag. 179, lin. 7-15).



Cvm linea que protrahitur ex puncto capitis omnis pyramidis columnę ad centrum basis eius perpendicularis super basim ipsius; tunc lineę rectę, que protrahuntur ex puncto capitis eius ad circulum continentem superficiem basis eius sunt equales: et multiplicatio unius linearum que protrahuntur ex capite eius ad circulum continentem basim eius in medietatem circuli continentis basi eius est embadum superficiei pyramidis columnę, hoc est eius que est inter punctum capitis, et lineam continentem circulum basis. Verbi gratia: esto pyramis columnę *.abgd.*, cuius summitas sit *.a.*; et eius basis sit circulus *.bgd.*, cuius centrum est *.e.*; et linea *.ae.* orthogonaliter erecta sit super planum circuli *.bgd.*; et á puncto *.a.* ad lineam continentem circulum *.bgd.* per superficiem pyramidis *.abgd.* protrahatur quotcumque recte *.ab. ag. ad.* Dico quidem, rectas *.ab. ag. ad.* sibi inuicem | equales esse. Probatio: protrahantur á centro *.e.* recte *.eb. eg. ed.*; que omnes sibi inuicem equales sunt á centro. Et quoniam *.ae.* perpendicularis est super planum circuli *.bgd.*, erunt anguli *.aeb.* et *.aeg.* et *.aed.* recti. Quare orthogonia sunt trigona *.aeb.* et *.aeg.* et *.aed.*, et habent bases equales, que sunt *.eb. eg. ed.*; et latus *.ae.* est comune eis. Quare latera subtendentia angulos rectos, que sunt *.ab. ag. ad.* sibi inuicem sunt equalia: et propter hoc est manifestum, quod omnes rectę, que protrahi possunt ab *.a.* ad lineam circunferentem *.bgd.*, equantur linee *.ab.* Item dico, quod ex ductu *.ab.* in dimidium lineę circunferentis *.bgd.* prouenit area superficiei pyramidis *.abgd.*, que est á circulo basis *.bgd.* usque ad summitatem eius: si non fuerit ita, tunc sit multiplicatio lineę *.ab.* in quantitatem longiorem, aut breuiorem medietate circunferentię circuli *.bgd.* ipsum embadum superficiei pyramidis *.abgd.*; et sit quantitas *.iz.*; et duplum *.iz.* est longius circulo *.bgd.* Ergo faciam super circulum *.bgd.* figuram rectilineam habentem latera, et angulos equales continentem ipsum; et sint latera eius aggregata, minus duplo lineę *.iz.*, que sit figura *.tkl.*: et protraham lineas *at. ak. al.*; et ostendam, lineam *.ab.* perpendicularem esse super lineam *.bk.* hoc modo: protraham lineam *.et.*, et erunt quadrata linearum *.eb.* et *.bt.* equalia quadrato lineę *.et.* Comune adiaceat quadratum

fol. 114 *verso*.

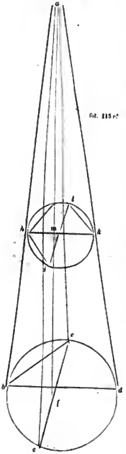
« equales esse .... lineam *.bk.* » (fol. 114 *verso*, lin. 1-17; pag. 179, lin. 27-42).



« cadentibus super .... copulabo rectas » (fol. 115 recto, lin. 7, 8-35, e margine inferiore; pag. 180, lin. 21 — pag. 181, lin. 2).

perpendicularis .ae., erunt quadrata linearum .ae. et .et., hoc est quadratum .at. equalia quadratis linearum .ae. eb. bt., hoc est quadratis linearum .ab. et .bt. Quare angulus .abt. rectus est; perpendicularis ergo est .ab. super lineam .tk.: similiter ostendetur, lineam .ag. perpendicularem esse super .k. akl., et .ad. super lineam .ti.: et quia recte .ab .ag. ad. sibi inuicem equales sunt, ueniet ex multiplicatione unius earum, ut dicatur ex .ab., in medietatem laterum trigoni .tkl. embadum superficiei pyramidis .atkl. maior superficie pyramidis .abgl., cum contineat ipsam, scilicet eius, que est inter circulum .bgd., et punctum .a., cum contineat ipsam: et medietas laterum trigoni .tkl. est minus quantitate .iz.; ergo etiam fuit multiplicatio lineę .ab. id quod est minus linea .iz. est maior superficie pyramidis columnę; quod est impossibile: ergo non est possibile ut multiplicatio lineę .ab. in lineam, que sit longior medietate circulj .bgd., sit embadum superficiei pyramidis .abgd. Rursus ponam lineam .iz. minorem medietate circunferentię circulj .bgd.; et si possibile est, ex ductu .ab. in .iz. proueniat area superficiei pyramidis .abgd.: quod si ita est, sequitur quod ex multiplicatione .ab. in medietatem circunferentię circulj .bgd. | proueniet superficies maioris pyramidis pyramide .abgd., que sit pyramis .acfh., cuius summitas sit .a.; et basis eius sit circulus .fch.: et describam in circulo .fch. figuram rectilineam .cfh. minime contingentem circulum .bgd.; et protrabam á centro puncto .e. super lineam .cf. cathetum .el., que diuidet lineam .cf. in duo equa; et copulabo rectas .ac. al. af. ah.; et per ea que dicta sunt ostendetur, linea .al. perpendicularis esse super lineam .fc.; et equales debet perpendicularibus cadentibus super rectas .cf. et .fh. á puncto .a.; et erit recta .al. maior quam .ab., cum longior sit .el. quam .eb.; et medietas laterum figurę .cfh. est maior medietate lineę circunferentię circulj .bgd.; et medietas circulj bgd. est maior .iz.; et ex ductu .al. in medietatem laterum figurę rectilineę .cfh. prouenit area pyramidis .acfh., cuius basis est trigonum .cfh.; et ex ductu .ab., que est breuior, ex .al. in .iz., que est breuior medietate laterum trigoni .cfh., prouenit area maioris pyramidis .acfh., cuius basis est circulus .cfh.; quod est inconueniens: suprascripta pyramis .acfh., cuius basis est circulus continens pyramidem .acfh., cuius basis est triangula. Non enim multiplicabitur linea .ab. per longiorem, aut breuiorem lineam circunferentię circulj .bgd., ut proueniat inde area pyramidis .abg. Quare concluditur, quod ex ductu .ab. in medietatem circunferentię circulj .bgd. prouenit area superficiei pyramidis .abgd., que est inter summitatem capitis eius, et circulum .bgd.; et hoc est quod uolui demonstrare. Vnde si ponamus perpendicularem .ae. 24., et semidyametrum .eb. 7., erit utique linea .ab. 25.; quam si duxerimus in medietatem circunferentię circulj .bgd., que est .22., uenient 550 pro area superficiei pyramidis .abgd.

fol. 115 r°



SI superficies secat pyramidem columnę ad equidistantem basis ipsius, comunis sectio superficiei et pyramidis erit linea continens circulum, per cuius centrum transibit axis pyramidis, que est linea recta ducta á sumitate pyramidis ad centrum circuli sue basis. Ad quod demonstrandum: Esto pyramis .abcd., cuius summitas est .a., et cuius basis est circulus .bcde., cuius centrum est .f.; et secet ipsam pyramidem superficies .hikl., que sit equidistans circulo .bcde. Dico, comunem sectionem pyramidis abcd., et superficiei .hikl. circulum esse. Probatio. Signabo super circulum .bcd.

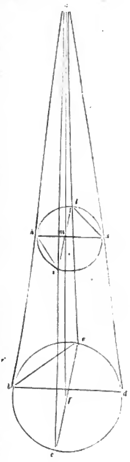
duo puncta *.b.c.*; et sit arcus *.bc.* minor semicirculo; et protraham á punctis *.b.c.* dyametros *.bd. ce.*; et copulabo rectas | *ab. ac. ad. ae.* et *.be.*; et signabo super lineas *.ab.* et *.ac.* et *.ad.* et *.ae.* super comunem sectionem, quam habent ipse recte cum snperficie *.kikl.* puncta *h.i.k.l.*: et quoniam trigona *.abd.* et *.ace.* sese inuicem secant super puncta *.a.f.*, comunis eorum sectio erit linea recta, que est linea cadens perpendiculariter ab *.a.* in *.f.*; ergo linea *.af.* est axis pyramidis *.abcd.*, quam secat superficies *.hikl.* super punctum *.m.* Rursus quoniam trigona *.abd.* et *.ace.* et *.abe.* secant duas superficies equidistantes *.bcde.* et *.hikl.*, erunt comunes earum sectiones equidistantes; hoc est recta *.hk.* equidistat recte *.bd.*, et recta *.il.* recte *.ce.*, et recta *.hi.* recte *.be.*: et quoniam in trigono *.abd.* protracta est recta *.hk.* equidistans basi *.bd.*, erit sicut *.a.b.* ad *.ah.*, ita *.bd.* ad *.hk.*. Est enim sicut *.ba.* ad *.ah.*, ita *.ac.* ad *.ai.*: cum in triangulo *.abc.* equidistans basi *.be.* protracta sit linea *.hi.*; et est sicut *.ac.* ad *.ai.*, ita *.ce.* ad *.il.*; ergo erit sicut *.ab.* ad *.ah.*, ita *.ce.* ad *.il.* Est enim ut *.ab.* ad *.ah.*, ita *.bd.* ad *.dk.*: per equale ergo erit sicut *.bd.* ad *.hk.*, ita *.ce.* ad *.il.*: permutatim ergo ut *.bd.* ad *.ce.*, ita *hk.* ad *.il.*; est enim *.bd.* equalis *.ce.*; quare recta *.hk.* equalis est recte *.il.*: et quoniam in trigonis *.afb.* et *.afc.* et *.afd.* et *.afe.* protracte sunt recte *.hm. im. km. lm.* equidistantes suis basibus *.bf. cf.df. ef.*, erit sicut *.bf.* ad *.fa.*, ita *.hm.* ad *.ma.*; et sicut *.cf.* ad *.fa.*, ita *im.* ad *.ma.*; nec non et sicut *.df.* ad *.fa.*, ita *.km.* ad *.ma.*; et sicut *ef.* ad *.fa.*, ita *.lm.* ad *.ma.* Sed proportio linearum *.bf. cf. df. ef.* ad *.fa.* est proportio una; cum ipse quatuor recte sibi inuicem equantur. Sunt enim omnes á centro, et circulj omnes deducte. Quare proportio rectarum *.hm. im. km. lm.* ad *.ma.* est similiter proportio una: propter quod patet, ipsas sibi inuicem equales esse; et ducuntur á puncto *.m.* ad comunem sectionem superficiei *.hikl.*, et pyramidis *.abcd.* Quare manifestum est, superficiem *.hikl.* circulum esse: et eius centrum est *.m.*, per quod centrum transit axis *.af.*; et hoc est quod uolui demonstrare.

In omni portione pyramidis columnę, cuius basis est circulus, et cuius superius est circulus, et cuius basis superficies equidistat superficiei snperioris eius; et linea que egreditur ex centro basis eius ad centrum superficiei superioris eius est perpendicularis snper duas superficies; tunc si protrahantur in basi eius, et in circulo, quod est in superiore eius, due dyametri equidistantes; et continuatur quod est inter duas extremitates duarum dyametrorum per dnas lineas, erit multiplicatio unius earum in medietatem | circunferentię amborum circulorum, area snperficiei, que continetur inter utrumque circulum. Verbi gratia: Sit pyramis columnę decurtata *.abgdz.*, cuius basis sit circulus *.abg.*, et eius caput sit circulus *.dez.*; qui circulj sibi inuicem equidistent: et copulata in centris eorum recta *.it.* perpendicularis utrique circulo: et producantur duo dyametri *.bg.* et *.ez.* sibi inuicem equidistantes: et copulentur extremitates eorum cum lineis *.be.* et *.gz.* Dico quod ex multiplicatione unius linearum *.be. gz.* in medietatem circunferentię circulorum *.abg.dez.* prouenit area snperficiei, que est inter circulum *.abg.*, et circulum *.dez.* Quod sic probatur. Compleatur pyramis *.mabg.*; et protrahantur recte *.be. gz.* in punctum *.m.*, et erunt recte *.mb.* et *.mg.* equales sibi inuicem: nec non et recte *.me.* et *.mz.* sibi inuicem equantur. Quare recta *.be.* recte *.gz.* equalis est. Et quoniam omnis circulus addit super suum dyametrum tri-

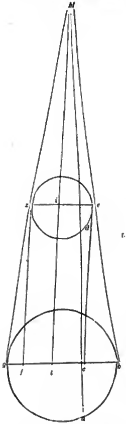
fol. 115 verso.

« *.ab. ac. ad. ae.* . . . . superiore eius » (fol. 115 verso, lin. 1-31; pag. 181, lin. 2-31).

f. 116 r.



« circumferentie amborum .... multiplicationibus » (fol. 116 recto, lin. 1-25; pag. 181, lin. 23 — pag. 182, lin. 11).



« arcus sunt .... Et si ex » (fol. 116 verso, lin. 1-23; pag. 182, lin. 20-41).

(Figura simile alla precedente)

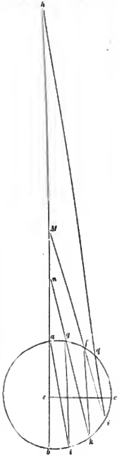
plum eius, et septimam, erit sicut circulus *.abg.* ad suum dyametrum *.bg.*, ita circulus *.dez.* ad suum dyametrum *.ez.*: et propter hoc erit sicut arcus *.bag.*, qui est medictas circulj *.abg.* ad dyametrum *.bg.*, ita arcus *.edz.*, qui est medietas circulj *.dez.* ad dyametrum *.ez.*: permutatim ergo est arcus *.bag.* ad arcum *.edz.*, sicut *.bg.* ad *.ez.* Sed sicut *.bg.* ad *.ez.*, ita *.mb.* ad *.me.*, cum in triangulo *.mbg.* recta *.ez.* equidistans sit basi *.bg.*: abscidam quidem ex arcu *.bag.* arcum *.ag.* equalem arcui *.edz.*; et erit proportio arcus *.bag.* ad arcum *.ag.*, sicut recta *.mb.* ad rectam *.me.*: quare disiunctim erit arcus *.ba.* ad arcum *.ag.*, sicut recta *.be.* ad rectam *.em.* Ergo multiplicatio *.me.* in arcum *.ba.* est sicut multiplicatio *.be.* in arcum *.ag.*, hoc est in arcum *.edz.* Comuniter si addatur multiplicatio *.be.* in arcum *.bag.*, erunt multiplicationes *.be.* in arcum *.bag.*, et *.be.* in arcum *.edz.* equales multiplicationibus *.be.* in arcum *.bag.*, et *.em.* in arcum *.ba.*: comuniter addatur multiplicatio *.em.* in *.ag.*, hoc est ex *.em.* in arcum *.edz.*, erit multiplicatio totius *.mb.* in arcum *.bag.* equalis multiplicationibus *.be.* in arcus *.bag.* et *.edz.*, et ex *.em.* in arcum *.edz.* Sed multiplicatio *.mb.* in arcum *.bag.* est area superficiei pyramidis *.mabg.*, que est inter circulum *.abg.*, et punctum *.m.*; ergo multiplicatio *.be.* in arcus *.bag.* et *.edz.* cum multiplicatione *.em.* in arcum *.edz.* facit eandem aream. Sed ex multiplicatione *.me.* in arcum *.edz.* prouenit area pyramidis *.medz.*, que est inter circulum *.dez.*, et punctum *.m.* Quare residuum aree pyramidis *.abcd.*, quod est inter circulos *.abg.* et f. 116 v. *.dez.*, prouenit ex *.be.* in arcus *.bag.* et *.edz.* qui | arcus sunt medietas circumferentie utriusque circulj; et hoc uolui demonstrare. Et ut probentur cum numeris; ponam dyametrum *.bg.* 14., et dyametrum *.ez.* duas quintas eius, que sunt $\frac{3}{5}$ 5.; et lineam *.be.* 15, et *.it.* $\frac{3}{5}$ 11.; et copulabo rectam *.mi.*; et per puncta *.e.z.* protraham lineas *.ec.zf.* equidistantes recte *.it.*; et erunt recte *.ct.* et *.tf.* equales, sicut sunt sunt (*sic*) *.ei.* et *.iz.*; relique *.bc.* et *.gf.* sibi inuicem equantur. Quare trigona *.ecb.* et *.zfg.* similia sunt sibi inuicem et equalia: et anguli qui ad *.b.* et *.g.* equales sibi inuicem sunt: ergo trigonum *.mbg.* equicrurium est habens latera *.bm.* et *.mg.* equalia: et quia recta *.ez.* equidistat recte *.bg.*, erit trigonum *.mez.* simile trigono *.mbg.*; ergo trigonum *mez.* equicrurium est habens angulos qui ad *.e.* et *.z.* equales. Quare recta *.mi.* cathetus erit super *.ez.*, cum punctus *.i.* sit super dimidium *.ez.*: fuit autem angulus *.tib.* rectus; quare patet, lineam *.mit.* esse continuatam; ergo *.mt.* est perpendicularis pyramidis *.mbag.*, et transit per centrum circuli *.edz.*: et quoniam recte *.m b.* et *.m g.* sunt equales; si ab ipsis auferatur *.me.* et *.mz.*, remanebunt *.eb.* et *.zg.* sibi inuicem equales: ergo *.zg.* est .15.: et quia *.ez.* ad *.bg.* est sicut 2. ad 5., est propter hoc *.me.* ad *.mb.* sicut .2. ad .5.; quare *.me.* ex *.eb.* est $\frac{2}{3}$, scilicet .10.: tota ergo *.mb.* erit .25.: de cuius quadrato si auferatur quadratum ex *.tb.*, quod est .49., remanebunt .576. pro quadrato catheti *.mt.*; et erit arcus *.bag.* 22., que proueniunt ex *.tb.* ducta in $\frac{1}{7}$ 3.; et erit arcus *.edz.* $\frac{4}{5}$ 8., scilicet $\frac{2}{5}$ ex arcu *.bag.*: quibus arcubus in unum coniunctis faciunt $\frac{1}{5}$ 30.; quibus multiplicatis in lineam *.eb.*, scilicet in .15. faciunt .462. pro area superficiei contenctę inter circulos *.abg.* et *.dez.* Et si ex area superficiei pyramidis *.mabg.*, que prouenit ex *.mb.* in arcu *.bag.*, scilicet de .25. in .22. tollatur area superficiei pyramidis *.mez.*, que prouenit ex *.me.* in arcu *.dz.*, scilicet de .10. in $\frac{4}{5}$ 8., remanebunt similiter .462. pro area contenta inter circulum *.edz.* et circulum *.bag.*; et hoc uolui declarare.

Cvm fuerit circulus, cuius dyameter sit protracta, et protrahitur ex centro ipsius linea stans super dyametrum orthogonaliter: et perueniens ad lineam continentem ipsum; et secatur una duarum medietatum circulj in duo media; tunc cum diuiditur una harum quartarum in diuisiones equales quecumque sint; deinde protrahitur corda sectionis, cuius una extremitas est punctus, super quod secat se linea recta stans super dyametrum, et linea continens circulum: et producitur linea dyametri in parte, in quam concurrere, donec concurrant; et protrahuntur in circulo corde equidistantes linee dyametri ex omnibus punctis diuisionum, | per quas diuisa est quarta circulj; tunc linea recta, que est inter punctum, super quod est concursus duarum linearum protractarum; et inter centrum circulj est equalis medietati dyametri, et cordis, que protracte sunt in circulo equidistantibus dyametro coniunctis. Verbi gratia: In circulo quidem *abcd.* protracta sit dyameter *.ab.*; et centrum circulj sit *.e.*, à quo protracta sit linea *.ec.* stans orthogonaliter super dyametrum *.ab.*, que diuidit arcum *.acb.* in duo equa; et diuidatur arcus *.cda.* in quotlibet diuisiones equales, que sint arcus *.cd. df. fg. ga.*; et protrahatur corda *.cd.*, et emittatur extra circulum pariter cum dyametro *ba.*, donec concurrant in puncto *.h.*; et per puncta *.d.f.g.* protrahantur recte *.di. fk. gl.* equidistantes dyametro *.ab.* Dico, lineam *.he.* equalem esse dyametro *.ea.*, et cordis *.gl. fk. di.* coniunctis. Probatio. Copulabo rectas *al. gk. fi.*; et ducam rectas *.if. kg.* in partes *.f.g.*, donec concurrant linee *.ah.* super puncta *.m.n.* Et quoniam in equidistantibus *.ab.* et *.gl.* recta incidit *.al.*, erunt anguli *.bal.* et *.alg.* equales: equales uero anguli super equas periferias consistunt, siue ad centrum: siue ad periferiam fuerint constituti. Quare arcus *.bl.* equalis est arcui *.ag.* Item quia in equidistantibus *.gl.* et *fk.* recta incidit *.gk.*, erunt anguli *.lgk.* et *.gkf.* equales; et ideo arcus *.lk.* arcui *.gf.* est equalis. Similiter ostendetur, arcum *.ki.* arcui *.fd.* equalem esse. Sunt enim arcus *.ag.* et *.gf.* et *.fd.* sibi inuicem equales. Quare et arcus *.bl.* et *.lk.* et *.ki.* sibi inuicem equales sunt; cum arcus *.bl.* equalis sit arcui *.ag.*, et *.lk.* arcui *.gf.*, et *.ki.* arcui *.fd.* Quare totus arcus *.bi.* toti arcui *.ad.* existit equalis. Reliquus *.ic.* reliquo *.cd.* equalis est: et est equalis unicuique arcui *.ik. kl. lb.* Quare anguli *.cdi.* et *.ifk.* et *.kgl.* et *.gab.* sibi inuicem sunt equales. Rursus quia in equidistantibus *.hb.* et *.di.* recta incidit *.ch.*, erit exterior angulus *.cdi.* equalis opposito et interiori, qui sub *.chb.* Similiter ostendetur, angulus *.imb.* equalis esse exteriori *.ifk.*, nec non et angulus *.knb.* equalis esse angulo *kgl.* Est enim angulus *.lab.* equalis unicuique predictorum angulorum: ergo anguli *.lab.* et *.knb.* et *.imb.* et *.chb.* sibi inuicem sunt equales: recte ergo *.la. kn.* et *.im.* et *.ck.* sibi inuicem equidistantes sunt, cum in eis incidat recta *.bh.* faciens cum ipsis exteriores angulos equales oppositis et interioribus. Et quia recte *.la.* et *.gn.* copulant duas rectas equidistantes *.na.* et *.gl.*, erit *.na.* equalis recte *.gl.* Item quia equidistantes *.kn.* et *.fm.* copulant duas rectas equidistantes *.mn.* et *.kf.*, erit | propter hoc recta *.n m.* equalis recte *.kf.* Rursus quia recte *.im.* et *.dh.* copulant equidistantes *.mh.* et *.id.*, erit *.mh.* equalis recte *.id.* Quare tota *.ah.* equatur rectis *.gl. fk. di.* coniunctis. Communiter addatur semidyametrum *.ea.*, erit semidyametrum *.ea.* cum rectis *.lg. kf. id.* equalis toti *.eh.*; et hoc est quod uolui demonstrare.

fol. 117 recto.

« per quas .... in eis incidat » (fol. 117 recto, lin. 1-31; pag. 183, lin. 8-35)

fol. 117 verso.



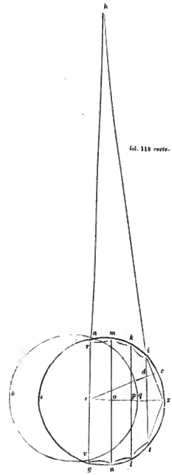
SI in medietate sperę componatur corpus ex quotcumque portionibus pyramidum

columnarum: et superior harum sit pyramis perfecta habens summitatem eius in alio super polum sperȩ (*sic*) super polum circulj basis semisperȩ; et circulus basis ipsius sit caput sequentis portionis, cuius basis etiam sit caput sequentis portionis pyramidis; et hoc semper fiat, donec basis inferioris portionis sit circulus maior cadens in spera; et sint omnes circulj portionum equidistantes circulo maiori; et perpendicularis cadens á polo ipsius maioris circuli, scilicet ab eo super quo cadit punctus summitatis superioris portionis ad centrum sperȩ, transeat per centra omnium circulorum: et linee recte cadentes in terminis dyametrorum uniuscuiusque portionis sint sibi inuicem equales. Tunc area superficiei totius corporis compositi ex quacumque multitudine portionum columnarum erit minus duplo areȩ maioris circulj cadentis in semispera continentis ipsum corpus: et erit etiam maius duplo areȩ maioris circulj semisperȩ contentȩ ab ipso corpore. Probatio. Sit circulus maior semisperȩ circulus *.abgd.*, cuius centrum sit *.e.*, quod etiam est centrum sperȩ, quia centrum sperȩ est centrum omnium circulorum magnorum cadentium in spera: et polus circulj *.abgd.* esto *.z.*; et transeat circulus magnus per polum *.z.* stans orthogonaliter super circulum *.abgd.* Quare communis sectio eorum erit dyametrum utriusque circulj, que sit recta *.ag.*; et erit arcus *.azg.* semicirculus, et equalis semicirculo *.abg.* Et constituatur in semispera, cuius basis est circulus *.abgd.*; et polus eius est *.z.* corpus compositum ex tribus portionibus pyramidum columnarum, et ex una pyramide: et prima portio sit pyramis decurtata, cuius basis est circulus *.abgd.*, et eius caput est circulus, cuius dyametrum est linea *.mn.*; et linee que protrahuntur á terminis dyametrorum sint *.am.* et *.gn.* Secunda uero portio est, cuius basis est circulus, cuius dyameter est recta *.mn.*, et cuius caput est circulus, cuius dyametrum est recta *.kl.*; et recte cadentes in terminis dyametrorum sint *.mk.* et *.nl.*: tertiȩ quidem portionis basis est circulus, cuius dyameter est linea *.kl.*, et eius caput est circulus, cuius dyameter est linea *.it.*: pyramis quidem columnȩ est, cuius basis est circulus, cuius dyameter est linea *.it.*, et eius sumitas est polus spere: et linee descendentes ab ipso secundum rectitudinem in terminos dyametri basis sint recte *.zi.* et *.zt.*; et sint recte *.am. mk. ki. iz.* sibi inuicem equales. Quare ipsis rectis equales erunt recte *.zt. tl. ln. ng.*, cum bases et capita ipsarum portionum sibi inuicem equidistent: et erunt omnes in una superficie plana, que secat totum corpus in duo media super dyametros portionum, per quam superficiem descendit perpendicularis *.ze.* transiens per centra omnium circulorum: deinde protrahantur dyametrum *.ga.*, et corda *.zi.* in punctum *.h.*; et erit *.eh.* equalis semidyametro *.ea.*, et dyametris *.mn. kl. it.* coniunctis: et protrahatur *.hz.* cathetus *.ec.*, qui cadit super dimidium cordȩ *.zi.* cum ipso *.ec.* descendat á centro *.e.*: et quia in trigono *.hez.* orthogonio protracta est perpendicularis *.ec.* super latus subtendens angulum rectum; erit proportio *.hz.* ad *.ze.*, sicut *.ez.* ad *.zc.* Quare multiplicatio *.hz.* in *.zc.* est equalis quadrato lineȩ *.ez.* Sed linea *.ez.* equalis est semidyametro *.ea.*; ergo multiplicatio *.zh.* in *.zc.* est sicut quadratum semidyametri *.ae.*: sed ex *.zc.* dupla est *.zi.*; quare multiplicatio *.hz.* in *.zi.* erit sicut duplum quadrati semidyametri *.ae.*: quod duplum si ducatur in $\frac{1}{7}$ 3., reddit duplum areȩ circulj *.abgd.*; ergo duplum areȩ circulj *.abgd.* prouenit ex multiplicatione *.zh.* in *.zi.* ducta in $\frac{1}{7}$ 3: maior enim

¹ in alio cadentis in spera continente ipsum corpus.

² donec basis .... circulus, cuius ² (fol. 117 *verso* lin. 10, 11-35, e margine inferiore; pag. 184, lin. 4-24).

fol. 118 *recto*.



recta .hz. quam .hi. Quare ex ductu .zi. in .he. et in $\frac{1}{7}$ 3. prouenit minus duplo areę circulj .abgd. : est enim .he. equalis rectis .ae. mn. kl. it. coniunctis : quare ex multiplicatione .zi. in coniunctum rectarum .ae. mn. kl. it. ducta in $\frac{1}{7}$ 3. prouenit minus duplo areę circulj .abgd.: ex quibus multiplicationibus ostendam prouenire arcam superficiei totius compositi corporis: primum quidem area superficiei primę portionis pyramidis columnę, cuius basis est circulus .abgd., et eius superior est circulus, cuius dyameter est .mn., prouenit ex multiplicatione semidyametrorum .ae. et .am. in $\frac{1}{7}$ 3. ducta in .am. he. mzi.; et area superficiei sequentis portionis, cuius basis est circulus dyametri .mn., et eius superior est circulus, cuius dyameter est .kl. , prouenit ex $\frac{1}{7}$ 3. ductis in semidyametros .on. et .pl. ; et illud totum in lineam .mk., hoc est in .iz. Similiter area superficiei tertię portionis, cuius basis est circulus dyametri .kl., et eius | superior est circulus, cuius dyameter est linea .it., prouenit ex multiplicatione semidyametrorum .pk. et .iq. in .ik., hoc est in .iz. ducta in $\frac{1}{7}$ 3. Rursus area superficiei perfectę pyramidis, cuius basis est circulus dyametri it., et eius summitas est .z., prouenit ex .iz. in .tq. ducta in $\frac{1}{7}$ 3. Ergo area superior totius corporis compositi ex dictis tribus portionibus pyramidum columnarum : et ex una pyramide columnę prouenit ex .iz. in lineis .ae. mn. lk. it. coniunctis; et illud totum per $\frac{1}{7}$ 3, quod demonstratum est esse minus duplo areę circulj .abgd. Similiter si infra hoc quidem corpus cadat in semispera contingens ipsum, demonstrabitur, area ipsius esse plus duplo areę circulj basis semisperę, cuius circulj dyameter erit equalis lineę .ec.; et erit arcus semicirculj orthogonaliter eleuati super dyametrum ipsius contingens super dimidio linearum .am. mk. ki. iz. ; et polus circulj basis semisperę erit super linea .qz.: et propter hoc ponamus lineam .er. equalem linee .ec.: et spatio .er. circinemus circulum .rsu. ; et erit recta .rv. dyameter circulj basis semisperę. Et quoniam in trigono .hez. ab angulo .hez. recto super latus .bz. cathetus .ec. protracta est, erit sicut .hc. ad .ce., ita .ec. ad .cz.: quare multiplicatio .hc. in .cz. est sicut quadratum .ec., hoc est sicut quadratum .er.: et quia .iz. dupla est ex .cz., erit multiplicatio .hc. in .iz. duplum quadrati semidyametri .er. Sed ex .hc. maior est .he.; quare multiplicatio .he. in .iz. est plus duplo quadrati .er. ; ergo multiplicatio .he. in .iz. ducta in $\frac{1}{7}$ 3. erit plus multiplicatione dupli quadrati semidyametri .er. in $\frac{1}{7}$ 3. Sed ex multiplicatione .he. in .ic. ducta in $\frac{1}{7}$ 3. prouenit area superficiei corporis continentis semisperam, ut superius demonstratum est: et ex multiplicatione dupli quadrati .er. in $\frac{1}{7}$ 3. prouenit duplum areę circulj basis semisperę, scilicet circulj .rsv.; ergo superficies, idest corporis compositi ex portionibus pyramidum columnarum continentis semisperam, est maior duplo areę circuli semisperę contenctę ab ipso corpore ; et est minor duplo areę circulj semisperę continentis ipsum corpus, ut superius demonstratum est; et illud est quod uolui demonstrare.

De embado, et superficie rotundę sperę.

Et quia hec que demonstrata sunt, liquida sint et aperta; colligitur quod area superficiei medietatis cuiuscumque sperę est dupla aree maioris circulj cadentis in spera, cuius dyameter est dyameter sperę. Quare area superficiei totius sperę erit quadrupla areę ipsius circulj; que demonstrentur cum numeris. Si superficiei sperę, cuius dyameter est .7., aream colligere uis: aream maioris circuli cadentis in ipsa, | que est $\frac{1}{2}$ 38.

*|. in alio quam .he.

*|. in alio cuius basis est circulus .abgd., et eius superior est circulus cuius dyameter est .mn., et eius superior est circulus cuius dyameter est .kl.

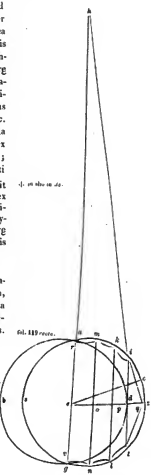
fol. 118 *verso.*

*|. in alio hoc est ducta in $\frac{1}{7}$ 3.

c ab angulo .... in ipsa .. (fol. 118 *verso*, lin. 15, 16-35 e margine inferiore; pag. 185, lin. 25-42).

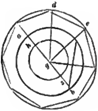
*|. et alio in .ie.

fol. 119 *recto.*



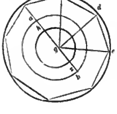
quadruplica; uel quadratum dyametri, quod est 49., per $\frac{1}{7}$ 3. multiplica, et habetur 154. pro area superficiei ipsius sperę: et si medietatem quadrati dyametri per $\frac{1}{7}$ 3 multiplicaueris, uel duplicaueris aream suprascripti circulj, habebis utique .77. pro area superficiei medietatis sperę predictę. Et si 154., que sunt area superficiei totius sperę, in sextam dyametri sperę, scilicet in $\frac{1}{6}$ 1.; uel si tertiam partem de 154. in medietatem dyametri, que est $\frac{1}{2}$ 3., duxeris, habebis $\frac{2}{3}$ 179., que sunt area magnitudinis totius sperę: quia probatum est á sapientibus, quod multiplicatio tertię partis superficiei sperę in medietatem totius dyametri facit embadum totius sperę. Ad quod etiam demonstrandum adiaceat spera *.ab.*; et medietas dyametri eius sit linea *.ag.*, et centrum eius sit punctus *.g.* Dico ergo quod multiplicatio *.ag.* in tertiam superficiei sperę *.ab.* est equalis embado corporis sperę *.ab.*; cuius hec est demonstratio. Si enim non est multiplicatio *.ag.* in tertiam superficiei sperę *.ab.* equalis corpori sperę, erit tunc equalis corpori sperę maioris spera *.ab.* aut minoris. Sit itaque in primis equalis spere maiori spera *.ab.*; et sit spera *.de.*, que sit cum spera *.a.b.* super centrum unum; possibile igitur est ut sit spera *.de.* figura corporis plurium basium, cuius basis sint non contingentes superficiem sperę *.a b.* Quare erit unaqueque perpendicularium, uel cadentium productarum ex centro *.g.* super superficiem eius maior linea *.ag.*: si ergo continuentur anguli illius corporis uenientis in spera *.de.* cum centro sperę, prouenient pyramides, quarum omnium capita erit centrum sperę, et earum bases erunt bases corporis; et embadum uniuscuiusque pyramidis earum proueniet ex multiplicatione suę perpendicularis in tertiam basis suę. Et propterea quod linea *.ag.*, que est medietas dyametri sperę *.ab.*, est minor unaquaque illarum perpendicularium, est uel erit propter illud multiplicatio linee *.ag.* in tertiam cuiusque basis minor embado pyramidis, cuius basis est illa: ergo multiplicatio lineę *.ag.* in tertiam superficiei illius corporis est minor embado corporis: At superficies illius corporis est maior superficie *.ab.*; multiplicatio igitur *.ag.* in tertiam superficiei sperę *.ab.* erit multo minor embado corporis: et iam fuit posita multiplicatio lineę *.ag.* in tertiam superficiei sperę *.ab.* equalis sperę *.de.*; ergo oportet ut sit spera *.de.* multum minor corpore, quod est intra ipsam; quod est inpossibile. Non igitur multiplicatio lineę *.ag.* in tertiam superficiei sperę *.ab.* est maior spera *.ab.* Et dico iterum quod non erit minor spera *.ab.* Quod si possibile est, tunc | sit; erit ergo equalis sperę, que est minor spera *.ab.*, sicut est spera *.zh.*, que sit super centrum *.g.*: et possibile iterum est ut sit in spera *.ba.* corpus plurium basium, cuius bases non contingant superficiem sperę *.zh.* Quare erit unaqueque perpendicularium cadentium ex centro sperę *.ab.* super superficies illius corporis minor medietate dyametri sperę *.ab.*, que est linea *.ag.*: erit ergo multiplicatio *.ag.* in tertiam cuiusque superficiei eorum maior embado pyramidis, cuius basis est illa superficies, et cuius caput est centrum *.g.*: multiplicatio igitur lineę *.ag.* in tertiam cuiusque superficiei sperę *.ab.* est maior plurimum embado corporis. Iam ante posita fuit equalis embado spere *.zh.*; ergo spera *.zh.* est multo maior corpore: et ipsa est inter ipsum; hoc uero impossibile est: non igitur multiplicatio lineę *.ag.*, que est medietas dyametri sperę *.ab.*, in tertiam superficiei suę est maior corpore eius; ipsa igitur est equalis corpori eius; et id est cuius uolumus declarationem. Et cum hoc declaratum sit; et uolumus habere medietatem alicuius sperę, multipli-

« quod linea .... .de. multum » (fol. 119 *recto*, lin. 25-32 e 33; pag. 186, lin. 21-28).



fol. 119 *verso*.

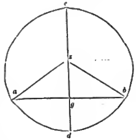
« sit; erit ergo ...., tertiam cuiusque » (fol. 119 *verso*, lin. 1-8; pag. 186, lin. 31-38).



cabimus aream superficiei ipsius in sextam sui dyametri, uel medietatem dyametri eius ducemus in tertiam partem suę superficiei: verbi gratia: sit dyameter datę sperę .10.; quam si multiplicamus per medietatem eius, uenient .50.; quibus ductis per $\frac{4}{7}$ 3., uenient $\frac{4}{7}$ 157., que sunt area superficiei semisperę: quam si duxerimus per sextam dyametri, scilicet per $\frac{2}{3}$ 1.; uel si tertiam de $\frac{4}{7}$ 157. ducemus in .5., scilicet in medietatem dyametri, habebimus $\frac{1\ 6}{3\ 7}$ 261 pro embado semisperę.

« sit dyameter .ab. .... si diuiserimus » (fol. 119 *verso*, lin. 34, 35 e margine inferiore; pag. 187, lin. 16-18)

Et si oportuerit nos metiri portionem aliquam sperę, que sit minor uel maior medietate sperę, ut sunt fontes rotundi, et alia quelibet uasa similia; altitudinem ipsius corporis, que est linea, que extenditur á centro circulj oris ipsius ad punctum poli eiusdem circuli, cum semidyametro sperę proportionare curabimus; ipsamque proportionem de superficie semisperę, nec non et ex embado ipsius accipere curabimus, et habebimus optatum. Verbi gratia: sit linea *.ab.* dyameter fontis; et *.g.* sit centrum eius: et punctus *.d.* sit polus ipsius circulj. Quare linea *.dg.* stat orthogonaliter super superficiem circulj, cuius dyameter est *.ab.*; cumque quadratum medietatis dyametri *.ab.* diuiserimus per *.gd.*, habebimus illud quod restat de toto dyametro spere super lineam *.gd.* Verbi gratia: sit dyameter *.ab.* radix de .160.; quare *.gb.*, que est medietas dyametri *.ab.*, erit radix de .40., cuius quadratum erit .40.: que si diuiserimus | per *.gd.*, quam ponamus .4., uenient .10. pro residuo dyametri super lineam *.dg.*; quod sit linea *.ge.*, et erit tota *.de.* 14., que est dyameter sperę; quam diuidamus in duo equa super *.z.*, et erit *.z.* centrum circulj magni cadentis in spera; qui circulus sit circulus *.aebd.*: proportionabo ergo lineam *.gd.* cum semidyametro *.zd.*, scilicet .4. cum .7., et erit *.dg.* ex *dz.* $\frac{4}{7}$: quare accipiam $\frac{4}{7}$ ex area superficiei semisperę, scilicet de .308., que prouenit ex superficie *.dz.* in *.de.* ducta in $\frac{1}{7}$ 3., uenient .176. pro area superficiei portionis sperę, cuius basis est circulus dyametri *.ab.*, et eius polus est *.d.*; et arcus cadens in ipsa portione ex circulis magnis cadentibus in spera est arcus *.adb.*; cuius portionis embadum habebitur, si tertia pars areę superficiei ipsius ducatur in .7., scilicet in semidyametrum *.zd.*, et inde auferatur pyramis columnę, cuius summitas est punctus *.z.*; et eius basis erit circulus, cuius dyameter est linea *.ab.*, et eius altitudo est linea *.zg.*, que est .3., et embadum ipsius pyramidis est $\frac{5}{7}$ 125.; remanent pro embabo portionis dictę 285. minus $\frac{1}{21}$. Et si aream maioris reliquę portionis sperę, cuius basis ést idem circulus: dyameter *.ab.*, et eius altitudo est linea *.eg.*, que sagitta nuncupatur; quam ponamus esse .10., habere uolumus, eodem modo, secundum quod in minori portione operati sumus, erit procedendum. Videlicet quadratum lineę *.gb.*, quod est .40., diuidimus per sagittam *.ge.*, et babebimus .4. pro linea *.gd.*, que est sagitta reliquę portionis sperę. Quare tota dyameter sperę *.ed.* erit 14.; in quam si multiplicauerimus sagittam *.eg.*; et illud totum duxerimus per $\frac{4}{7}$ 3.; uel si de area superficiei semisperę, que est .308., accipiamus $\frac{10}{7}$, scilicet proportionem, quam habet sagitta *.eg.* ad semidyametrum *.ez.*, habebimus 440. pro area huius maioris portionis sperę: quam aream, si in sextam dyametri sperę: uel si tertiam eius in medietatem dyametri duxerimus, habebimus $\frac{2}{3}$ 1026; quibus si addiderimus pyramidem columnę supradictę, que est $\frac{5}{7}$ 125, habebimus $\frac{2\ 1}{3\ 7}$ 1152 pro magnitudine ipsius maioris portionis. Et ut hec que dicta sunt geometrice demonstrentur. Adiaceat semispera *.bzd.*, cuius basis sit circulus *.abgd.*, et eius polus sit punctus



fol. 120 *recto*.

·;· in alio arcus semicirculj magnj .azg.

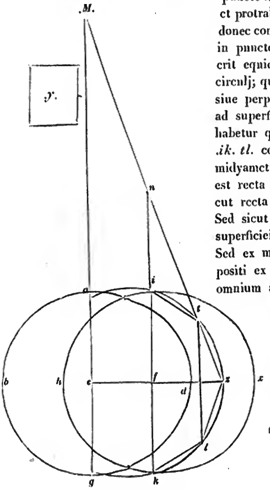
·|· in alio per superficiem semicirculj .azg.

fol. 120 *verso.*

« cum linea .... sicut superficies » (fol. 120 *verso*, lin. 9-31 ; pag. 188, lin. 9-32).

.z.; et signetur super semispera *.bzd.* circulus magnus *.azg.*, qui stet orthogonaliter super circulum *.abgd.*; et comunis eorum sectio *.ag.* est dyameter utriusque circulj; et descendat á polo *.z.* per superficiem circulj *.azg.* perpendicularis *.ze.* super dyametrum *.ag.*; et erit *.e.* punctus centrum utriusque circulj: et diuidatur arcus *.az.* | in quotlibet partes equales, que sint arcus *.ai. it. tz.*; et per puncta *.i.t.* equidistantes dyametro *.ag.* protrahantur corde *.ik. tl.*; et protrahatur corda *.zt.* extra circulum in puncto .M.; ad quem punctum proueniat etiam dyameter *.ga.* Extra circulum protracta: et protrahatur una ex duabus cordis aquidistantibus dyametro *.ag.* extra circulum *.azg.*, donec concurrat lineę *.mz.* Quare si protraxerimus cordam *.ki.*, concurret cum linea *.mz.* in puncto *.n.* Et á polo *.z.* spatio cordę, et arcus *.zti.* circinetur circulus *.ihkx.*, qui erit equidistans circulo *.abgd.*; et eius centrum erit *.f.*; et *.ik.* erit dyametrum ipsius circulj; qui circulus abscidit á semispera *.dz.* portionem *.xzh.*, cuius portionis sagitta, siue perpendicularis est linea *.zf.* Dico quidem, portionem superficiei portionis *.xzh.* ad superficiem semisperę *.dzb.* esse sicut *.zf.* ad semidyametrum sperę *.ze.* Probatio: habetur quidem ex premissis, lineam *.m.e.* equalem esse semidyametro *.ea.* et cordis *.ik. tl.* coniunctis. Similj quoque modo demonstrabitur, lineam *.nf.* equalem esse semidyametro *.fi.* et corde *.itl.* coniunctis. Et quoniam in triangulo *.mez.* protracta est recta *.nf.* equidistans basi *.em.*, erit sicut *.zf.* ad *.ze.*, ita *.nf.* ad *.me.* Sed sicut recta *.nf.* ad rectam *.me.*, ita superficies *.zt.* in *.nf.* ad superficiem *.zt.* in *.me.* Sed sicut superficies *.zt.* in *.nf.* ad superficiem *.zt.* in *.me.*, ita est multiplicatio superficiei *.zt.* in *.nf.* in $\frac{1}{7}$ 3. ad multiplicationem de $\frac{1}{7}$ 3. ad superficiem *.zt.* in *.em.* Sed ex multiplicatione *.me.* in *.tz.* ducta in $\frac{1}{7}$ 3. prouenit superficies corporis compositi ex tribus portionibus pyramidis columnarum cadentis infra semisperam, quorum omnium altitudo est linea *.ze.*; et basis maioris earum est circulus *.abgd.* Similiter ostendetur quod ex multiplicatione *.nf.* in *.tz.* ducta in $\frac{1}{7}$ 3. prouenit superficies corporis compositi ex duabus portionibus columnarum cadentis in portione sperę *.hzx.* Ergo erit sicut *.zf.* ad *.ze.*, ita corpus compositum ex duabus portionibus pyramidum columnarum, cuius altitudo est *.zf.*, ad superficiem corporis compositi ex tribus portionibus pyramidum columnarum, cuius altitudo est linea *.ze.* De inde ponam superficiem *.y.* ad superficiem semisperę *.dzb.* sicut superficies corporis altitudinis *.zf.* ad superficiem corporis altitudinis *.ze.* Quare permutatim erit sicut superficies

f. 121 r. corporis altitudinis *.ze.* ad superficiem | semisperę *.dzb.*, ita superficies corporis altitudinis *zf.* ad superficiem *.y.* Sed superficies corporis, cuius altitudo est *.ze.*, cum est infra semisperam, est minor superficie semisperę: et cum ipsum corpus contineat semisperam, est superficies corporis maior superficie semisperę: Vnde quando superficies corporis altitudinis *.ze.* est minor superficie semisperę: tunc superficies corporis altitudinis *.zf.* erit minor superficie *.y.*; et cum fuerit maior: maior. Sed cum superficies corporis altitudinis *.ze.* est minor superficie semisperę *.dzb.*, tunc superficies corporis altitudinis *.zf.* est similiter minor superficie portionis sperę *.hzx.*; et cum est maior: maior. Et propter hoc superficies *.y.*, et superficies portionis sperę ad superficiem corporis, cuius altitudo est *.zf*, habent unam et eandem portionem: Vnde patet, superficiem portionis sperę *.hzx.* equalem esse superficiei *.y.*: et quia est sicut superficies corporis altitudinis *.ze.* ad superficiem semisperę *.dzb.*, ita superficies cor-

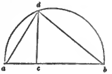


·|· in alio pyramidum columnarum

poris altitudinis *.zf.* ad superficiem *.y.*: erit propter hoc sicut superficies corporis altitudinis *.ze.* ad superficiem semisperę *.dzb.*, ita superficies corporis altitudinis *.zf.* ad superficiem portionis sperę *.hzx.*: et cum permutabitur, erit proportio portionis *.hzx.* ad superficiem semisperę *.bzd.* sicut proportio superficiei corporis altitudinis *.zf.* ad superficiem corporis altitudinis *.ze.* Sed proportio horum duorum corporum est sicut linea *.nf.* ad lineam *.me.*; et proportio linee *.nf.* ad lineam *.me.* est sicut sagitta *.zf.* ad semidyametrum sperę *.ze.*; ergo proportio superficiei portionis *.hzx.* ad superficiem semisperę *.dzb.* est sicut *.zf.*, que est altitudo ipsius portionis, ad semidyametrum *.ze.*; et hoc est quod uolui demonstrare.

SI in spera aliqua construatur cubus et pyramis quatuor basium triangularium et equalium laterum, erit cubus triplus pyramidis. Ad quod demonstrandum adiaceat dyameter datę sperę *.ab.*, et diuidatur in *.c.* punctum; et sit *.bc.* duplum ex *.ca.*; et circinetur semicirculus *.adb.*; et á puncto *.c.* super rectam *.ab.* ad rectos angulos trahatur recta *.cd.*; et copulentur recte *.bd.* et *.ad.*; et erit recta *.ad.* latus cubi, et recta *.bd.* latus trigonorum pyramidis cadentium in spera, cuius dyameter est recta *.ab.*; et erit propter similitudinem trigonorum *.adb.* et *.dcb.* et *.dac.* quadratum dyametri *.ab.* triplum quadrati lineę *.ad.*, et quadratum lineę *.bd.* quadrati lineę *.dc.*, ut EVCLIDES ostendit; nec non et quadratum lineę *.db.* erit duplum quadrati lineę *.ad.*; nec non et proportio quadrati lineę *.bc.* ad quadratum lineę *.ad.* erit sicut .4. ad .3. Verbi gratia : quoniam trigona *.dab.* | et *.dac.* sibi inuicem sunt similia; et similia trigona circa equales angulos, uel circa eundem angulum latera habent proportionalia; erit sicut *.ba.* ad *.ad.*, ita *.ad.* ad *.ac.*; et quando tres recte continue proportionales sunt , erit sicut prima ad ter·l·tiam , ita quadratum lineę *.ab.* ad quadratum lineę *.ad.* Sed *.ba.* ex *.ac.* est tripla; quare quadratum lineę *.ab.* triplum est quadrati lineę *.ad.* Item quia trigona *.adb.* et *.dcb.* similia sunt ; erit similiter sicut quadratum lineę *.ba.* ad quadratum lineę *.ad.*, ita quadratum lineę *.bd.* ad quadratum lineę *.dc.* , cum anguli *.dab.* et *.cdb.* sibi inuicem sunt equales . Quare quadratum lineę *.bd.* triplum est quadrati lineę *.dc.* Item quia recta *.dc.* in proportione media est inter *.bc.* et *.ca.*, erit sicut *.bc.* prima ad *.ca.* tertiam, ita quadratum lineę *.bc.* ad quadratum lineę *.cd.*: sed sicut *.bc.* ad *.cd.*, ita *.bd.* ad *.da.* Quare est sicut *.bc.* ad *.ca.*, ita quadratum lineę *.bd.* ad quadratum lineę *.da.*: est enim *.bc.* dupla ex *.ca.*; quare quadratum lineę *.bd.* erit duplum quadrati lineę *.da.*, ut superius dictum est. Item proportio quadrati lineę *.bc.* ad quadratum lineę *.ad.* componitur ex proportione quadrati lineę *.cb.* ad quadratum lineę *.ba.*, et ex proportione quadrati lineę *.ba.* ad quadratum lineę *.ad.*: est enim *.bc.* ad *.ba.* sicut .2. ad .3.: quare quadratum lineę *.bc.* ad quadratum lineę *.ba.* est sicut .4. ad .9.: proportio uero quadrati *.ba.* ad quadratum *.ad.* est sicut .9. ad .3., cum quadratum lineę *.ba.* triplum sit quadrati lineę *.ad.*: ergo proportio quadrati lineę *.bc.* ad quadratum lineę *.ad.* componitur ex ea quam habet .4. ad .9., et ex ea quam habet .9. ad .3.: quare patet quod proportio quadrati lineę *.bc.* ad quadratum lineę *.ad.* est sicut .4. ad .3. His itaque omnibus intellectis, ponam lineam *.ef.* equalem lineę *.ad.*; et costituam super lineam *.ef.* cubum *.efghiklmn.*; et ponam lineam *.no.* equalem lineę *.cd.* ; et spatio *.no.* circinabo circulum *.opq.*, et inscribam in circulo *.opq.* trigonum equi-

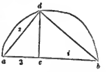
e demonstrandum .... erit propter (fol. 121 *recto*, lin. 25, 28-30; pag. 189, lin. 11-16).



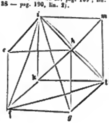
fol. 121 *verso*.

·l· in alio ita quadratum quod fit à prima ad quadratum quod fit a secunda ; ergo est sicut *.ba.* ad *.ac.*

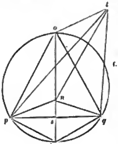
e sicut quadratum .... ad quadratum e (fol. 121 *verso* , lin. 7-11 e 12; pag. 189, lin. 26-30).



e quadratum lineę .... et *.opq.* e (fol. 121 *verso*, lin. 22-29; pag. 189 , lin. 38 — pag. 190, lin. 2).

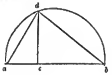


« quare trigona .... et quia qua|dratum » (fol. 121 *verso*, lin. 34, 35, margine inferiore e fol. 122 *recto*, lin. 1; pag. 190, lin. 6-8)



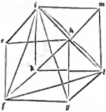
laterum .opq.; et protraham .on. in .r., et erit .or. dyameter circulj .opq.; et copulabo rectas .pr. et .qr., et erunt trigona .opr. et .oqr. equalia et similia; quare angulus .por. equalis est angulo .qor.; quare est sicut .po. ad .oq., ita .ps. ad .sq. equalis .po. ex .oq., ergo .ps. equalis est .sq. : comunis adiaceat recta .os.; due ergo recte .ps. et .os. duabus .qs. et .os. sunt equales; basis uero .op. basi .oq. iacet equalis : quare trigona .osp. et .osq. sibi inuicem equalia sunt; et angulus .osp. angulo .osq. est equalis : cathetus ergo est .os. super rectam .pq.: et f. 122 *recto*. quia qua|dratum lateris trigoni equilateri cadentis in circulo triplum est quadrati semidyametri sui circulj, erit ergo quadratum linee .op. quadrati semidyametri .on. triplum: est enim .on. equalis recte .dc.; quadrata ergo linearum .op. et .bd. ad equalia eandem habent proportionem; quare .op. equalis est recte .db. : deinde super centro .n. erigam in altum cathetum .nt. equalem recte .bc.; et copulabo rectas .no. np. nq. ; et erit unaquequе ipsarum equalis linee .db., hoc est linee .op.: sunt enim quadrata linearum .tn. et .no., uel .tn. et .np., uel .tn. et .nq. equalia quadratis linearum .bc. et .cd. Quare unumquodque quadratorum linearum .to. tp. tq. equale est quadrato linee .bd.: constituta est igitur pyramis .topq. ex quatuor triangulis equalibus et equilateribus, cuius unumquodque latus equale est linee .bd., ut oportet. Dico quidem, cubum .eil. triplum esse pyramidis .topq.; quod sic probatur. Quoniam linea .ps. medietas est recte .op., erit quadratum linee .op. quadruplum quadrati linee .ps. Sed quadratum linee .op. duplum est quadrati lateris cubi .eil., scilicet lateri .if., cum .op. equalis sit .bd., et .if. recte .da.: quare est sicut .op. ad .if., ita .if. ad p.s.; quare rectiangula superficies .op. in .ps. equalis est quadrato linee .if., hoc est tetragono .eg. Quare proportio tetragoni .eg. ad superficiem rectiangulam ex .os. in .sp. est sicut superficies .op. in .ps. ad superficiem .os. in .sp. Sed proportio superficiei rectiangule .op. in .ps. ad superficiem rectiangulam .os. in .sp., hoc est ad superficiem trianguli .opq., est sicut .op. ad .os.; ergo sicut .op. ad .os., ita tetragonum .eg. ad trigonum .opq. Quare quadratum tetragoni .eg. ad quadratum trigoni .opq. est sicut quadratum linee .op. ad quadratum linee .os. Sed proportio quadrati linee .op. ad quadratum linee .os. est sesquitertia. Quia cum de quadrato linee .op. tollitur quadratum linee .ps., quod est quarta eius, remanent tres quarte quadrati linee .op. pro quadrato linee .os.: ergo proportio quadrati linee .op. ad quadratum linee .os. est sicut .4. ad .3.; que proportio dicitur sesquitertia: ergo quadratum tetragonj .eg. ad quadratum trigoni .opq. est sicut .4. ad .3. Sed sicut .4. est ad .3., ita quadratum linee .cb. ad quadratum linee .ad.: est enim perpendicularis .tn. equalis .cb., et .ei., scilicet altitudo cubi, equalis est recte .ad.: per equale ergo erit sicut .4. ad .3., ita quadratum perpendicularis .tn. fol. 122 *verso*. ad quadratum | altitudinis .ei.: ergo sicut proportio quadrati tetragoni .eg. ad quadratum trigoni .opq. , ita quadratum perpendicularis .tn. ad quadratum linee .ei.: per equale ergo erit sicut tetragonum .eg. ad trigonum .opq., ita perpendicularis pyramidis .topq. ad altitudinem cubi .hmk., hoc est .tn. ad .ei. Quare multiplicatio trigoni .opq. in perpendicularem .tn. est sicut multiplicatio tetragoni .eg. in altitudinem .ei. Sed ex multiplicatione tetragoni .eg. in altitudinem .ei. prouenit area cubi .kmh.; et ex multiplicatione trigoni .opq. in perpendicularem .tn. prouenit triplum

« .opq. , ita .... prouenit triplum » fol. 122 *verso*, lin. 4-8, pag. 190, lin. 39-43).

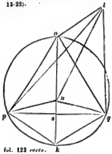


areę pyramidis *.topq.*; ergo cubus *.eil.* constructus in spera, cuius dyameter est *.ab.*, triplum est pyramidis *.topq.* in eadem spera constructę: et hoc est quod uolui demonstrare. Aliter in cubo *.eil.* protraham rectas *.if. ih. fh. fl. lh.* et *.il.*; et erit in cubo *.hmk.* constructa pyramis *.lhif.* quatuor superficierum triangularum et equalium laterum, quorum unumquodque est dyameter unius sex quadratorum continentium cubum. Quare quadratum unius cuiusque ipsorum laterum est duplum quadrilateris cubi; est enim quadratum unius cuiusque lateris pyramidis *.topq.* duplum quadrati lateris cubi, ut superius ostensum est. Quare latera pyramidis *.lhif.* equalia sunt lateribus pyramidis *.topq.* Vnde patet, pyramidem *.lhif.* equalem esse pyramidi *.topq.*: ablata siquidem pyramide *.lhif.* ex cubo *.hmk.*, remanebunt ex ipso cubo quatuor pyramides sibi inuicem similes et equales; que sunt pyramides *.ihef.* et *lhgf.* et *fikl.* et *.himl.*: est enim basis unius cuiusque duarum primarum pyramidum medietas tetragoni *.eg.*; et sunt sub equalj altitudine, scilicet sub *.ei.* et *.gl.*: reliquarum uero duarum pyramidum bases continent tetragonum *.km.*, quod est equale tetragono *.eg.*; et altitudo ipsarum et una, scilicet altitudo cubi; cum altitudines ipsarum sint *.mh.* et *.kf.*: protraham siquidem in cubo lineam *.gi.*; et quoniam pyramides *.ihef.* et *.lhgf.* sibi inuicem equales sunt, erit agregatum ex eis duplum pyramidis *.ihel.* Et quoniam tetragonum *.eg.* duplum est trigoni *.hif.*, erit pyramis *.ihefg.*, cuius basis est tetragonum *.eg.*, duplum pyramidis *.ihef.*, cuius basis est trigonum *.hef.*: sunt enim ambe sub una altitudine, que est linea *.ei.* Quare pyramis *.ihefg.* equalis est duabus pyramidibus *.ihef.* et *.lhgf.*: pyramides uero *.ihefg.* et *.topq.* habent bases et altitudines mutuę proportionis: est enim sicut tetragonum *.eg.* ad trigonum *.opq.*, ita altitudo *.tn.* ad altitudinem *.ie.*; que uero | pyramides habent bases et altitudines mutuę proportionis sibi inuicem equales sunt; equalis est ergo pyramis *.ihefg.* pyramidis *.topq.*: sunt enim et pyramides *.ihef.* et *.lhgf.* equales pyramidi *.ihefg.*; et que eidem equalia sunt et alterius sunt equalia; pyramides ergo *.ihef.* et *.lhgf.* pyramidi *.topq.* sunt equales. Similiter demonstrabitur, relique due pyramides, que sunt *.fikl.* et *.himl.* equales esse pyramidi *.topq.*: demonstratum est ergo, cubum *.kmh.* continere quantitatem trium pyramidarum equalium pyramidi *.topq.* Vnde patet, cubum *.kmh.* triplum esse pyramidis *.topq.*; et hoc uolui demonstrare. Et ut hec liquidius declarescant, ponam dyametrum sperę .6., et erit latus cubi, scilicet *.ef.*, radix de .12.; et latus pyramidis, scilicet *.op.*, radix de .24.; et erit quadratum lateris *.ef.*, scilicet tetragonum *.eg.*, 12.: quibus ductis in latitudinem *.ei.*, scilicet in radicem de 12., uenient .12. radices de .12., que sunt una radix de .1728. pro quadrato cubi *.hmk.*: de quo quadrato si accipiatur nona pars, ueuient .192. pro quadrato pyramidis *.topq.* Verbi gratia: de quadrato lateris *.op.* accipiamus quartam, et habebimus .6. pro quadrato lineę *.ps.*: quod si extraxerimus ex quadrato lateris *.op.*, scilicet de .24., remanebunt .18. pro quadrato catheti *.os.*: quod si multiplicauerimus in quadratum lineę *.ps.*, quod est .6., uenient .108. pro quadrato trigoni *.opq.*: quod si duxerimus in quadratum tertię altitudinis, scilicet in nonum quadrati perpendicularis *.tn.*; quod quadratum est .16.: uel si nonum de .108., quod est .12., duxerimus per .16., habebimus similiter .192. pro quadrato pyramidis *.topq.*: quod si duxerimus per .9., habebimus .1728., ut supra, pro quadrato cubi *.hmk.*; et

ª rectas *.if.* .... siquidem pyramide ª (fol. 122 verso, lin. 12-19 e 20; pag. 191, lin. 3-10).



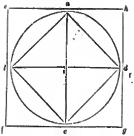
ᵇ scilicet sub .... tetragonum *.eg.* ᵇ (fol. 122 verso, lin. 24-34; pag. 191, lin. 13-22).



fol. 122 recto.

vocat in alio totum hoc videlicet sunt enim et pyramides *.ihef.* et *.lhgf.* pyramidis *.topq.*

" exterius tetragonum .... summatur centrum " (fol. 123 recto, lin. ultima e margine inferiore; pag. 192, lin. 8 a 9).



" .eh. contingit .... .ibe. sint " (fol. 123 verso, lin. 2-9; pag. 192, lin. 10-17).

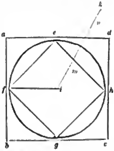
(Figura simile alla precedente)

hoc uolui demonstrare. Est enim .42. parum plus radicis de .1728.; et .14., que sunt tertia pars de .42., sunt parum plus radicis de .192.; per que ostenditur, cubum esse triplum pyramidis.

SI circa circulum describatur tetragonum, cuius latera omnia contingant circulum; et in contactis copulentur recte, quadrilaterum quod inde prouenerit, tetragonnm erit; et exterius tetragonum duplum erit interioris tetragoui. Circa circulum .abcd. adiaceat tetragonum .efgh. contingens circulum in punctis .a.b. c.d., in quibus copulentur recte .ab. bc. cd. ad. Dico quadrilaterum .abcd. tetragonum esse; et exterius tetra- [153 verso.] gonum .eg. duplum esse tetragono .abcd.: summatur centrum | circulj .abcd., sitque .i.; et copulentur recte .ia. ib. ic. id.: et quoniam recta .eh. contingit circulum .abcd. in puncto .a.; et in ipso contactu á centro copulata est recta .ia.; recta ergo .ia. cathetus est super rectam .eh., ut in Geometria habetur: rectus est ergo uterque angulorum .iae. et .iah. Similiter ostendetur, rectos esse angulos .ibe. et .ibf. et .icf. et .icg. et .idg. et .idh.: et quoniam in rectas .be. et .ia. recta incidit .ea.; et sunt anguli qui ad .e., et qui sub .eai. recti; erunt quidem recte .eb. et .ia. equidistantes. Similiter ostendetur, rectas .ib. et .ae. equidistantes esse, cum anguli qui ad .e., et qui sub .ibe. sint recti: ostense sunt etiam et recte .ia. et .ba. eqnidistantes esse; quare recta .ia. equalis est recte .be., et .ib. recte .ae. Equilaterum ergo est quadrilaterum .ebia; dico quidem et orthogoninm; est enim unus quisque angulorum, qui sub .ibe. bea. eai. rectus; qnare reliquus, qui sub .bia. rectus est. Tetragonum ergo est .ei. Similiter ostendetur, quadrilatera .fi. gi. hi. tetragona esse. Quare omnes anguli, qui snnt ad .i. centrum, recti sunt: unde patet, rectam .ai. continuari cum recta .ic., et rectam .bi. cum recta .id.; ergo recte .ac. et .bd. dyametri sunt circulj .abcd., et secant se ad rectos angulos. Quare unaqueque rectarum .ab. bc. cd. ad. corda est quartę circulj: equales ergo sunt recte .ab. bc. cd. da. sibi inuicem: equilaterum ergo est quadrilaterum .abcd.; dico etiam et orthogonium: quoniam orthogonium est trigonum .aib., cuius dno latera .ib. et .ia. sunt eqnalia, cum sint á centro ad periferiam deducta, anguli .iba. et .bai. sibi inuicem sunt equales; ct est rectus angulus .bia.: quare semirectus unusquisqne angulorum, qui sub .iba. et .iab. Demonstrabitur etiam per trigona .bic. ida. et .icd. unumquemque angulorum qui sub .ibc. icb. icd. idc. et .ida. et .iad. semirectum esse; quaré anguli .abc. et .bcd. et .cda. et .dab. recti suut: orthogonium ergo est quadrilaterum .abcd.: ostensam est etiam et equilaterum; ergo equilaterum .abcd. tetragonum est. Dico rursus, tetragonum .eg. continens circulum duplum esse tetragoni .abcd. continenti á circulo: est enim paralilogramum unumquodque tetragonorum .ie. if. ig. ih.; et dyametri ipsorum, que sunt .ab. bc. cd. da., ea per equalia secant: quare trigonum .aib. equale est trigono .eab.: eodemque modo et trigonum .bic. equale est trigono .fbc., et trigonum [fol. 124 recto.] .icd. trigono .gcd., nec non et trigonum .aid. | trigono .adh. Quare trigona .aeb. et .bfc. et .cgd. et .ahd. reliquis quatuor trigonis .aib. et .bic. et .cid. et .dia. continentibus totum tetragonnm .abcd. equalia sunt. Vnde patet, tetragonum .eg. duplum esse tetragoni .abcd. Aliter quoniam semicirculus est sectio .dab., et in ipso angulus est qui sub .dab.; angulus ergo qui sub .dab. est rectus: et quia latera .ad. et .ab. equalia sunt, erit unnsquisque angulorum qui sub .abd. et .adb. me-

dictas recti: est enim et angulus *.iab.* semirectus; et est rectus qui sub *.aib.*: quare trigona *.abd.* et *.abi.* sibi inuicem snnt similia: et habent unum angulum comunem, eum uidelicet qui sub *.dba.*: quare proportionaliter est ut *.db.* ad *.ba.*, ita *.ba.* ad *.bi.* Quare est sicut prima *.db.* ad tertiam *.bi.*, ita quadratum quod á prima *.db.* ad quadratum quod á secunda *.ab.*: est enim dyametro *.db.* equale unumquodque laterum tetragoni *.ef.* *.gh.*; ergo est sicut *.db.* ad *bi.*, ita tetragonum quod á recta *.ef.* ad tetragonum quod á recta *.ab.*; est enim *.db.* ex *.bi.* dupla; quare et tetragonum quod á recta *.ef.* duplum eius quod á recta *.ab.* Sed tetragonum quod á recta *.ef.* est tetragonum *.efgh.*; et tetragonum quod á recta *.ab.* est tetragonum *.abcd.*; ergo tetragonum *.eg.* duplum est tetragoni *.abcd.*; quod oportebat ostendere.

« á recta .ab, ... recte utrique » (fol. 124 *recto*, lin. 18-28; pag. 193, lin. 9-18).



·|· in alto ad centra circulorum basis et capitis colune ascendunt quatuor recte

SI in cubo describatur columna eiusdem altitudinis, et in columna spera, et in spera pyramidis columnę duorum capitum, cuius due extremitates sint in centra circulorum basis et capitis columnę; et eius uenter sit circulus secans columnam et speram in duo media; et sit ipse circulus equidistans circulis basis et capitis columnę: et in ipsa pyrâmide describatur solidum octobasium triangularum, cuius uenter sit tetragonum cadens in superficie predicti circuli secantis columuam et speram in duo media, cuius tetragoni angulis ad ·|· centra columnę circulorum basis et capitis ascendentis quatuor recte utrique facientes super ipsum tetragonum octo trigona equilatera et equiangula, quarum unumquodque latus est equale uniuscuiusque lateris ipsius tetragoni; erit proportio horum omnium corporum inter se sicut narro: proportio quidem cubi ad columnam est sicut .14. ad .11.; columnę ad speram est sesqualtera; sperę ad pyramidem dupla; pyramidis ad solidum octo basium est sicut .11. ad .7. Vnde colligetur, proportionem cubi ad speram esse sicut .21. ad .11.; ad pyramidem sicut .42. ad .11.; ad solidum octo | basium sexcuplam: et proportionem columnę ad pyramidem esse triplam, et ad solidum octobasium sicut .33. ad 7.; nec non et proportionem sperę ad solidum octobasium sicut .22. ad .7. Ad hec autem omnia demonstranda adiaceat tetragonum *.abcd.*; et in ipso describatur circulus *.efgh.*; et eius centrum sit *.i.*; et eleuetur á puncto *.i.* superficiem tetragoni *.ac.* orthogonaliter linea *.ik.*, que sit equalis unicuique laterum tetragoni *.ac.*; et intelligam, tetragonum *.ac.* esse unam ex sex superficiebus continentibus cubum: et circulum *.efgh.* esse basem columnę: et altitudinem utriusque corporis esse secundum quantitatem linee *.ik.*; quare *.ik.* erit axis columnę: et *.k.* punctus erit centrum circuli capitis columnę. Et quia ad habendam magnitudinem cubi oportet ut quadratum *.ac.* ducatur in altitudinem cubi, scilicet in *.ik.*; et ad habendam magnitudinem colūnę oportet ut area circuli *.efgk.* multiplicetur similiter per *.ik.*; erit ergo proportio cubi, cuius basis est tetragonum *.ac.*, et altitudo *.ik.* ad columnam, cuius basis est circulus *.efgh.*, et altitudo *.ik.* sicut tetragonum *.ac.* ad circulum *.efgh.* Sed proportio tetragoni *.ac.* ad circulum *.efgh.* est sicut .14. ad .11., ut superius in inuentione embadi circulorum monstratum est; uel aliter protrahatur á centro *.i.* semidyameter *.if.*, et erit *.if.* medietas lateris *.ab.*; quare quadratum linee *.if.* quarta est quadrati linee *.ab.* Sed ex quadrato linee *.ab.* prouenit tetragonum *.ac.*; ergo ex tetragono linee *.if.* prouenerit quarta tetragoni *.ac.*: quod quadratum si multiplicetur in $\frac{1}{7}$ 3, prouenient tres quarte et septimam quartę, hoc est $\frac{11}{14}$ tetragoni *.ac.*; et ex quadrato linee *.if.* ducto in $\frac{1}{7}$ 3. prouenit circulus *.efgh.*; ergo propor-

fol. 124 *verso*.

« basium sexcuplam . . . intelligam tetragonum » (fol. 124 *verso*, lin. 1-6, 7; pag. 193, lin. 24-29).

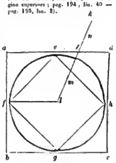
(Figura simile alla precedente)

tio circulj *.efgh.* ad tetragonum *.ac.* est sicut .11. ad .14.: conuersim ergo proportio tetragoni ad circulum est sicut .14. ad .11., ut predixi; et proportio ergo cubi ad columnam est sicut .14. ad .11.; et hoc uolui demonstrare.

Rursus intelligam, rectam *.ik.* esse dyameter sperę cadentis in dicta columna; et diuidam *.ik.* in duo equa super *.l.*; et intelligam, punctum *.l.* esse centrum circulj magni cadentis in spera et equalis et equidistantis circulo *.efgh.*; et erit circulus, cuius
-|- in alio secans colunam et speram centrum est *.l.*, secans colunam in duo media: et quia area superficiei sperę est quadruplum ipsius circuli, qui est equalis circulo *.efgd.*; et ex multiplicatione ipsius superficiei in sextam dyametri sperę habetur magnitudo sperę, que sit *.i.m.*; ergo si circulus *.efgh.* multiplicetur per quadruplum sextę dyametri sperę; quod quadruplum
fol. 125 recto. sit linea *.i n.*, proueniet utique magnitudo | ipsius sperę. Sed ex multiplicatione circulj *.efgh.* in dyametrum sperę, scilicet in altitudinem columnę, que est *.if.*, prouenit magnitudo columnę; ergo quam proportionem habet linea *.ik.* ad lineam *.in.* eandem proportionem habet predicta columna ad predictam speram: et quia *.ik.* est sexcupla ex *.i.m.*, et *.i.n.* est quadrupla eiusdem *.im.*, erit proportio *.ik.* ad *.in.* sicut .6. ad .4., hoc est in minimis numeris sicut .3. ad 2.: quare proportio columnę ad speram est sicut .3. ad .2.; que proportio sexquialtera nuncupatur: et quia proportio cubi ad columnam est sicut .14. ad .11., erit proportio eorumdem corporum sicut triplum .14. ad triplum de .11., hoc est sicut 42. ad .33.: et quia proportio columnę ad speram est sicut .3. ad .2., erit proportio eorumdem sicut undecuplum de .3. ad undecuplum de .2., hoc est sicut .33. ad .22.: et quia proportio cubi ad columnam est sicut .42. ad .33.; et proportio columnę ad speram sicut .33. ad .22.; per equale ergo erit sicut .42. ad .22., hoc est sicut .21. ad .11., ita cubus ad speram; et hoc uolui demonstrare. Item intelligam á circulo, cuius centrum est *.l.* ad utrumque polum sperę, scilicet ad puncta *.i.k.* prouenire singulam pyramidem columnę; quę pyramides simul composite faciunt pyramidem duorum capitum; et erit altitudo unius pyramidis linea *.lk.*, alterius uero linea *.il.*; et est ut diximus tota *.ik.* dyameter sperę. Ad habendam istam magnitudinem huius compositi corporis, oportet ut circulus, cuius centrum est *.l.*, multiplicetur in tertiam suę altitudinis, scilicet in tertiam lineę *.ik.* Sed ex multiplicatione circulj, cuius centrum est *.l.*, in duas tertias dyametri *.ik.*, scilicet in *.in.*, prouenit magnitudo sperę; ergo proportio sperę ad ipsum corpus duorum capitum est sicut proportio duarum tertiarum dyametri sperę ad tertiam eiusdem dyametri: Sed proportio duarum tertiarum cuiusque rei ad tertiam eiusdem rei est dupla; ergo et proportio sperę ad pyramidem duorum capitum cadentem in ipsa est dupla: et quia proportio columnę ad speram est sicut .3. ad .2.; sperę ad pyramidem sicut .2. ad .1., erit proportio columnę ad pyramidem tripla; et hoc uolui demonstrare. Rursus circa idem centrum *.l.* intelligam circulum equalem circulo superiori *.efgh.*; et in eo intelligam, tetragonum esse descriptum equale tetragono *.efgh.*; et á punctis angulorum ipsius tetragoni lineabo quatuor lineas ad unum quemque polum sperę, scilicet ad puncta *.i.k.*; et perficietur solidum octo basium, quod Euclides in tertio decimo libro infra
fol. 125 verso. speram describere docet: | quod solidum diuiditur in duas pyramides super tetragonum descriptum in circulo, cuius centrum *.l.*, quarum unaquęque habet basem tetragonam: et super ipsam eleuantur quatuor trigona equilatera; et altitudo unius pyramidis est

linea .*kl*., et alterius .*il*.; que altitudines sibi inuicem sunt equales; est enim unaqueque earum medietas linee .*ik*., hoc est dyametri spere, uel axis columne, seu altitudinis cubi; quarum pyramidum magnitudines, hoc est magnitudinem totius solidi octobasium habebis ex multiplicatione tetragoni descripti in circulo, cuius centrum est .*l*., in tertiam partem linee .*ik*. Sed magnitudo pyramidis duorum capitum continentis hoc solidum octobasium habetur ex multiplicatione circulj continentis ipsum tetragonum in eandem tertiam partem linee .*ik*.; ergo proportio pyramidis duorum capitum ad solidum octobasium est sicut circulus ad quadratum descriptum infra ipsum circulum; que proportio est sicut .11. ad .7., cum proportio tetragoni continentis circulum ad ipsum circulum sit sicut .14. ad .11. Et exterius tetragonum interioris sit duplum; ergo proportio pyramidis duorum capitum ad solidum octaedron est sicut .11. ad .7.: fuit etiam proportio cubi ad pyramidem duorum capitum sicut .42. ad .11.; et proportiu pyramidis ad octaedron sicut .11. ad .7.: quare proportiu cubi ad octaedron est sicut .42. ad .7.; que proportio sexcupla est. Rursus quia proportio columne ad pyramidem duorum capitum fuit tripla, hoc est sicut .33. ad .11.; et proportio pyramidis ad octaedron est sicut .11. ad .7.; erit proportio columne ad octaedron, hoc est ad solidum octobasium, sicut .33. ad .7. Item quia proportio spere ad pyramidem duorum capitum fuit dupla, hoc est sicut .22. ad .11.; et proportio pyramidis ad octaedron sicut .11. ad .7., erit proportio spere ad octaedron sicut 22. ad .7.; quam proportionem habet circumferentia cuiuscumque circulj ad suum dyametrum; his itaque demonstratis si magnitudo alicuius horum quinque corporum fuerit nota, erit possibile per ipsam magnitudinem reliqnas magnitudines inuenire. Ad cuius rei demonstrationem ponamus latus cubi .*ab*. esse .6.; quare tetragonum .*ac*. erit .36.; quod si multiplicetur in altitudinem .*ik*., que erit similiter .6., uenient .216. pro magnitudine cubi: et hoc est cubicare unum ex lateribus cubi: et quia proportio cubi ad colunam est sicut .14. ad .11., | si de .216. acceperimus $\frac{11}{14}$, scilicet proportionem, quam habet columna ad cubum, uenient pro magnitudine culumne $\frac{5}{7}$ 169. Similiter si de .216. acceperimus proportiones, quas habent spera: et pyramis duorum capitum, et solidi octobasium ad cubum, nimirum pro magnitudine spere uenient $\frac{1}{7}$ 113., et pro magnitudine pyramidis $\frac{4}{7}$ 56., et pro magnitudine solidi octubasium .36. Item sit nuta magnitudo columne, que est $\frac{5}{7}$ 169.; quam si multiplicauerimus per .14., et diuiserimus per .11., uenient .216. pro magnitudine cubi: et si de $\frac{5}{7}$ 169. acceperimus $\frac{2}{3}$, que sunt proportin spere ad columnam, uenient $\frac{1}{7}$ 113. pro magnitudine spere: et si de $\frac{5}{7}$ 169. acceperimus tertiam partem, que est proportio pyramidis ad columnam $\frac{4}{7}$ 56., uenient pro magnitudine pyramidis: item si de $\frac{5}{7}$ 169 acceperimus $\frac{7}{33}$, scilicet proportionem octaedri ad columnam, uenient .36. pro magnitudine octaedri. Eodemque modo poteris operari si magnitudo alicuius reliquorum corporum fuerit nota.

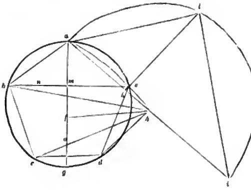
« quod solidum .... est magnitudinem » (fol. 125 *verso*, lin. 1-7, 8 e margine superiore; pag. 194, lin. 40 — pag. 195, lin. 3).



fol. 126 *recto*.

Ad inueniendum magnitudinem duodecaedri in spera constructi, cuius spere dyameter sit nuta. Ponam penthagonum .*abcde*., quod sit unum ex duodecim penthagonis equalibus continentibus ipsum solidum: et circa ipsum penthagonum describam circulum .*abcde*., cuius centrum sit .*f*.; et protraham in eo dyametrum .*ag*., nec non et cordam .*be*., que est corda anguli penthagonici; et ponam centrum spere punctum .*h*., et copulabo rectam .*ah*., et circinabo super speram semicirculum magni circulj .*ali*., et producam .*ah*. in puuctum .*i*., et erit tota .*ai*. dyameter spere, nec non et semicirculj .*ali*.;

« sperum semicirculum .... solids duodecim » (fol. 126 recto, lin. 22-35; pag. 195, lin. 42 — pag. 196, lin. 9).



« basium penthagonorum .... Vnde qualiter » (fol. 126 verso, lin. 1-13; pag. 196, lin. 9-17).

(Figura simile alla precedente)

et ponamus eam esse ulnarum .6.; et abscidam ab ea lineam *.ak.*, que sit tertia ex *.ai.* ; et producam ad rectos angulos super lineam *.ai.* lineam *.kl.*, et copulabo rectas *.al.* et *.il.*; et ab angulis penthagoni *.abcde.* ad centrum sperȩ perducam lineas *.bh. .ch. dh. eh.*; et erit pyramis *.habcde.*, cuius basis est penthagonum *.abcde.*, et sumitas eius *.h.* duodecima pars totius f. 126 v.: solidi duodecim | basium penthagonorum descripti in spera, cuius dyameter est *.ai.*; quia si á centro sperȩ, quod est *.h.*, ad omnes angulos duodecaedri ducantur recte, nimirum in duodecim pyramides equales totum corpus duodecaedri diuidetur, quarum una est pyramis *.habcde.*: quare si magnitudinem eius inuenerimus, et eius duodecuplum acceperimus, utique habebimus magnitudinem totius corporis. Vnde qualiter operari in his debeamus, indicemus. Primum considerandum est quod trigona *.ali.* et *.alk.* sibi inuicem sunt similia : habent enim angulos *.a.l.i.* et *.akl.* rectos: et angulum qui ad *.a.* comuuem: reliquis ergo qui sub *.alk.* reliquo qui ad *.i.* equalis est: trigona enim similia circa comunem angulum habent latera proportionalia : quare est sicut *.ia.* ad *.al.*, ita *.al.* ad *.ak.*: et quando tres recte proportionales sunt; erit sicut prima ad tertiam, ita quadratum quod á prima ad quadratum quod á secunda: ergo est sicut *.ia.* ad *.ak.*, ita quadratum dyametri *.ai.* ad quadratum lineȩ *.al.*: est enim *.ai.* ex *.ak.* tripla; quare et tetragonum ex *.ai.*, quod est .36., triplum est tetragoni lineȩ *.al.*; ergo tetragonum lineȩ *.al.* est .12. Et est *.al.*, vt in tertiodecimo libro Evclidis habetur, latus cubi cadentis in spera, cuius dyameter est *.ai.* Nam latus cubi cadentis in spera est corda anguli penthagonici unius cuiusque penthagoni duodecim superficierum facientium solidum duodecim basium; ergo quadratum cordȩ *.be.*, que est corda anguli penthagonici *.bae.*, est .12.: et ut inueniamus unum ex lateribus penthagoni *.abcde.*, oportet ut corda *.be.* media et extrema proportione diuidatur; quia ut in tertiodecimo libro Evclidis habetur corda anguli penthagonici media et extrema proportione diuisa; pars maior est latus penthagonicum.

Modus diuidendi lineam media et extrema proportione.

Nam modus diuidendi corda *.be.* media et extrema proportione est vt super quadra-

tum eius, quod est .12., addamus quartam eius, erunt .15.; de quorum radice auferatur medietas lineę .*be*., que est radix trium, | et habebitur pro maiori parte radix .*de*. 15. minus radice trium; ergo latus penthagonicum .*ae*., quod est unum ex lateribus penthagoni, est radix de .15. minus radice trium. Et quia, ut in quartodecimo Euclidis habetur, quadrata cordę et lateris penthagonici possunt quincuplum lateris exagonici. Et ut habeam latus exagonicum, addam quadratum cordę .*be*., quod est .12., cum quadrato lateris .*ae*., quod est .18., minus radice de .180., ut inferius demonstrabo, erunt 30 minus radice de 180.; quorum quinta, que est .6., minus radice de $\frac{1}{5}$ 7, est quadratum lateris exagonici .*af*. Nam exagonicum latus equale est semidyametro circulj; quod quadratum si auferatur ex quadrato semidyametri sperę .*ah*., scilicet de .9., remanebunt .3. et radix de $\frac{1}{5}$ 7 pro quadrato perpendicularis .*hf*. Est enim trigonum .*ahf*. rectiangulum, cum recta .*hf*. stet orthogonaliter super planum circulj .*abgd*.; quia ut habetur in libro milei et in almaiesti., cum superficies secat speram, comunis eorum sectio est circulus; et cum à centro sperę ad centrum circulj secantis speram linea protrahitur, illa linea stat orthogonaliter super superficiem circulj.

fol. 127 recto.

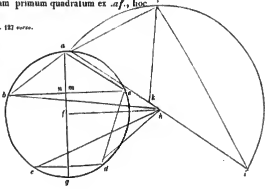
.|. in distinctione ultima ubi est paragrafum ¶ Demonstrabo rursus per lineam .rae. quod sic iacet.



Habita quidem notitia semidyametri .*af*. et perpendicularis .*hf*., ostendamus modum mensurandi pyramidem .*habcde*. Diuidam primum .*fg*. in duo equa super .*o*., et erit .*a o*. dodrans, hoc est tres quarte dyametri .*ag*.; et auferam ex corda .*be*. sextam eius, que sit .*bn*., remanebit .*en*. destans, scilicet $\frac{5}{6}$ cordę .*be*.: et quia ut in quartodecimo libro habetur, ex dodrante .*ao*. in destantem .*en*. peruenit planum penthagoni .*abcde*.; quod planum si ducatur in perpendicularem .*hf*., ueniet triplum pyramidis .*habcde*.; quod etiam triplum si ducatur in .*h*., habebitur magnitudo totius dedocaedri, cuius duodecima pars est pyramis .*habcde*. Sed quia proportio dodrantis .*ao*. ad semidyametrum .*af*. est sicut .6. ad .4., que proportio est sexqualtera, erit superficies .*af*. in .*fh*. ducta in .*en*. et producta in .6. sicut superficies ex .*ao*. in .*en*. ducta in .*hf*. et producta in .4. Item quia proportio .*be*. ad .*en*. est sicut .6. ad .5., erit superficies ex .*af*. in .*be*. ducta in .*fh*. et producta in .5. sicut superficies ex .*fa*. in .*en*. ducta in .*hf*. et producta in .6. Sed ex superficie .*fa*. in .*en*. ducta in .*fh*. et producta in .6. proueniet magnitudo totius duodecaedri; ergo ex superficie .*af*. in .*be*. ducta in .*hf*. et producta in .5. uenit magnitudo eiusdem duodecaedri: quare ducam primum quadratum ex .*af*., hoc est .6. minus radice de $\frac{1}{5}$ 7. in 3, et radicem | de $\frac{1}{5}$ 7., uenerit etiam $\frac{4}{5}$ 10. et tres radices de $\frac{1}{5}$ 7. : verbi gratia : ex ductu .6. in .3. ueniunt .18.; et educta radice de $\frac{1}{5}$ 7. addita in radicem de $\frac{1}{5}$ 7. diminutam ueniunt $\frac{1}{5}$ 7 diminuta; quibus extractis de .18. remanent $\frac{4}{5}$ 10.: et ex multiplicatione de .3. in radicem de $\frac{1}{5}$ 7. diminutam ueniunt tres radices de $\frac{1}{5}$ 7. diminute : et ex multiplicatione de .6. in radicem de $\frac{1}{5}$ 7. additam ueniunt sex radices de $\frac{1}{5}$ 7. addite : extractis ergo tribus radicibus diminutis de sex

« de $\frac{1}{5}$ 7., ... sex radices » (fol. 127 verso, lin. 1-12; pag. 197, lin. 34—42).

fol. 127 verso.



radicibus additis, remanent tres radices de $\frac{1}{5}$ 7. addite. Et sic habemus 10 et $\frac{4}{5}$ et radices tres de $\frac{1}{5}$ 7., que sunt una radix de $\frac{4}{5}$ 64. Post hec ducam quadratum ex *.be.* in quadratum de .5., uenient .300., in quibus multiplicabo $\frac{4}{5}$ 10. et radicem de $\frac{4}{5}$64. Nam ex .300. ductis in $\frac{4}{5}$ 10. ueniunt .3240., et ex ductis .300. in radicem de $\frac{4}{5}$ 64. ueuit radix numeri, qui fit ex quadrato trecentorum, scilicet de .90000. in $\frac{4}{5}$ 64: de qua multiplicatione proueniunt 5832000. ; ergo pro quadrato magnitudinis totius dodecaedri habentur .3240. et radix de 5832000.; et hoc quadratum est binomium primum, cum maius nomen possit plus minore secundum quantitatem quadrati numeri: quare radix eius est binomia, ut in .x.^{mo} EVCLIDIS habetur; que radix est radix de 2700. et radix de 540.; quas radices, si subtiliter acceperimus, habebimus parum minus de ulnis $\frac{1}{5}$ 75. pro magnitudine positi dodecaedri: uel si radicem de 5832000 quam propius acceperimus, et inueniemus eam esse parum minus de .2415.; quam si super .3240. addiderimus, habebimus parum minus de .5655.; quorum radicem similiter inueniemus esse parum minus de $\frac{1}{5}$ 75. Et notandum quod diximus, radicem de .3240. et radicem de .5832000 esse radicem de .2700. et radicem de .540., tunc diuisimus .3240. in duas partes, quarum una fuit .2700., et altera .540.; et ex multiplicatione unius earum in aliam prouenit quarta de .5832000.; et ita nos docet EVCLIDES in similibus operari. Demonstrabo rursus quomodo quadratum linee *.ae.*, scilicet lateris penthagoni | inueniendum sit. Reiterabo lineam *.ae.*, et addam ei lineam *.ra.*, que sit radix trium: et erit tota *.er.* radix de .15.; quare *.ae.* erit radix de 15. minus radice trium; de qua *.ae.* uolumus quadratum accipere. Quoniam linea *.er.* diuisa est in duobus utlibet super punctum *.a.*, erunt quadrata linearum *.er.* et *.ar.* equalia duplo superficiei *.ar.* in *.er.*, et quadrato linee *.ae.* Vnde si ex quadratis linearum *.er.* et *.ar.* tollamus duplum superficiei *.ar.* in *.er.*, remanebit quadratum linee *.ae.*: est enim *.er.* radix de .15.; quare quadratum eius est .15., et *.ar.* est radix de .3. Quare quadratum eius est .3.; ergo quadrata linearum *.er.* et *.ar.* sunt .18.; et ex *.ar.* in *.er.*, scilicet ex radice trium in radicem de .15. uenerit una radix de .45.: quare ex duplo *.ar.* in *.er.* ueniunt due radices de .45.; quibus extractis de .18. inuentis, remanent .18. minus duabus radicibus de .45.; que due radices sunt una radix de .180.; ergo quadratum linee *.ae.* est .18. minus radice de .180., ut superius inuenimus.

.Magnitudo dodecaedri.

« minus de .... lateris penthagoni » (fol. 127 *verso*, lin. 30-35 e margine inferiore; pag. 198, lin. 13-18).



fol. 128 *recto*.

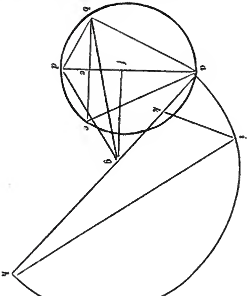
« de .15. minus .... ex duplo .ar. » (fol. 128 *recto*, lin. 3-11; pag. 198, lin. 19-27).



De magnitudine solidi 20 basium triangularium constructi in eadem spera, cuius dyameter sit .6.

AD habendam siquidem magnitudinem ycosaedri constructi in spera data Adiaceat trigonum *.abc.* equilaterum et equiangulum, quod sit una ex .20. superficiebus continentibus solidum: et circa ipsum describam circulum *.abc.*, et in ipso protraham dyametrum *.ad.* secans rectam *.bc.* super punctum *.e.*, et centrum circulj sit *.f.*; et ponam centrum spere punctum *.g.*, et copulabo rectam *.ag.*, et producam eam in puncto *.h.*, qui sit punctus in superficie spere: et signabo super speram semicirculum circulj magni *.aih.*, et copulabo rectas *.bg. cg.*; et erit *.gabc.* pyramis, cuius basis est trigonum *.abc.*, et eius summitas est *.g.*; que pyramis est $\frac{1}{20}$ totius ycosaedri; quia si à puncto

« rectam .bc. ...: et quia » (fol. 128 *recto*, lin. 21-35; pag. 198, lin. 35—pag. 199, lin. 4).

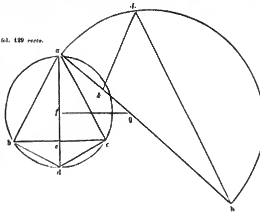


.*g*., qui est centrum sperę, lineentur recte ad omnes angulos .20. triangulorum continentium ipsum ycosaedron, nimirum ipsum in .20. pyramides equales diuidetur, quarum una est pyramis .*gabc*., cuius magnitudinem si in .20. duxerimus, habebimus utique magnitudinem totius solidi .20. basium: et quia | ut in EVCLIDE habetur, circulus continens unum ex trigonis ycosaedri est equalis circulo continenti unum ex penthagonis dodecaedri, cum ambo solida sint in eadem spera constructa; erit propter hoc quod diximus superius, semidyameter circulj .*abc*. nota; hoc quadratum ex .*af*. erit .6. minus radice de $\frac{4}{5}$ 7., et quadratum perpendicularis .*gf*. erit .3. et radix de $\frac{4}{5}$ 7. Est enim semidyameter sperę .*ag*. 3., et eius quadratum est 9.: et quia quadratum lateris trianguli equilateri descripti in circulo est triplum quadrati semidyametri ipsius circulj; si triplicauerimus quadratum semidyametri .*af*., quod est .6. minus radice de $\frac{4}{5}$ 7., habebimus .18. minus tribus radicibus de $\frac{4}{5}$ 7. pro una ex lateribus trigoni .*abc*.: de inde copulabo rectas .*db*. et .*dc*., et erunt trigona .*abd*. et .*acd*. orthogonia et equalia. Est enim latus .*ab*. equale lateri .*ac*.; quare arcus .*ab*. equalis est arcui .*ac*.: est enim et totus arcus .*abd*. toti arcui .*acd*. equalis: reliquus ergo arcus .*bd*. reliquo .*cd*. est equalis; quare recta .*bd*. recte .*cd*. est equalis: equilatera enim sunt trigona .*abd*. et .*acd*., nec non et equiangula; quare angulus .*bad*. equalis est angulo .*cad*. Est enim et angulus .*abc*. equalis angulo .*acb*.; quare anguli qui ad .*e*. equales sibi inuicem sunt: et si equales, ergo recti. Et quoniam in circulo .*abc*. dyameter .*ad*. quandam rectam .*bc*. ad rectos angulos secat: et per equalia eam secat; ergo recta .*be*. equalis est recte .*ec*.; ergo .*be*. medietas est ex .*bc*., hoc est ex *ab*.; quare quadratum ex .*ab*. quadruplum est ex quadrato .*be*. Sed quadrato lineę .*ab*. equalia sunt quadrata linearum .*ae*. et .*eb*.; ergo quadrata linearum .*ae*. et .*eb*. quadrupla sunt quadrato lineę .*eb*. Quare quadratum lineę .*ae*. triplum est quadrato lineę .*eb*.; ergo et quia in trigono orthogonio .*abd*. ab angulo .*b*. recto cathetus .*ae*. protracta est super basem .*ad*., erit sicut .*ae*. ad .*eb*., ita .*be*. ad .*ed*. Quare est sicut quadratum lateris .*ae*. ad quadratum lateris .*eb*., ita .*ae*. ad .*ed*. Sed quadratum lateris .*ae*. ad quadratum lateris .*ed*. est triplum; et .*ae*. ergo ex .*ed*. tripla est. Quare patet .*ed*. totius dyametri .*ad*. quartam esse. Est enim et .*af*. medietas dyametri .*ad*.; reliqua .*ef*. est alia quarta pars ex tota .*ae*. continent tres quartas totius dyametri .*ad*. Quare .*ae*. | ad .*af*. est proportio sexqualtera. Demonstratum est recta .*ae*. cathetum esse super rectam .*bc*. Quare ex ductu .*ae*. in .*bc*. prouenit duplum trigoni .*abc*.; que si multiplicauerimus per .10., habebimus aream .20. triangulorum equalium continentium solidum .20. basium. Sed quia proportio ex .*ae*. ad .*af*. est sicut .15. ad .10., ueniet ex multiplicatioue .*af*. in .*bc*. ducta in .15. superficies eorumdem .20. triangulorum: quam superficiem si duxerimus in tertiam perpendicularis .*gf*.; que perpendicularis est altitudo .20.

fol. 128 *verso*.

« Est enim ... Quare .*ae*. » (fol. 128 *verso*, lin. 30-35 e margine inferiore, pag. 199, lin. 30-32).

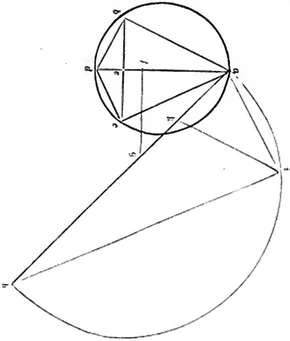
fol. 129 *recto*.



pyramidarum continentium totum solidum ycosaedri; ergo si multiplicauerimus *.af.* in *.bc.*; et illud totum in .5.; et quod prouenerit, duxerimus in *.gf.*, habebimus utique magnitudinem totius solidi : ergo si multiplicauerimus quadratum ex *.af.* in quadratum ex *.bc.*; et illud totum duxerimus per quadratum de .5., scilicet per .25.; et hoc totum produxerimus in quadratum ex *.gf.*, habebimus ex hoc toto quadratum magnitudinis solidi. Nam ex multiplicatione quadrati linee *af.* in quadratum ex *.fg.*, scilicet ex multiplicatione de .6. minus radice de $\frac{1}{5}$ 7. in tres et radicem de $\frac{1}{5}$ 7, uenient $\frac{4}{5}$ 10. et radix de $\frac{4}{5}$ 64., ut superius inuenimus; que multiplicanda sunt per quadratum lateris trianguli *.bc.*, scilicet per .18. minus tribus radicibus de $\frac{1}{5}$ 7., scilicet minus una radice de $\frac{4}{5}$ 64 ; que multiplicatio sit fit: primum multiplicanda sunt $\frac{4}{5}$ 10 per .18., scilicet integra per integra, ueniunt $\frac{2}{5}$ 194.; de quibus tollenda est multiplicatio radicis de $\frac{4}{5}$ 64 addite in radicem de $\frac{4}{5}$ 64. diminutam; ex qua multiplicatione proueniunt integra $\frac{4}{5}$ 64., remanent $\frac{3}{5}$ 129. Item multiplicanda est radix de $\frac{4}{5}$ 64. addita per 18, ueniunt radices decem et octo de $\frac{4}{5}$ 64. Et radix de $\frac{4}{5}$ 64. diminuta multiplicanda est per $\frac{4}{5}$ 10., ueniunt radices $\frac{4}{5}$ 10. de $\frac{4}{5}$ 64. diminute: extractis ergo radicibus $\frac{4}{5}$ 10. diminutis ex radicibus .18. additis, remanent radices $\frac{1}{5}$ 7. de $\frac{4}{5}$ 64.: ergo ex quadrato *.af.* in *.fg.* ducto in quadratum ex *.bc.* ueniunt $\frac{3}{5}$ 129. et radices $\frac{1}{5}$ 7. de $\frac{4}{5}$ 64.: quibus multiplicatis per quadratum de .5., scilicet per .25., ueniunt .3240. et radices .180. de $\frac{4}{5}$ 64. pro quadrato totius solidi ycosaedri. Nam si illas .180. radices ad radicem unius numeri tantum reducere uolumus : multiplicabimus .180. in se , uenient .32400.; et de $\frac{4}{5}$ 64. faciemus quintas, erunt quinte .324.; quas multiplicabo per .5., uenient .324.; que multiplicabo per $\frac{1}{5}$ de 32400., scilicet per 6480., uenient .2099520.: ergo quadratum totius solidi est .3240. et radix de 2099520.; et hoc est binomium quartum, cum maius nomen, scilicet 3240., sit ratiocinatum, et possit plus minore, scilicet super 2099520., secundum quantitatem numeri non quadrati: unde si radicem de 2099520., que est parum | minus de 1449., addiderimus super .3240., uenient parum minus de 4689; quorum radix, que est parum minus de $\frac{1}{2}$ 68., est quantitas magnitudinis ycosaedri. Et si uolumus ad notitiam semidyametri *.af.* aliter deuenire. Ponam *.kh.* quadruplam ex *.ak.*; et per punctum *.k.* super dyametrum spere *.ah.* ad rectos angulos protraham lineam *.ki.*; et copulabo rectas *.ai. ih.*; et erit per ea que dicta sunt superius ut *.ha.* ad *.ai.*, ita *.ai.* ad *.ak.* Quare erit sicut *.ha.* ad *.ak.*, ita quadratum dyametri *.ah.* ad quadratum linee *.ai.* Est enim *.ah.* quincupla ex *.ak.* Quare quadratum ex *.ah.*, quod est .36., est quincuplum quadrati ex *.ai.*; ergo quadratum ex *.ai.* est $\frac{1}{5}$ 7.; et *.a.i* est semidyametrum circulj, cuius penthagoni latus cadentis in ipso circulo est latus trianguli *.abc.* suprascripti, ut in Euclide habetur: quod latus penthagonicum ita ex semidyametro sui circulj habetur si super quadratum ipsius semidyametri, scilicet super $\frac{1}{5}$ 7., addemus quartam eius, et erunt .9.; de quorum radice, que est .3., tollam medietatem semidyametri, cuius medietatis quadratum est quarta pars quadrati semidyametri; et illud est $\frac{4}{5}$ 1.; et habebimus .3.

fol. 129 *verso*

« minus de 1449. .... circulj habetur » (fol. 129 *verso*, lin. 1-14 e margine superiore; pag. 200, lin. 25-39).



minus radice de $\frac{4}{5}$ 1.; et hoc est latus dacagonicum: super cuius quadratum, quod est $\frac{3}{5}$ 10 minus radice de $\frac{4}{5}$ 64., si addiderimus quadratum semidyametri, scilicet $\frac{3}{5}$ 7., erunt .18. minus radice de $\frac{4}{5}$ 64. pro quadrato unius laterum trigoni *.abc.*; quod quadratum cum sit triplum quadrati semidyametri *.af.*, diuidenda sunt .16., minus radice de $\frac{4}{5}$ 64., per .3., et uenient .6., minus radice de $\frac{4}{5}$ 7., pro quadrato semidyametri *.af.*, ut superius inuentum est. Et quia EVCLIDES inueuit esse sicut latus cubi, scilicet cordȩ anguli penthagonici, ad latus trianguli equilateri cadentis in eodem circulo, sicut proportio lineȩ poteotis super lineam media et extrema proportione diuisam, et super maiorem partem eius ad lineam potentem super eandem lineam diuisam, et super minorem eius partem; ita solidum .12. basium penthagonorum ad solidum .20. basium triangularium in eadem spera coustructarum, est possibile inuenire magnitudinem unius eorum solidorum habita maguitudine alterius. Verbi gratia: inueoimus superius cordam auguli penthagoni fuisse radicem de .12.; et latus trianguli esse radicem de .18. minus radice de $\frac{4}{5}$ 64. Et solidum .12. basium esse $\frac{1}{5}$ 75.; ergo sicut radix de .12. est ad radicem de .16. miuus radice de $\frac{4}{5}$.64., ita $\frac{1}{5}$ 75. est ad | magnitudiuem solidi .20. basium. Quare erit sicut. 12. ad .18. minus radice de $\frac{4}{5}$ 64., ita quadratum de $\frac{1}{5}$ 75., quod inuenimus esse superius .5655., ad quadratum magnitudiois ycosaedri; accipiamus ergo quam subtilius possumus radicem de $\frac{4}{5}$ 64., et inueniemus eam esse $\frac{1}{20}$ 8.; et auferamos eam de .18., remanebunt .10. mious $\frac{1}{20}$.: ergo est sicut .12. ad .10. minus $\frac{1}{20}$, ita. 5655. ad quadratum ycosaedri: multiplicabimus ergo .5655. per .10. minus $\frac{1}{20}$, erunt 56267.; quibus diuisis per .12. redduot parum minus de .4689. pro quadrato ycosaedri, ut superius ioueoimus. Et si quadratum ycosaedri esset notum, multiplicaremus illud per .12., et summam diuideremus per .10. minus $\frac{1}{20}$, et habemus quadratum dodecaedri notum. Et si uolumus inuenire proportiouem, qnam babet linea poteos super lioeam media et extrema proportiooe diuisam ad lineam potentem super eaodem lineam diuisam et minorem partem eius. Ponam lioeam *.ab.*, et diuidam eam media et extrema proportione super *.g.*; et maior pars esto *.gb.* Quare erit sicut *.ab.* ad *.bg.*, ita *.bg.* ad *.ga.*; et á puncto *.g.* super rectam *.ab.* ad rectos angulos ponam rectam *.gd.*; et ponam ipsam equalem recte *.ab.*; et copulabo rectas *.da. db.*, et erit recta *.db.* potens super rectas *.dg*, et *.gb.*; et *.db.* erit potens super rectas *.dg.* et *.ga.*: et quia *.dg.* equalis est recte *.ab.*, erit recta *.db.* poteos super rectas *.ab. gb.*, hoc est super totam lineam diuisam et maiorem partem eius; et linea potens soper eandem lineam *.ab.* et maiorem partem eius, que est linca *.ag.*; ergo est et sicut *.db.* ad *.da.*, ita solidum .12. basium ad solidum .20. basium; erit propter hoc et sicut quadratum lioeȩ *.db.* ad quadratum lioeȩ *.da.*, ita quadratum dodecaedri ad quadratum ycosaedri: et ut hec ponaotur in numeris, pooam *.ab.* 10.; et erit *.bg.* radix quincupli quadrati medietatis lineȩ *.ab.* minus ipsa medietate; ergo *.bg.* erit de .125. minus 5.; et *.ag.* erit tripla medietatis *.ab.* minus radice quincuplj quadrati medietatis eiusdem lioeȩ; ergo erit *.ag.* 15. mious radice de .125. Accipiamus ergo quadratum ex *.gb.*; et erit .150. minus decem radicibus de .125., que sunt uoa radix de .12500.: et addamus ipsi quadrato quadratum lineȩ *.dg.*, qood est .100., cum linea *.dg.* sit equalis lineȩ *.ab.*, erunt .250. minus radice de .12500. pro quadrato lineȩ *.d.b.* Item super quadratum lineȩ *.ag.*, quod est

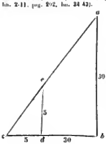
fol. 120 recto.

.350. minus .30. radicibus de .125. addamus quadratum lineę .gd., erunt .450. minus radice de 12500. pro quadrato lineę .da.: et quia unumquodque quadratorum linearum
fol. 130 verso. .db. et .da. est | abscisio aut recisum, ut non habeamus ignotius per ignotum, accipiamus radicem quam subtilius poterimus de .12500. et de 112500.; et auferamus eas de nominibus maioribus, que sunt in ipsis recisis; et erit proportio quadrati lineę .db. ad quadratum lineę .da. raciocinata. Verbi gratia: radix de 12500. est $\frac{4}{5}$ 111.; qua extracta de 250., remanet parum minus de $\frac{1}{5}$ 138. pro quadrato lineę .db. Item radix de. 112500. est parum plus de $\frac{2}{5}$ 335.; qua extracta de .450., remanet parum minus de $\frac{3}{5}$ 114. pro quadrato lineę .da.; ergo est sicut $\frac{1}{5}$ 138. ad $\frac{3}{5}$ 114., ita quadratum solidi .12. basium ad quadratum solidi 20. basium. Et est hec proportio equalis proportionis supradictę, quam habet quadratum cordę anguli penthagonici ad quadratum lateris trigoni cadentis in eodem circulo. Habita siquidem notitia magnitudinum omnium solidorum cadentium in una spera, per ea que dicta sunt, erit possibile inuenire magnitudines similium solidorum cadentium in aliqua alia spera; cum proportio similium solidorum sit proportio triplicata similium laterum: uel etiam dyametrorum sperarum, in quibus ipsa solida fuerint constituta: est enim proportio triplicata dyametri unius sperę ad dyametrum alterius ea quam habet cubus dyametri unius sperę ad cubum dyametri alterius. Vnde si uolumus inuenire magnitudinem solidi .12. basium cadentis in spera, cuius dyameter sit .7., erit sicut cubus senarij ad cubum septenarij, hoc est sicut .216. ad .343., ita inuentum solidum, cuius magnitudo est $\frac{4}{5}$ 75., ad magnitudinem quesiti solidi. Quare multiplicanda sunt $\frac{4}{5}$ 75. per 343., et summa diuidenda est per .216., ueniunt $\frac{3}{12}$ 119. parum minus; uel si quadratum de .343. multiplicabitur per quadratum solidi, scilicet per .3240., et radicem de 5832000.; et summa diuidatur per quadratum de .216., et habebitur quadratum solidi .12. basium cadentis in spera, cuius dyameter est .7. Quod idem intelligas de solido. 20. basium, et de reliquis solidis.

Incipit septima distinctio de inuentione altitudinum rerum eleuatarum, et profunditatum atque longitudinum planitierum.

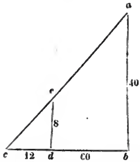
Si vis metiri aliquam altitudinem: Erige astam in plano: et fac eam stare orthogonaliter super ipsum planum: et elonga te ab ipsa asta, et ab altitudine metienda: et pones oculum in terra prospiciens per summitatem astę: et si uisus tuus transibit ad punctum summitatis metiendę altitudinis, signa punctum in terra in locum ubi
fol. 131 recto. erit oculus. Et si linea egrediens ab oculo tuo per summitatem astę | non uenerit ad punctum summitatis altitudinis ipsius, muta te retro uel ante, donec linea progrediens ab oculo tuo per summitatem astę ascendat recte ad summitatem altitudinis predictę: et tunc erit proportio plani, quod est inter oculum et rem eleuatam, ad ipsam rem eleuatam quam uis metiri, sicut planum, quod est inter oculum et astam, ad ipsam astam. Verbi gratia. Sit altitudo .ab., que sit erecta super planum, in quo sit linea .bc.; quare angulus .abc. erit rectus; et in ipso plano, et super rectam .bc. orthogonaliter erigatur asta .de.; et punctus .c. sit oculus tuus, á quo transeat linea .ac. ascendens per summitatem astę, que est punctus .e.; et erit trigonum .abc. ex summitate .ab. et lineę .bc. existens in plano; et ex linea .ac., quam facit oculus tuus; et trigonum .edc. erit ex asta .ed. et ad planum .dc. et linea .$c.e$: trigona quidem

uel ante .... ex asta» (fol. 131 recto, lin. 2-11, pag. 202, lin. 34-43).

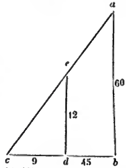


.abc. et *.edc.* sibi inuicem sunt similia, quia sunt equiangula; est enim uterque angulorum *.abc.* et *.edc.* rectus: et angulus qui ad *.c.* utrique triangulo est comunis; reliquus qui ad *.a.* reliquo qui sub *.ced.* est equalis: equiangula ergo sunt trigona *.abc.* et *.dec.*; quare et similia. Similia enim trigona circa equales angulos habent latera proportionalia; est enim sicut *.cd.* ad *.de.*, ita *cb.* ad *.ba.* Vnde si *.cd.* et *.de.*, scilicet spatium quod est inter oculum et astam; et ipsa asta *.de.* fuerint nota, erit nota linea *.cb.*; erit utique nota et altitudo *.ab.*: quia si equalis est *.cd.* ex *.de.*, equalis erit *.cb.* ex *.ba.*; et si maior, maior: et si minor, minor: Que ostendantur cum numeris. Esto asta *.ed.* quinque palmorum; et spatium *.cd.* sit equale ei; et sit spatium *.cb.* 30. ulnarum; erit propter hoc et altitudo *.ab.* similiter .30. ulnarum, cum *.cd.* sit equalis *.de.*, ut in prima figura patet. Item esto *.cd.* maior asta *.ed.*, erit propter hoc et planum *.cb.* maius altitudine *.ab.*, ut in hac secunda figura patet, in qua ponimus spatium *.cd.* 12. palmorum: et astam *.ed.* octo palmorum; et planum *.cb.* 60. ulnarum. Quare erit ut *.cd.* ad *.de.*, hoc est sicut .12. ad .8.; uel in minoribus numeris sicut .3. ad .2., ita *.cb.* ad *.ba.*: unde si multiplicauerimus .60. per .2., et diuiserimus per .3., uenient ulne .40. pro altitudine *.ab.* Rursus esto *.cd.* minor quam *.de.* Quare spatium *.cb.* erit minus altitudine *.ab.*, ut in hac tertia patet figura; in qua ponimus *.cd.* 9., scilicet spatium quod est inter oculum et astam: et astam *.ed.* 12., et planum *.cb.* 45. Quare quantum addit *.ed.* super *.dc.*, tantum addet altitudo *.ab.* super planum *.bc.*: est enim *.ed.* ad *.dc.* proportio sexquitertia. Quare altitudo | *.ab.* addit super planum *.cb.* tertiam eius, que est .15.; et sic altitudo *.ab.* est .60.: uel si .45., scilicet *.cb.*, multiplicentur per .12., hoc est per *.ed.*; et summa diuidatur per *.cd.*, scilicet per .9., uenient .60. pro altitudine *.ab.*: uel si *.cb.* multiplicetur per $\frac{1}{3}$ ex *.ed.*, et diuidatur per $\frac{1}{3}$ ex *.cd.*, uenient similiter .60. pro *.ab.*: uel si $\frac{1}{3}$ ex *.cb.* multiplicetur per $\frac{1}{3}$ ex *.ed.*, uenient .60. pro altitudine *.ab.* Ex hoc quidem quidam uolens metiri in nemoribus arbores aptas nauibus, talem modum acceperunt: habent arundinem equalem sue staturę, quam habent ab extremitate tali usque ad oculum; et ponunt se in terra contra arborem, quam metiri uolunt, extense tenendo arundinem orthogonaliter erectam secus extremitatem utriusque tali, ut quanta sit altitudo arundinis, tanta sit longitudo staturę á talo usque ad oculum ipsius; et mutant se aliquando uersus arborem appropinquando, aliquando elongando ab ea; et hoc faciunt donec transeat uisus eorum per summitatem arundinis ad summitatem arboris: et tunc quanta est longitudo, que est inter oculum et pedem arboris, tantam dicunt esse altitudinem arboris. Verbi gratia: sit altitudo arboris *.ab.*, arundinis *.cd.*, et statura hominis *.de.*; et sit *.e.* oculus eius, cuius uisus linea *.ae.* transiens per punctum *.c.*; et tunc erit *.eb.* sicut *.ed.* ad *.dc.*, ut superius ostensum est. Geometre uero, uolendo aliquam subtilitatem geometricam ostendere, stant non multum longe ab arbore, et cum arcu duas sagittas sagittant ad arborem, vnam ad radicem eius: et aliam ad punctum sumitatis eius; sed unicuique sagitte ligant unum filum, et tendunt ipsa fila perducentes ea ad unum punctum in plano, facientes ex ipsis filis et ex arbore trigonum orthogonium, cuius cathetus est ipsa arbor; et eius basis est filum sagittę ad pedem arboris protractę, et eius ypothenusa est filum alterius sagittę, quod subtendit angulum rectum. Verbi gratia: sit arbor linea *.ab.*; et filum inferioris sa-

« et *.edc.* rectus ..... et sit » (fol. 131 *recto*, lin. 14-22; pag. 103, lin. 2-10).

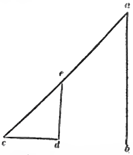


« cum *.cd.* .... planum *.cb.* » (fol. 131 *recto*, lin. 24-33; pag. 203, lin. 11-19).

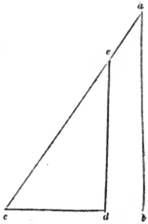


fol. 131 *verso*.

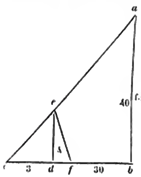
« *.ab.* addit.. .... similiter .60. » (fol. 131 *verso*, lin. 1-4 e margine superiore; pag. 203, lin. 21-24).



« pro altitudine .... eius, cuius » (fol. 131 *verso*, lin. 5. 6-17; pag. 203, lin. 25-35).

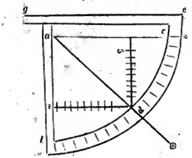


« arbore; et cum .... arboris .ab.: » (fol. 131 *verso*, lin. 21-30; pag. 203, lin. 38 — pag. 204, lin. 3).



gittę sit *.bc.*, et filum alterius sit *.ac.* Cumque utriusque fili mensuram habuerint : quadratum fili *.bc.* extrahetur ex quadrato fili *.ac.*, remanet eis quadratum arboris *.ab.*: ut si filum *.ac.* fuerit cubitorum .50., et filum *.bc.* fuerit .30., auferatur quadratum de .30., quod est .900., de quadrato de .50., quod est .2500., remanebunt pro quadrato arboris *.ab.* 1600.; cuius radix, que est .40, est altitudo arboris *.ab.* POSSVMVS etiam dimensionem cuiuscumque altitudinis per aliquem triangulum ligneum habere, dum in ipso | triangulo ab uno angulorum cathetus producta fuerit; et basis super quam (f. 132 *recto*.) cathetus cadet ponatur in plano. Verbi gratia: sit altitudo metienda *.ab.*; et triangulus ligneus esto *.e.c.f.*, cuius cathetus esto *.ed.*; et stet trigonum *.ecf.* super planum altitudinis, ita ut linea *.ed.* stet orthogonaliter super ipsum planum: et tunc ponant oculum super latus trigoni *.ec.*; qui oculus sit *.h.*, et aspiciat per punctum *.e.*: et si uisus tuus transeundo per *.e.* uenerit ad *.a.*, erit sicut *.cd.* ad *.de.*, ita *.cb.* ad *.ba.* : et si uisus transeundo per *.e.* uenerit inter *.ab.*, apropinquabis triangulum ad altitudinem *.ab.*: et si idem uisus ascendet super altitudinem *.ab.*, reduces triangulum retro, et facies semper cathetum *.ed.* orthogonaliter stare super planum, fulciendo ipsum triangulum cum lapillis et cum terra; et hoc facies donec oculus tuus per *.e.* uideat *.a.*: et cum hoc factum fuerit, erit ut dixi sicut *.cd.* ad *.de.*, ita *.cb.* ad *.ba.*: ut si *.cd.* fuerit .3. cuiuscumque mensurę, et *.de.* fuerit .4., et *.cb.* 30. passuum, erit propter hoc altitudo *.ab.* passus .40.; quia *.ed.* addit super *.cd.* tertiam eius: quare et *.ab.* addit similiter tertiam super *.cb.*: uel si *.cb.* multiplicetur per *.ed.*, et suma diuidatur per *.cd.*, uenient similiter .40. pro altitudine *.ab.* Et quia pulcre et subtiliter et facile cum quadrante, quem quidem oroscopum uocaut, altitudines metiuntur, ipsum quadrantem, et ea que in ipso ponuntur ad nostrum propositum facientia designare curaui ad presens ut subtilius que intendo ualeam demonstrare. Pono punctum *.a.* centrum et ab ipso protraho duas rectas equales *.ab.* et *.ac.* continens angulum rectum et spatio unius rectarum *.ab.* uel *.ac.* circino arcum *.bdc.* producens ipsum extra aliquantulum in puncto *.e.*; nec non et lineam *.ab.* produco usque ad *.g.* et pono lineam *.eg.* equidistantem lineę *.ac.* et diuido angulum *.bac.* in duo equa cum linea *.ad.* et protraho á puncto *.d.* super rectas *.ab.* et *.ac.* cathetos *.dh. di.*; et ex hoc monstrabitur, quadrilaterum *.dhai.* equilaterum et rectiangulum esse; quia tres anguli eius, qui sunt ad puncta *.a.h.i.*, recti sunt; reliquus qui ad *.hdi.* rectus est, cum omne quadrilaterum habeat quatuor angulos equales quatuor rectis: et quia angulus *.bac.* diuisus est in duo equa á linea *.ad.*, erit unusquisque angulorum *.dab.* et *.dac.* semirectus sunt enim et anguli *.ahd.* et *.aid.* recti; quare unusquisque angulorum *.adh.* et *.adi.* semirectus est. Quare trigona *.hda.* et *.ida.* equicruria sunt; sunt enim et orthogonia: quare linea *.ad.* subtendens angulos rectos trigonorum *.ahd.* et *.aid.* est duplum uniuscuiusque | laterum *.ah. dh. id. ai.*; ergo et ipsa quatuor latera sibi inuicem sunt equalia: tetragonum ergo est quadrilaterum *.ahdi.*; et in puncto *.a.* figi filum cum quodam plumbino, quod pendeat extra arcum *.bdc.*; et diuidam utrumque latus *.dh.* et *.di.* in partes .12. uel .60. equales, et notabo ipsas partes omnes, ut in similibus instrumentis notate inueniuntur : et sic perfecta est forma quadrantis; et non est in ea linea *.eg.*: sunt enim *.e.* et *.g.* foramina: et si cum hoc instrumento altitudinem aliquam metiri uolueris; poneres oculum ad foramen *.e.*, et stabis contra altitudinem me-

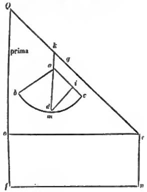
« .ad. subtendens . . . . uniuscuiusque » (fol. 132 *recto*, lin. ultima e margine inferiore; pag. 204, lin. 36).



fol. 132 *verso*.

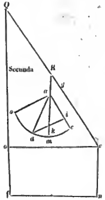
tiendam; et leuabis quadrantem á parte .*b*., uel declinabis donec uisus tuus egrediatur per foramen .*e*., et transeat per foramen .*g*., et perueniat ad cacumen altitudinis metiendę; et tunc in ipsa linea cadet linea .*eg*., quam superius notauimus: et consideratur punctus ubi cadit predictum filum super lineas .*hd*. *di*.; quia si ceciderit filum super punctum .*d*., tunc tanta erit altitudo metienda, quanta erit longitudo, que est inter te et pedem ipsius altitudinis; et tantum plus quantum est statura tua. Et si filum ceciderit inter puncta .*d*.*i*. super lineam .*di*., ut dicamus in puncto .*k*., tunc erit proportio plani, quod est inter te et altitudinem, ad superhabundantiam, quam habet ipsa altitudo super staturam tuam, sicut .*k*.*i*. ad .*ia*., hoc est sicut .*ki*. ad .*di*.; et hec est proportio partis uel partium ad suum totum : et si filum ceciderit super lineam .*dh*., ut dicamus in puncto .*l*., erit tunc proportio plani ad dictum residuum altitudinis metiendę, sicut linea .*ah*. ad lineam .*hl*., hoc est sicut linea .*hd*. ad .*hl*.; et hęc proportio est totius ad aliquam sui partem uel partes. Et ut hec geometrice demonstrentur, cadat filum primum super punctum .*d*., quod sit linea .*am*.; et .*m*. sit plumbinum; et quia filum .*am*. pendet á puncto .*a*., quod est in alto, erit illud filum equidistans altitudini metiende, quia stabit filum orthogonaliter super planum, super quod stat ipsa altitudo: et intelligam, ipsum filum transire in altum donec concurrat linee quam fecit uisus tuus ab .*e*. transiens per .*g*. ad summitatem altitudinis metiendę: et intelligam rursus ab .*e*. puncto, scilicet ab oculo tuo, uenire lineam equidistantem plano, quod est inter altitudinem metiendam, que signabit in ipsa altitudine punctum habentem in sua altitudine á terra equale altitudini staturę tuę, et ipsa linea cum residuo altitudinis metiendę: et cum linea, quam fecit oculus tuus transiens per .*g*. ad sumitatem eiusdem altitudinis, | facit triangulum simile triangulo, quem facit filum cum duobus lateribus quadrati descripti in quadrante. Verbi gratia: sit altitudo metienda .*fq*., cuius summitas sit .*q*. punctus ad quem perueniat uisus tuus per .*g*. ab .*e*.; et intelligam, lineam .*en*. esse equalem staturę tue : et intelligam similiter .*eo*. equidistantem lineę .*nf*., que est in plano; quare .*of*. erit equalis staturę tuę, que est .*en*.; quare triangulus .*eoq*. erit similis triangulo .*dia*., qui est in quadrante. Ad quod demonstrandum intelligam filum .*ma*. ascendens donec concurrat cum linea .*eq*., et concurrat in puncto .*k*.; et erit linea .*eo*. equidistans lineę .*ai*. Quare angulus qui sub .*d*.*a*.*i*. angulo .*dke*. est equalis: et quia altitudini .*qf*. equidistat filum .*adm*., et in eis incidit recta .*eq*. , erit angulus .*dae*. equalis angulo .*f*..*e*. Sed angulo .*dae*. ostensus est equalis angulus .*d*.*a*.*i*.; quare angulus .*d*.*a*.*i*. equalis est angulo .*o*.*q*.*e*. Est enim et angulus .*e*.*o*.*q*. angulo .*a*.*i*.*d*. equalis: est enim rectus uterque, quia linea .*eo*. equidistat lineę .*nf*.; et est angulus .*q*.*f*.*n*. rectus ; quare et angulus .*eoq*. rectus est: et angulus .*aid*. est rectus in quadrante : reliquus ergo qui sub .*o*.*e*.*q*. reliquo qui sub .*adi*. equalis est; quare trigonum .*qoe*. trigono .*aid*. similis est: est ergo ut .*di*. ad .*ia*., ita .*eo*. ad .*oq*.: est enim .*di*. equalis .*ia*.; quare et .*qo*. equalis est .*oe*., hoc est .*fn*.; et .*fn*. est planum, quod est inter te et radicem altitudinis .*fq*.: cui si addatur altitudo .*fo*., hoc est .*en*., scilicet statura tua, erit altitudo .*fq*. nota; et hoc uolumus demonstrare. Et si filum ceciderit super lineam .*di*. in puncto .*k*., ostendetur etiam, trigonum .*qoe*. simile esse trigono .*aik*.: erit itaque angulus .*kai*. equalis angulo .*oqe*. ; et anguli qui ad .*o*.

« altitudini metiende . .... altitudinis » (fol. 132 *verso*, lin. 26, 27-35 e margine inferiore; pag. 205, lin. 16-23).



fol. 133 *recto*.

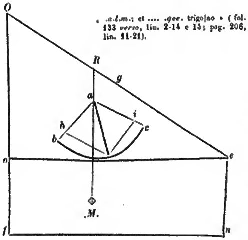
« equalis: est enim . . . . ex .*di*. est » (fol. 133 *recto*, lin. 12 , 14-27 ; pag. 205, lin. 34 — pag. 206, lin. 4).



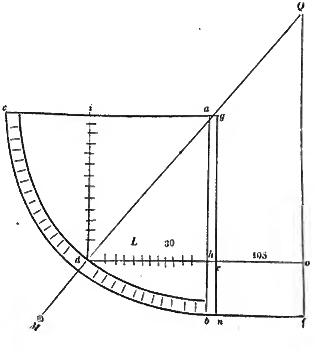
et *.i.* sunt recti; quare reliquus qui sub *.aki.* reliquo qui sub *.o.e.q.* equalis est. Vnde erit sicut *.ki.* ad *.ia.*, hoc est ad *.d.i.*, ita *.eo.* ad *.oq.* Que ergo pars est *.ki.* ex *.ia.* uel partes, eadem pars est *.eo.* ex *.oq.* uel partes. Si ergo *.ik.* ex *.ai.*, hoc est ex *.di.* est medietas: et *.e.o.* ex *.oq.* est medietas : et si tertia, tertia: et si due tertie, due tertie: et de inceps. Et ut melius in numeris intelligantur: Sit planum *.nf.*, hoc est linea *.e.o.*, .50. ulnarum; et *.ik.* sit .37. note ex .60. notis equalibus, que sunt in *.di.*, hoc est in *.ai.* Quare erit sicut .37. ad .60. , ita *.eo.*, scilicet .50. ad *.oq.* Quare multiplicanda sunt .50. per .60., et summa diuidenda est per .37., et uenient inde ulne $\frac{8}{37}$ 81. pro altitudine *.oq.*; cui si addatur equale stature tue, que est *.o.f.*, erit altitudo *.fq.* nota, ut dictum est. |

fol. 133 *verso.* Rursus cadat filum super latus *.hd.* super punctum *.l.*, quod sit linea *a.l.m.*; et producatur filum *.ma.* in puncto *.r.*; et erit angulus *.m.r.e.* equalis angulo *.o.q.e.*; nec non et angulus *.m.a.i.* erit equalis angulo *.o.q.e.*: et quia tetragonum est *.ahdi.*, opposita latera *.ai.* et *.dh.* equidistantia sunt : et quia in equidistantibus *.ai.* et *.hd.* recta incidit *.al.* , erit angulus *.lai.* angulo *.alh.* et angulo *.oqe.* equalis. Item enim permutatim, ut in primo libro Euclidis ostenditur, erit ergo et angulus *.alh.* angulo *.oqe.* equalis. Sunt enim et anguli *.qoe.* et *.ahl.* recti ; reliquus qui sub *.oeq.* reliquo qui sub *.hal.* remanet equalis. Similie est ergo trigonum *.qoe.* trigono *.ahl.*, quod est in quadrante. Similia uero trigona circa equales angulos latera habent proportionalia. Quare est sicut *.ah.* ad *.hl.*, ita *.e.o.* ad *.o.q.* : quam multiplex ergo est *.ah.* ex *.hl.*, tam multiplex est *.e.o.*, hoc est planum *.nf.* ex *.oq.* Que ut melius uideantur, esto *.hl.* partes .39. ex partibus *.hd.*, que sunt .60.; et *.nf.* sit cubitorum .105.: proportionaliter ergo erit sicut .60. ad .39.; que proportio in minimis numeris est sicut .20. ad .13. , ita .105. ad altitudinem *.oq.* Quare multiplicanda sunt .13. per quintam de .105., scilicet per .21. , et summa diuidenda est per quintam de .20., scilicet per .4., uenient cubita $\frac{1}{4}$ 68. pro altitudine *.o*Q. |

« .a.l.m.; et .... .qoe. trigo|no » (fol. 133 *verso*, lin. 2-14 e 15; pag. 206, lin. 11-21).



« pro altitudi|ne .oQ. » (fol. 133 *verso*, lin. 24 25 e margine inferiore; pag. 206, lin. 30 e 31).

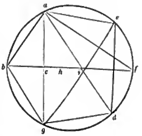


Incipit distinctio octaua de quibusdam subtilitatibus geometricis.

fol. 134 *recto.*

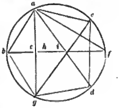
Circvli, cuius dyameter sit .10., uolo latus penthagonicum inuenire. Adiaceat circulus *.abgde.*, et in ipso sit penthagonum equilaterum et equiangulum *.abgde.*; et protrahatur in ipso corda anguli penthagonici *.ag.*, nec non et dyameter *.bf.* secans cordam *.ag.* in duo equa ad punctum *.c.* Quare angulus *.bca.* est rectus: et proponam dyametrum *.fb.* 10., et latus penthagonicum *.ab.* rem; et protraham lineam *.af.*; et erit triangulus *.baf.* orthogonium, cum sit in semicirculo *.baf.*; et est ab angulo recto in basim cathetus ducta *.ac.* Quare multiplicatio *.fb.* in *.cb.* est sicut *.ba.* in se: multiplicemus ergo *.ba.* in se, scilicet rem, ueniet census; quem diuidamus per *.fb.*, scilicet per .10., ueniet pro *.cb.* $\frac{1}{10}$ census: auferamus ergo quadratum $\frac{1}{10}$ census ex quadrato lateris *.ba.*, scilicet ex censu quadratum ex *.cb.*, remanebit pro quadrato lineę *.ac.* census, diminuta $\frac{1}{100}$ census census: et quia *.ag.* dupla est ex *.ac.*, erit quadratum ex *.ag.* quadruplum quadrati ex *.ac.* Quare quadruplicemus quadratum lineę *.ac.*, et habebimus .4. census minus $\frac{1}{25}$ census census pro quadrato cordę *.ag.*: et quia in circulo *.abgd.* protractum est quadrilaterum *.agde.*, erit multiplicatio *.de.* in *.ga.* cum multiplicatione *.gd.* in *.ea.*, sicut multiplicatio unius dyametrorum ipsius quadrilateri in alium; et est unus illorum dyametrorum *.ge.*, et alter *.da.*; et est unusquisque eorum equalis linee *.ag.*, cum unusquisque eorum sit corda anguli penthagonici: ergo multiplicatio *.de.* in *.ag.* cum *.gd.* in *.ae.* est sicut *.ag.* in se. Sed ex *.ag.* in se proueniunt .4. census minus $\frac{1}{25}$ census census; ergo ex *.de.* in *.ga.*, et ex *.gd.* in *.ea.* proueniunt .4. census minus $\frac{1}{25}$ census census: de quibus si tollamus censum, qui prouenit ex *.gd.* in *.ae.*, scilicet ex re in rem, remanebunt .3. census minus $\frac{1}{25}$ census census pro multiplicatione *.de.* in *.ag.* Quare si diuiserimus .3. census minus $\frac{1}{25}$ census census per rem, scilicet per *.de.*, exibunt .3 res minus $\frac{1}{25}$ cubi pro quantitate cordę *.ga.*: multiplicemus ergo .3. res minus $\frac{1}{25}$ cubi in se, uenient .9. census et $\frac{1}{25}$ cubum cubi minus $\frac{6}{25}$ census census, que equantur .4. censibus minus $\frac{1}{25}$ census census. Addamus ergo utrique parti $\frac{6}{25}$ census census, et tollamus ab utraque parte .4. census, remanebunt .5. census et $\frac{1}{625}$ cubi cubi equales 5° census census: diuidamus nunc hec omnia | per censum, et uenient .5. dragme, et $\frac{1}{625}$ census census equales 5° census: reducamus itaque hec omnia ad censum census; et est ut multiplicemus ea per 625, et erunt census census, et 3125 dragme equales .125. censibus: multiplica ergo medietatem censuum, que est $\frac{1}{2}$ 62, in se, uenient $\frac{1}{4}$ 3906; de quibus abice .3125., remanebunt $\frac{1}{4}$ 781; quorum radicem abice de $\frac{1}{2}$ 62., remanebunt $\frac{1}{2}$ 62. minus radice de $\frac{1}{4}$ 781. pro quantitate census, radix quorum est res, scilicet latus penthagonicum. Aliter á dyametro *.b.f.* accipiamus centrum *.h.*, et addamus super semidyametrum *.bh.* quartam eius, que sit *.hi.*, et erit tota *.bi.* $\frac{1}{4}$ 6.; et sicut in tertio decimo Evclidis demonstratum est, erit sicut *.bi.* ad *.ic.*, ita *.ic.* ad *.ih.* Quare est sicut prima *.bi.* ad tertiam *.ih.*, ita quadratum lineę *.bi.* ad quadratum lineę *.ci.*: est enim *.bi.* quincuplum ex *.ih.* Quare quadratum ex *.bi.*, quod est $\frac{1}{16}$ 39, est quincuplum quadrati *.ci.* Ergo *.ci.* est radix de $\frac{13}{16}$ 7.; qua ablata ex *.bi.* remanent $\frac{1}{4}$ 6. minus radice de $\frac{13}{16}$ 7. pro quantitate lineę *.bc.*: et quia est sicut *.fb.* ad *.ba.*, ita *.ba.* ad *.bc.*; erit multiplicatio *.ba.* in se sicut multiplicatio *.fb.* in *.bc.*: est enim *.bf.* 10.; que si duxerimus in *.bc.*, scilicet in $\frac{1}{4}$ 6. minus radice de $\frac{13}{16}$ 7.,

a .ac. Quare .... census pro a (fol. 134 recto, lin. 10-18; pag. 207, lin. 8-14).



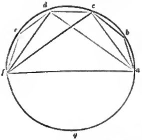
fol. 134 *verso.*

a reducamus itaque .... tertio decimo a (fol. 134 verso, lin. 2-9; pag. 207, lin. 30-37).



a hoc est . . . . de $\frac{1}{4}$ 781. b (fol. 124 verso, lin. ultima e margine inferiore; pag. 208, lin. 16 e 17).

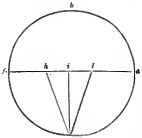
uenient pro quadrato linee .*ba*. $\frac{1}{2}$ 62. minus radice de $\frac{1}{4}$ 781., quorum radix est latus penthagonicum .*ab*., et est radix residui, quod est á radice $\frac{1}{4}$ 781. usque in $\frac{1}{2}$ 62.; quorum residuum est parum plus de $\frac{1}{2}$ 34., cuius residui, secundum propinquitatem, radix est .6. minus $\frac{1}{8}$; et hec est quantitas .*ab*. secundum propinquitatem.



fol. 135 recto.

Et si uis habere notitiam lateris decagoni cadentis in circulo, cuius dyameter sit .10. Et diuidatur arcus semicirculj .*abcf*. in quinque portiones equales, que sint .*ab*. *bc*. *cd*. *de*. *ef*.; et protrahantur in eis recte .*ab*. *bc*. *cd*. *de*. *ef*., et erit unaqueque ipsarum latus decagoni; et copulentur recte .*ac*. et .*df*., et erit unaqueque ipsarum latus penthagoni; et producantur recte .*ad*. et .*cf*.: et quoniam equalis est arcus .*ac*. arcus .*fd*., communiter adiaceat arcus .*cd*., erit tunc arcus .*acd*. equalis arcui .*cdf*.: quare recta .*ad*. equalis est recte .*cf*.: in circulo quidem .*abg*. constitutum est quadrilaterum .*cafd*., et in ipso protrecti (*sic*) sunt duo dyametri ipsius quadrilateri .*cf*. et .*ad*. Quare multiplicatio .*af*. in .*cd*. cum .*ac*. in .*fd*. est sicut .*cf*. in .*ad*.: sed .*cf*. in .*ad*. est sicut .*cf*. in se: his itaque intellectis, propone rectam .*cd*., que est latus decagoni rem, et multiplica eam in .*af*., scilicet in .10., uenient .10. res; quibus adde id quod prouenit ex .*ca*. in .*df*., hoc est ex .*ca*. in se; quod inuenimus superius esse $\frac{1}{2}$ 62. minus radice de $\frac{1}{4}$ 781.,| erunt .10. res et dragme $\frac{1}{2}$ 62. minus radice $\frac{1}{4}$ 781., que equantur quadrato linee .*cf*.; cui superadde quadratum lateris .*ca*., quod est $\frac{1}{2}$ 62. minus radice $\frac{1}{4}$ 781., erunt .10. res et 125 dragme minus .2. radicibus de $\frac{1}{4}$ 781., que sunt una radix de 3125., que equantur .100. dragmis, scilicet quadrato dyametri .*af*., cum angulus .*fca*. sit rectus: est enim angulus .*fca*. in semicirculo .*abf*.: adde ergo utrique parti radicem de 3125., et tolle ab utraque parte .125., remanebunt .10. res equales radici .3125. minus .25. dragmis. Quare radicem .3125. minus 25. diuide per .10, et uenient radix $\frac{1}{4}$ 31. minus dragmis $\frac{1}{2}$ 2. pro quantitate rei, scilicet pro latere .*cd*. decagonico.

c Aliter inueniam ... quadrata linearum» (fol. 135 recto, lin. 10-19; pag. 208, lin. 26-35).



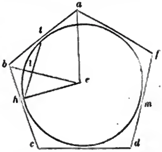
Aliter inueniam latus decagoni: et penthagoni per dyametrum notum. Sit rursus dyameter circulj .*abg*. 10.; et accipiatur centrum eius, quod sit .*i*. et ad rectos angulos trahatur recta .*ig*. et diuidetur .*if*. in duo equa ad punctum .*h*. et protrahatur recta .*gh*., cui iaceat equalis recta .*hl*.; et copuletur recta .*gl*. Dico .*il*. esse latus decagoni, et .*gl*. latus penthagoni cadentium in circulo .*abfg*. Quod sic probatur: Quoniam recta .*fi*. diuisa est in duo equa in puncto .*h*., et .*ei*. addita est recta .*il*., erit multiplicatio .*il*. in .*fl*. cum quadrato linee .*ih*., sicut .*hl*. in se. Sed recte .*hl*. equalis est recta .*gh*.; ergo .*li*. in .*fl*. cum .*hi*. in se est sicut .*hg*. in se. Sed .*hg*. in se est sicut .*gi*. in se et .*ih*. in se; ergo .*il*. in .*fl*. cum quadrato linee .*hi*. est sicut quadrata linearum .*gi*. et .*ih*.: communiter auferatur quadratum linee .*ih*., remanebit .*il*. in .*fl*. sicut quadratum linee .*gi*. Sed recte .*gi*. equalis est recta .*fi*.; ergo superficies .*il*. in .*fl*. est sicut .*fi*. in se. Quare proportionaliter est ut .*lf*. ad .*fi*., ita .*f.i*. ad .*il*.: linea ergo .*fl*. diuisa est media et extrema proportione; et est maior pars, scilicet .*f.i*. latus scilicet exagonicum. Quare minor pars .*il*. erit latus decagonicum, ut in Euclide habetur: et quia latus penthagonicum potest super latus exagoni et decagoni; et est .*g.i*. latus exagonicum., et .*il*. latus decagonicum, erit quippe recta .*gl*. latus penthagonicum. Et ut hec operentur in numeris, sit dyameter .*af*. 10.; quare .*gi*. erit .5 et .*ih*. erit $\frac{1}{2}$ 2.; et ducamus .*gi*. in se, et .*ih*. in se,

uenient .25. et $\frac{1}{4}$ 6.; quibus insimul iunctis, erunt $\frac{1}{4}$ 31. pro quadrato linee .*gh*., hoc est pro quadrato linee .*hl*. Quare recta .*hl*. est radix de $\frac{1}{4}$ 31.: de qua si auferatur linea .*hi*., que est $\frac{1}{2}$ 2., remanebit pro linea .*il*., scilicet pro latere decagoni, radix $\frac{1}{4}$ 31. minus $\frac{1}{2}$ 2., ut superius inuenimus. Et si multiplicauerimus .*il*. in se, et .*gi*. in se, uenient $\frac{1}{2}$ 62. minus radice $\frac{1}{4}$ 781. pro linea .*gl*., scilicet pro latere penthagoni, ut supra diximus.

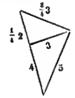
Et quando uolueris scire latus penthagoni circundantis circulum scitum, fac | circulum scitum .*thm*., et pone dyametrum eius .10.; circundet ipsum circulum penthagonus .*abcdf*.; et á centro .*e*. copulentur recte .*ea*. *et*. *eb*. *eh*.; et protrahatur corda .*th*., que est corda penthagoni cadentis in ipso circulo; et est secta in duo equa á linea .*e*.*b*.; et anguli qui ad .*l*. sunt recti; et est quadratum totius corde .*th*. $\frac{1}{2}$ 62. minus radice $\frac{1}{4}$ 781. Quare quadratum medietatis corde .*th*., scilicet ex .*tl*., est quarta pars, que est $\frac{5}{8}$ 15 minus radice $\frac{5\ 6}{8\ 8}$ 48.; quod quadratum si auferatur ex quadrato semidyametri .*et*., quod est 25., remanebunt $\frac{3}{8}$ 9., et radix $\frac{5\ 6}{8\ 8}$ 48. pro quadrato linee .*el*. : et quia triangulus .*eta*. similis est triangulo .*etl*., cum ambo sint recti anguli; et cum anguli .*aet*. et .*tel*. sint equales, erit proportio .*at*. ad .*te*. sicut proportio .*tl*. ad .*le*. Est enim .*ab*. duplum ex .*at*., et .*th*. ex .*tl*. Quare est sicut .*ab*. prima ad .*te*. secundam, ita .*th*. tertia ad .*le*. quartam. Quare multiplicatio *ab*. in .*el*. est sicut multiplicatio .*te*. in .*th*. Pone igitur latus .*ab*. rem, et duc quadratum eius, quod est census, in quadratum ex .*el*., scilicet in $\frac{3}{8}$ 9, et in radicem $\frac{5\ 6}{8\ 8}$ 48., uenient census $\frac{3}{8}$ 9., et radix census census $\frac{5\ 6}{8\ 8}$ 48., que equantur ei quod prouenit ex quadrato semidyametri .*te*., quod est 25., in quadratum corde .*th*., quod est $\frac{1}{2}$ 62. minus radice $\frac{1}{4}$ 781; ex qua multiplicatione proueniunt $\frac{1}{2}$ 1562 minus radice $\frac{1}{4}$ 488281.: reduc totum quod habes ad censum, quod est ac ducas totum quod habes in $\frac{6}{25}$ dragme, diminuta radice $\frac{4}{125}$ dragme : et ex ductis $\frac{6}{25}$ et minus radice $\frac{4}{125}$ in census $\frac{3}{8}$ 9, et in radicem censuum census $\frac{5\ 6}{8\ 8}$ 48., uenient census : de inde duc $\frac{1}{2}$ 1562., diminuta radice $\frac{1}{4}$ 488281. in $\frac{6}{25}$, et in radicem $\frac{4}{125}$ dragme proueniunt 375 dragme, et radix .15625. dragmarum, et minus ℞ 78125 dragme, et diminuta radice 28125 dragme; et hec omnia facio 500. minus radice .200000.; ergo census equatur .500. minus radice 200000., quorum radix est linea .*ab*., que est unum ex lateribus penthagoni circundantis circulum, cuius dyameter est .10. Aliter prontius: quia in orthogonio trigono .*etb*. ab angulo recto producta est cathetus .*tl*., erit proportio quadrati .*be*. ad quadratum .*et*. sicut quadratum .*et*. ad quadratum .*el*. Quare multiplicatio quadrati .*be*. in quadratum .*el*. est sicut multiplicatio quadrati .*et*. in se, quod est .625. Quare ponam .*be*. rem, et ducam eam in se, exibit census; quem ducam in quadratum .*el*., quod est $\frac{3}{8}$ 9., et radix $\frac{5\ 6}{8\ 8}$ 48., uenient census $\frac{3}{8}$ 9., et radix $\frac{5\ 6}{8\ 8}$ 48 censuum census, que equantur 625. dragme. Reduc hec ad censum, hoc est 625 per $\frac{6}{25}$ dragme, diminuta radice $\frac{4}{125}$, uenient .150. minus radice .12500., que equantur | censui, hoc est quadrato .*be*.: de quo si auferatur quadratum .*et*., quod est .25., remanebunt pro quadrato .*tb*. 125. minus radice 12500.; quorum quadruplum, quod est .500., minus radice 200000., est quadratum totius *ab*., ut superius inuenctum est. Et si uis inuenire mensuram lateris decagoni circundantis circulum, cuius dyameter sit .10., super circulum .*def*., cuius dyameter sit .10., describatur duo latera decagoni circundantis ipsum .*ab*. et .*bg*., et contingentia circu-

fol. 135 *verso*.

« circulum scitum . . . . ipso circulo » (fol. 135 *verso*, lin. 1-3 e margine superiore; pag. 209, lin. 7-10).



« $\frac{5\ 6}{8\ 8}$ 48.: quod .... Quare est sicut » (fol. 135 *verso*, lin. 7-11; pag. 209, lin. 13-17).



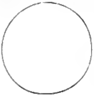
fol. 136 *recto*.

lum .*def*. in punctis .*d.e.*; et copulentur recte .*dc*. et .*ha*. et .*hb*. et .*et*. *hd*. et .*ha*.; et sit .*h*. centrum circulj; et erit per ea que dicta sunt in superiori figura, sicut .*ab*. ad .*dh*., ita .*de*. ad .*hl*. Vnde multiplicatio quadrati, et quadratum .*ab*. in .*hl*. est sicut multiplicatio quadrati; et quadratum .*de*. in .*dh*. etiam est corda *de*. latus decagoni cadentis in circulo .*def*., cuius mensuram inuenimus esse radicem $\frac{1}{4}$ 31. minus $\frac{1}{2}$ 2 : quare medietas eius est radix $\frac{13}{16}$ 7. minus $\frac{1}{4}$ 1., cuius quadratum est $\frac{3}{8}$ 9 minus radice $\frac{5\ 6}{8\ 8}$ 48. : que si auferantur ex quadrato .*dh*., quod est 25., remanebunt pro quadrato .*hl*. $\frac{5}{8}$ 15., et radix $\frac{53}{64}$ 48: quod quadratum si multiplicaueris in quadratum .*ab*., quod sit census, uenient census $\frac{5}{8}$ 15., et radix censuum census $\frac{53}{64}$ 48., que equantur multiplicationi quadrati .*dh*., quod est .25., in quadratum .*dl*., quod est $\frac{5}{8}$ 9 minus radice $\frac{53}{64}$ 48.; que multiplicatio est $\frac{1}{2}$ 937. minus radice $\frac{1}{4}$ 48828.: reduc igitur hec omnia ad censum, quod est ut multiplices ea per $\frac{2}{25}$ minus radice $\frac{4}{3125}$: ex ductu quidem $\frac{6}{65}$ minus radice $\frac{4}{3125}$. in census $\frac{5}{8}$ 15., et in radicem censuum census $\frac{53}{64}$ 48., ueniet census: et duc $\frac{1}{2}$ 937 minus radice $\frac{1}{4}$ 48828. in $\frac{2}{25}$ minus radice $\frac{4}{3125}$, et erit census equalis .75., et radici .625. dragmarum minus radice .3125. dragme, et minus radice .1125. dragme; quod totum est .100. minus radice .8000., quorum radix est latus .*ab*., quod est unum ex lateribus decagoni circundantis circulum, cuius dyameter est .10.

Aliter fac .*hb*. rem, et duc eam in se, et ueniet census; quem multiplica per quadratum .*hl*., quod est $\frac{5}{8}$ 15, et radix $\frac{53}{64}$ 48., uenient census $\frac{5}{8}$ 15., et radix censuum census $\frac{53}{64}$ 48., que equantur quadrato .*dh*. ducto in se, scilicet .625. dragmis: multiplica igitur hec omnia per $\frac{6}{25}$ minus radice $\frac{2}{3125}$, erit census equalis .50. minus radice .500. dragme; et hoc est quadratum lineę .*hb*.: de quo si auferatur quadratum .*hd*., quod est .25., remanebunt pro quadrato lineę .*db*. 25. minus radice .500.; quorum quadruplum, quod est 100., minus radice .8000., est quadratum lineę .*ab*., ut superius inuenimus.

Et postquam demonstratum est per notitiam dyametri inuenire latera penthagoni | et decagoni cadentia infra circulum et extra. Restat ut per eadem latera, cum fuerint nota, doceatur inuenire longitudinem dyametri: ut si dicamus: corda quintę circulj est .10., quanta est longitudo dyametri. Pone penthagonum .*abgde*. habens unoquoque laterum .10. ex numeris; et circunda ipsum á circulo, cuius dyameter sit linea .*dc*.; et copulentur recte .*ge*. et .*eb*. et .*bd*.; et erit quadrilaterum .*ebgd*. in circulo .*abgd*. Quare multiplicatio .*eb*. in .*dg*. cum .*gb*. in .*de*. est sicut multiplicatio .*eg*. in .*db*., hoc est sicut .*eg*. in se. Quare pone rectam .*eb*. rem, et duc eam in .*dg*., uenient .10. res; quibus adde multiplicationem .*bg*. in .*de*., que est .100., erunt .100. et 10. res equales multiplicationi .*eg*. in se; et est .*eg*. res, cum sit equalis .*eb*.; ergo .100. et 10 res equantur censui; quare res est radix 125 et 5. dragme; et hec est longitudo lineę .*ge*., quorum medietas erit .*gl*.; et hec est radix de $\frac{1}{4}$ 31., et dragme $\frac{1}{2}$ 2.: multiplica ea in se, erunt $\frac{1}{2}$ 37., et radix de $\frac{1}{4}$ 781.; que extrahe ex ducto .*gd*. in se, scilicet ex .100., remanebunt $\frac{1}{2}$ 62. minus radice de $\frac{1}{4}$ 781. pro quadrato lineę .*dl*. Vnde si multiplicauerimus .*cd*. in .*dl*., erit sicut multiplicatio .*de*. in se, cum in triangulo .*ced*. ab angulo recto in basim cathetus ducta sit .*el*. Vnde si posuerimus dyametrum .*cd*. rem, et multiplicauerimus quadratum eius, quod est census, in quadratum lineę .*dl*., uenient census $\frac{1}{2}$ 62. minus radice censuum census $\frac{1}{4}$ 781., que equantur quadrato multiplicationis .*de*. in se, scilicet .10000. dragmis: ad quam etiam equationem possumus

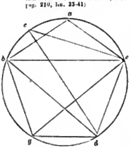
¹ centrum circulj . . . .*hl*. $\frac{5}{8}$ 15. ⁿ (fol. 126 recto, lin. 9-15; pag. 210, lin. 2-8)



fol. 126 verso

³ in textu distinctione huius probatur ubi allegatur octauo theoremate (sic) sexti euclidis.

⁴ multiplicationem .*bg*. .... in quadratum ⁿ (fol. 126 verso, lin. 8, 9-18, pag. 210, lin. 33-41)

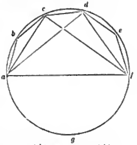


aliter peruenire. Videlicet cum circulo, cuius dyameter est .10., latus penthagoni cadentis in ipso sit radix $\frac{1}{2}$ 62. minus radice $\frac{1}{4}$ 781.; et uolo latus penthagoni esse .10.; et ex hoc queratur notitia dyametri; erit proportio $\frac{1}{2}$ 62. minus radice $\frac{1}{4}$ 781. ad quadratum sui dyametri, scilicet ad .100., sicut proportio quadrati lateris dati penthagoni, quod est .100., ad quadratum sui dyametri ignoti. Quare si posuerimus ipsum dyametrum ignotum rem, et multiplicauerimus quadratum eius, quod est census, per $\frac{1}{2}$ 62. minus radice $\frac{1}{4}$ 781., uenient similiter census $\frac{1}{2}$ 62. minus radice censuum census $\frac{1}{4}$ 781., que equantur multiplicationi de .100. in .100., hoc est .10000. dragmis, ut superius inuenimus. Vnde si hec ad unum censum reduxeris, quod est ut multiplices omnia que habes per $\frac{1}{50}$, et per radicem $\frac{1}{3125}$ unius dragme, uenient .200., et radix .8000. pro quadrato dyametri *.cd.* Quare radix eorum, que est circa .17., erit dyameter *.dc.* quesitus.

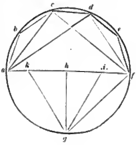
Aliter quia corda anguli penthagonici, et corda quesite (quinte) (*sic*) circulj possunt quincuplum lateris exagoni, scilicet medietatis dyametri, ut in quarto decimo EVCLIDIS habetur; multiplica *.eg.* in se, que est radix 125. et 5. dragme, uenient .150. et radix .12500.; quibus | adde quadratum lateris *.gd.*, quod est .100., erunt .250. et radix .12500., que sunt quincuplum quadrati semidyametri; quare accipe quintam partem eorum, uenient .50. et radix .500. pro quadrato medietatis dyametri; quadruplum uero eorum, scilicet .200. et radix .8000. erit quadratum dyametri, ut superius inuenctum est. Item si uis inuenire dyametrum circulj, cuius $\frac{1}{10}$ corda sit .10. ex numeris; quia erit proportio ipsius corde ad dyametrum circulj ipsius, sicut proportio alicuius similis corde ad suum dyametrum; et est corda decagoni radix $\frac{1}{4}$ 31. minus $\frac{1}{2}$ 2. circulj, cuius dyameter est .10.; si pones pro ipso ignoto dyametro rem, et multiplica eam in radicem $\frac{1}{4}$ 31., minus $\frac{1}{2}$ 2., ueniet radix census $\frac{1}{4}$ 31. minus rebus $\frac{1}{2}$ 2., que equantur .100., que proueniunt ex multiplicatione note corde, que est .10., in dyametrum notum: adde utrique parti res $\frac{1}{2}$ 2., erunt .100. et res $\frac{1}{2}$ 2. equales radici censuum $\frac{1}{4}$ 31.: multiplica hec omnia in se, et erunt census $\frac{1}{4}$ 31. equales censibus $\frac{1}{4}$ 6. et 10000. dragmis, diminutis inde 500 radicibus: tolle ab utraque parte census $\frac{1}{4}$ 6., et adde utrique parti .500. res, erunt census .25., et 500 res equales .10000. dragmis. Redige ergo hec omnia ad censum, quod est ut diuides omnia que habes per .25., et ueniet census, et 20. res equales .400. dragmis: age in his secundum algebram, et erit res radix .500. dragmarum, et 10 ex numeris; et hec est longitudo dyametri quesiti. Aliter adiaceat factus circulus *.abc defg.*; et in medietate ipsius protrahantur .5. corde equales, que sint recte *ab. bc. cd. de. ef.*; et erit unaqueque ipsarum corda $\frac{1}{10}$ circuli *.acg.*; et dyameter circuli sit *.af.*; et a terminis ipsius producantur recte *.ac.* et *.fd.*, quarum unaqueque est latus penthagoni cadentis in ipso circulo, cum unaqueque ipsarum subtendat angulum decagonicum: et protrahantur etiam recte *.ad.* et *.cf.*; et sit unaqueque corda decagoni .10. ex numeris; et ponam dyametrum *.af.* duas res; et multiplicabo eas in corda *.cd.*, que est .10., et uenient .20. res; et multiplicabo lineam *.ac.* in lineam *.fd.*, hoc est latus penthagonicum in se, uenient census, et 100 dragme: et hoc dico quia latus penthagonicum potest super latus exagonicum et decagonicum: et hic est latus exagonicum res: et eius potentia census: et latus decagonicum est .10., et eius potentia .100.: et adde censum et .100. cum .20. rebus, erunt census et 100. et 20 res, que proueniunt ex *.af.* in *.cd.*, et ex *.ac.* in *.fd.*; et hec equantur multiplicationi *.ad.*

fol. 127 recto

« minus $\frac{1}{2}$ 2. .... numeris; et hec » (fol. 137 recto, lin. 9, 10-20; pag. 211, lin. 23-21).



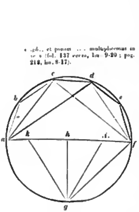
« census: et latus . . . *.af.*; est » (fol. 137 recto, lin. 32-35 e margine inferiore; pag. 211, lin. 41 — pag. 212, lin. 1).



fol. 137 verso.

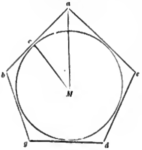
in .cf., hoc est quadrato lineę .cf.; cui | quadrato si addatur quadratum lineę .ac., quod est census et .100., habebuntur siquidem .2. census, et .20. res, et .200. dragme, que equantur .4. censibus, scilicet quadrato dyametri: abice ergo ab utraque parte .2. census, et reliquum dimidia, ueniet census equalis .10. rebus, et .100. dragmis: age in his secundum algebram, et erit res, scilicet medietas dyametri .af., radix .125., et .5. dragme, quorum duplum, scilicet radix .500., et .10. dragme, erit longitudo dyametri quesiti, ut superius inuenimus. Aliter in eodem circulo á centro .h. super dyametrum .af. super rectos angulos protraham lineam gh.; et ponam .hi. medietatem ex .fh., et copulabo .gi.; et ponam .ik. equalem .gi., et copulabo .gk., et erit .gk. latus penthagonicum in circulo .a.c.f., secundum quod superius demonstratum est; et .hk. erit latus decagoni, et .gh. erit latus exagonicum: et ponam gh. rem. Quare .ih. erit medietas rei: et ducam .gh. in se, et ueniet census; et .ih. in se, et ueniet quarta census; et sic pro quadrato lineę .gi., hoc est pro quadrato lineę .ik., habetur census $\frac{1}{4}$ 1; ergo .ik. est radix unius census et $\frac{1}{4}$; ex qua si suferatur .ih., remanebit .hk. radix census $\frac{1}{4}$ 1 minus $\frac{1}{2}$ radix, hec est .hi., que equantur .10. dragmis, cum latus decagonicum ponatur esse .10. Vnde si addatur $\frac{1}{2}$ rei utrique parti, erit radix census $\frac{1}{4}$ 1 equalis .10., et medietati rei: que omnia si multiplicemus in se, erit census $\frac{1}{4}$ 1. equalis .10. rebus et .100. dragmis, et $\frac{1}{4}$ census. Vnde si ab utraque parte tollatur $\frac{1}{4}$ census, remanebit census equalis .100. et .10. rebus; et sic res, que est medietas dyametri circulj .adg., erit .5., et radix de .125. dragmis; quorum duplum, scilicet .10. et radix .500. dragmarum, est longitudo dyametri .af.: et ex hoc modo inuenitur quod omnis dyameter cuiuscumque circulj addit super latus decagonicum cadentis in ipso radicem quincupli quadrati lateris decagonici: ut si latus decagonicum fuerit .6., erit dyameter circulj similiter .6., et radix quincupli quadrati senarij, que radix est de .180.; et ita intelligas in omnibus similibus euenire. Possumus etiam per hanc figuram per latus penthagoni dyametrum circulj inuenire. Verbi gratia: quod eiusdem circulj .agd. est latus penthagoni cadentis in ipso recta .gk., quam ponamus esse .10.; et quadratum eius, quod est .100., equatur duobus quadratis linearum .gh. et .hk.; et est .gh. semidyameter; et latus .hk. est corda $\frac{1}{10}$ circulj. Ponamus lineam .gh. rem, et ducamus eam in se, et ueniet census: et ducamus .hk. in se, que | est radix census $\frac{1}{4}$ 1. minus $\frac{1}{2}$ rei .|., ueniet census $\frac{1}{2}$ 1. minus radice censuum census $\frac{1}{4}$ 1.; que adde cum censu, scilicet cum quadrato lineę .gh., uenient census $\frac{1}{2}$ 2 minus radice census census $\frac{1}{4}$ 1., que equantur .100. dragmis. Reduc hec omnia ad censum, quod est ut multiplices omnia que habes per $\frac{2}{5}$, et per radicem $\frac{4}{20}$ dragmę, uenient .50., et radix .500. dragmarum equales censui, hoc est quadrato medietatis dyametri; quorum quadruplum, scilicet .200., et radix .8000. erit longitudo dyametri. Et nota quia cum in quolibet circulo latus penthagonicum fuerit notum, si quadratum ipsius lateris multiplicabitur per $\frac{2}{5}$, et per radicem $\frac{4}{20}$ unius dragmę: et illud quod prouenerit est quadratum medietatis dyametri.

« .gh., et ponam ... multiplicemus in se » (fol. 137 verso, lin. 9-20; pag. 212, lin. 8-17).



.|. idest lineę .hk. fol. 138 recto.

« $\frac{1}{2}$ dyametri .... dyametri circulj » (fol. 138 recto, lin. 13-21; pag. 212, lin. 42 — pag. 213, lin. 6).

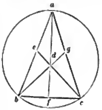


Et si uis habere notitiam dyametri circulj circundati á penthagono equilatero et equiangulo .abgde., cuius quodlibet latus est .10. ex numero, et centrum circulj .m., et medietas dyametri circulj continentis penthagonum linea .am., quod est $\frac{1}{2}$ dyametri eius .50., et radix .500., prohice ex eo quadratum .ac., quod est .25., re-

manebunt pro quadrato .*cm.* 25., et radix 500.; quorum quadruplum, quod est .100., et radix .8000. est quadratum dyametri circulj contencti á penthagono .*abcde*. Et si uolueris ex quadrato dyametri continentis pentbagonum, quod est .20., et radix 8000. penthagoni, remanebunt similiter .100., et radix .8000. pro quadrato quesiti dyametri. Quia quadratum omnis dyametri circulj continentis figuram equilateram et equiangulam equatur quadrato lateris ipsius figurę: et quadrato dyametri circulj contencti ab ipsa figura. Et ad hoc demonstrandum adiaceat circulus .*abc*.; et in ipso scribatur triangulus .*abc*. equilaterus et equiangulus; et á centro .*d*. protrahantur recte .*da*. .*db*. *dc*.; et diuidantur latera trianguli in duo equa in punctis .*e*.*f*.*g*.; et producantur á centro recte .*de*. *df*. *dg*.; et erit unaqueque ipsarum cathetus super latera trianguli .*abc*., et equabuntur sibi inuicem; nec non et recte .*da*. *db*. *dc*. sibi inuicem sunt equales; et est unaqueque ipsarum semidyameter circulj .*abc*.: et quia recte .*de*. *df*. *dg*. sibi inuicem sunt equales, est unaqueque ipsarum semidyameter circulj circundati á triangulo .*abc*.: et quia quadrata linearum .*de*. et .*eb*. equantur quadrato lineę .*db*., quadruplum quadratorum .*de*. et .*eb*. equatur quadruplo quadrati .*db*. Sed quadruplum quadrati .*de*. est quadratum dupli .*de*., hoc dyametri circundati á triangulo .*abc*.; nec non et quadruplum quadrati lineę .*eb*. est quadratum lineę *ab*.; et quadruplum quadrati semidyametri .*db*. est quadratum dyametri circulj .*abc*. continentis triangulum .*abc*.; ergo quadratum dyametri circulj | circundati á figura triangula et equilatera cum quadrato lateris trianguli circundantis ipsum circulum equatur quadrato dyametri circulj circundantis ipsum triangulum. Et ita esse ostendetur ex qualibet figura multilatera et equilatera et equiangula circundante circulum, et circundata á circulo; et hoc est quod uolui demonstrare. Rursus si habere uis notitiam dyametri circulj circundati á decagono equilatero et equiangulo, cum dyameter circulj circundantis ipsum decagonum sit radix .500. et 10.; si multiplicauerimus ipsum in se, et ex ipsa multiplicatione extraexerimus quadratum lateris decagoni, quod est .100., remanebunt .500., et radix .20000. pro quadrato dyametri quesiti. Et si dicemus tibi: trianguli equilateri cum sua perpendiculari est .10. ex numeris; et queratur quanta sit perpendicularis, faciamus triangulum .*abg*., cuius perpendicularis .*ad*. cum triangulo .*abg*. sit .10.; et uis scire quanta est .*ad*., pone ipsam rem, et erit .*db*. radix $\frac{1}{3}$ census; et unaqueque linearum .*ab*. *bg*. *ag*. erit radix census $\frac{1}{3}$ 1. Vnde si multiplicauerimus .*ad*. in .*db*., scilicet in radicem $\frac{1}{3}$ census, ueniet pro triangulo .*abg*. radix $\frac{1}{3}$ census census; cui si addatur perpendicularis .*ad*., erit res et Radix $\frac{1}{3}$ census census equalis .10. dragmis: restaura radicem $\frac{1}{3}$ census census, ut sit radix census census, quod est ut multiplices illud in radicem .3.: ergo multiplica totum quod habes in radicem .3., et ueniet radix census census, que est census, et radix .3. censuum, et quales (*sic*) radici .300.: dimidia igitur radicem .3. censuum, et exibit radix $\frac{3}{4}$; quam duc in se, et proueniunt $\frac{3}{4}$; quos adde ad radicem .300., erunt $\frac{3}{4}$, et radix .300.; quorum accipe radicem, et prohice $\frac{3}{4}$, et residuum est linea .*ad*., que est perpendicularis triauguli .*abg*.; et hoc est quod uoluimus exponere.

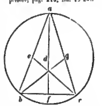
In quadrato quidem equilatero et equiangulo .*abgd*., cuius unumquodque latus est .10., protractum est penthagonum .*acefh*. equilaterum. Volo scire longitudinem uniuscuiusque lateris penthagoni. Ponam pro uno quoque ipsorum rem, remanebit una-

ᵃ et á centro .*d*. .... .*db*.. quadruplum ᵃ (fol. 138 *recto*, lin. 24-30, 31; pag. 213, lin. 8-15).

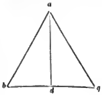


fol. 138 *verso*.

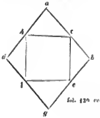
ᵃ circundati á figura .... et equiangula ᵃ (fol. 138 *verso*, lin. 1-6 e margine superiore; pag. 213, lin. 19-24).



ᵃ si multiplicauerimus .... $\frac{1}{3}$ 1. Vnde ᵃ (fol. 138 *verso*, lin. 6-14; pag. 213, lin. 25-31).

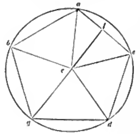


« longitudinem .... et census $\frac{1}{2}$ 1. » (fol. 138 verso, lin. 25, 26-35; pag. 213, lin. 42 — pag. 214, lin. 9).



queque rectarum *.hd.* et *.cb.* 10., minus re: et quia latera *.ce.* et *.hf.* sunt equalia, erunt quadrata linearum *.cb.* et *.be.* equalia quadratis linearum *.hd.* et *.df.* Sed *.cb.* equalis est *.hd.*, remanebit *.be.* equalis *.fd.*; relique *.eg.* et *.gf.* sibi inuicem equales erunt, cum latera *.bg.* et *.gd.* sunt equalia; et quia *.ef.* est res; si ducatur in se, producit censum. Vnde unaqueque rectarum *.eg.* et *.gf.* est radix $\frac{1}{2}$ census; remanet ergo pro *.df.* 10. minus radice medietatis census; ducamus eam in se, uenient .100. et $\frac{1}{2}$ census minus radice .200. censuum: et duc etiam *.dh.* in se, que est .10. minus re, uenient .100. et census minus .20. rebus; aggrega hec omnia, et erunt 200 et census $\frac{1}{2}$ 1., | minus 20. rebus, et minus radice .200. censuum, que equantur censui, scilicet quadrato lineę *.hf.*: adde utrique parti .20. res, et radicem .200. censuum; et abice ab utraque parte censuum, remanebunt .200. et $\frac{1}{2}$ census equales 20. rebus, et radici .200. censuum: reduc hec omnia ad censum, quod est ut duplices omnia que habes, et erunt census et 400. equales 40 rebus, et radici .800. censuum: dimidia ergo radices, que sunt .20., et radix .200.; et duc eas in se, uenient .600., et radix .320000.; de quibus abice .400., remanebunt .200., et radix 320000; quorum radicem extrahe de .20., et de radice .200., residuum erit res, scilicet latus penthagoni. fol. 139 recto.

« circumdantis ipsum .... et radix » (fol. 139 recto, lin. 15, 16-25; pag. 214, lin. 22-30).

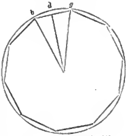


Penthagoni equilateri et equianguli mensura est .50. dragme, quantum est quodlibet latus eius: pro ipso quidem penthagono ponam penthagonum *.abgde.*, et *.c.* centrum circulj circumdantis penthagonum; et protraham ab ipso centro lineas *.ca. cb. cg. cd. ce.*, et erit totus penthagonus *.abgde.* diuisus in quinque triangulis equalibus: ex quibus unus est triangulus *.ace.*, cuius mensura est .10. Et iam scis quod quando latus penthagoni est .10., quod quadratum dyametri circulj circumdantis ipsum penthagonum est .200., et radix .8000. Quod etiam potest haberi ex duplo quadrati lateris penthagoni, et ex radice $\frac{4}{5}$ in quadrato eiusdem lateris. Vnde si ponamus latus penthagoni rem, venient pro quadrato dyametri circulj circundantis penthagonum .2. census, et radix $\frac{4}{5}$ censuum census; cuius dyametri medietas est unaqueque linearum *.ca.* et *.ce.*; et est quadratum uniuscuiusque earum quarta pars quadrati dicti dyametri; ergo quadratum lineę *.ca.* est $\frac{1}{2}$ census, et radix $\frac{4}{20}$ census census: de quo si auferamus quadratum lineę *.af.*, quod est $\frac{1}{4}$ census, remanebunt pro quadrato perpendicularis *.cf.* quarta census, et radix $\frac{4}{20}$ census census: cadit enim perpendicularis super medium basis *.ae.*, cum equalia sint latera *.ac.* et *.ce.*: multiplica ergo quadratum *.cf.* in quadratum *.fa.*, hoc est $\frac{1}{4}$ census, et radix $\frac{4}{20}$ census census per $\frac{1}{4}$ census, uenient $\frac{1}{16}$ census census, et radix $\frac{4}{320}$ census census census, que equantur quadrato trianguli *.ace.*, quod est .100. Restaura ergo $\frac{1}{16}$ census census, ubi sit census census, quod est ut ducas eum in .16.; et propter hoc duc omnia que habes in .16., et uenient census census, et radix $\frac{4}{5}$ census census census, que equantur .1600. Reduc totum quod habes ad censum census; et est ut ducas totum quod habes in .5., diminuta radice .20., et prouenit census census equalis .8000., et radici .51200000.; radix eius est quodlibet latus penthagoni.

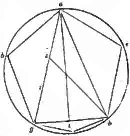
Et si dicemus tibi: mensura decagoni equilateri et equianguli est .100., quanta est | longitudo cuiuslibet lateris. Intelligamus, lineam *.bg.* esse unum ex lateribus ipsius decagoni, et *.a.* centrum circulj circundantis ipsum. Quare unaqueque linearum *.ab.* et *.ag.* est semidyameter ipsius circulj; et est triangulus *abg.* 10.; quia est $\frac{1}{10}$ totius de- fol. 139 verso.

goni. Et iam scis quod quando latus decagoni est .10., quod dyameter circulj circundantis decagonum est .10. et radix .500. Vnde medietas eius est .5., et radix .125. Similiter cum ponamus latus *.bg.* rem, erit dyameter circulj similiter res, et radix .5. censuum, hoc est radix quincupli quadrati rei. Vnde semidymeter *.ab.* erit $\frac{1}{2}$ rei, et radix census $\frac{1}{4}$ 1.: protrahe tunc cathetum *.ad.*, et ueniet punctus *.d.* in medio *.bg.*; quare *.bd.* erit medietas rei: duc ergo *.ab.* in se, que est $\frac{1}{2}$ rei, et radix census $\frac{1}{4}$ 1., ueniet census $\frac{1}{2}$ 1, et radix census census $\frac{1}{4}$ 1. : quibus abice quadratum linee *.bd.*, quod $\frac{1}{4}$ census, remanebunt pro catheto *.ad.* census $\frac{1}{4}$ 1, et radix census census $\frac{1}{4}$ 1; que multiplica in quadratum linee *.bd.*, quod est $\frac{1}{4}$ census, uenient $\frac{5}{16}$ census census, et radix $\frac{5}{64}$ census census census census, que equantur .100., scilicet quadrato trianguli *.abg.* : restaura $\frac{5}{16}$ census census, ut sit census census; quod est ut multiplices illud per $\frac{1}{5}$ 3.; et ideo multiplica omnia que habes per $\frac{1}{5}$ 3. , erunt census census, et radix $\frac{4}{5}$ census census census census , que equantur 320. Reduc ergo hec omnia ad censum census , quod est ut multiplices omnia que habes per .5. minus radice de 20., et erit census census equalis .2600. minus radice 2048000.: de quorum radice si acceperis radicem, ueniet res, scilicet latus decagoni quesiti. Potes etiam lineam *.ab.*, cum sit latus exagoni, aliter inuenire, videlicet cum diuiditur latus exagonicum media et extrema proportione, tunc maior pars eius erit latus decagonicum, ut in EVCLIDE habetur; et latus decagonicum est linea *.bg.*: unde si ab *.ab.* abscidamus equalem linee *.bd.*, que sit linea *.eb.*, erit quadratum linee *.ae.* quincuplum quadrati linee *.eb.* , ut in eodem EVCLIDE habetur. Sed quadratum linee *.eb.* est $\frac{1}{4}$ census, cum sit $\frac{1}{2}$ rei; quia ponimus lineam *.bg.* rem; ergo quadratum linee *.ae.* erit census $\frac{1}{4}$ 1.: et sic tota linea *.ab.* erit $\frac{1}{2}$ 40., et radix census $\frac{1}{4}$ 1, ut superius inuenctum est. ET si dicemus tibi: penthagoni *.abgde.* mensura trianguli *.agd.* est .10.; et uis scire quanta est longitudo linee *.gd.*, que est unum ex lateribus penthagoni; quam pone rem; et quia linea *.ag.* est corda anguli penthagonici, scilicet linee *.gd.*, est corda anguli decagonici. Vnde si á linea *.ag.* abscidamus lineam *.gz.* equalem linee *.gd.*, erit proportio *.ag.* ad *.gz.* sicut *.gz.* ad *.za.*; et si diuiserimus | *gz.* in duo equa in puncto *.i.*, erit quadratum linee *.ai.* quincuplum quadrati linee *.gi.*; et est *.gi.* medietas rei, et quadratum eius $\frac{1}{4}$ census: quare linea *.ai.* erit radix .5. quartorum census, hoc est ex censu $\frac{1}{4}$ 1.; et tota linea *ai.* erit radix census $\frac{1}{4}$ 1. et $\frac{1}{2}$ rei: de inde protrahe cathetum *.at.*, qui cadit in medio recte *.gd.*; et quia triangulus *.agd.* habet latera *.ag.* et *.ad.* lateribus superioribus trianguli *.abg.*, qui fuit decima pars supradicti decagoni; et ambo trianguli habent bases equales, quarum unaqueque est res ; si processerimus in hoc triangulo secundum quod egressi sumus in illo , inueniemus similiter censum census equalem esse .1600. dragmis minus radice 2048000. Quare radix radicis huius census est latus *.gd.*, quod posuimus esse rem. ET si dicemus: mensuram trianguli *.abe.*, qui est ex penthagono *.abgde.* est .10., quanta est longitudo linee *.be.* Pone rem lineam *.be.*, que est subtendens angulum penthagoni; et protrahe cathetum *.az.*, que diuidit lineam *.be.* in duo equa; et quando linea *.be.* diuiditur media et extrema proportione, maior eius pars est equalis lateri penthagonico, ut in EVCLIDE habetur : in quo etiam inuenitur quod quando linea aliqua media et extrema proportione diuiditur , et additur maiori parti medietatem linee

* erit medietas .... minus radice » (fol. 139 *verso*, lin. 10-20; pag. 215, lin. 6-15).

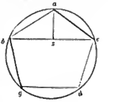


* est corda .... si diuiserimus » (fol. 139 *verso*, lin. 33-35 e margine inferiore ; pag. 215, lin. 26-28).



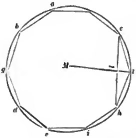
fol. 140 *recto*.

* censum census .... parti medietatem » (fol. 140 *recto*, lin. 9-16, 17 ; pag. 215, lin. 36-43).



diuise, quadratum additę lineę erit quincuplum quadrati medietatis ipsius diuisę lineę : et quia quando linea .*be*. diuisa est media et extrema proportione, maior eius pars est linea .*ab*., que est latus penthagonicum ; si ei adiungatur linea .*bz*., que est medietas lineę .*be*.; itaque ex utraque fiat una linea; erit quadratum ipsius lineę coniunctę ex .*ab*. et .*bz*. quincuplum quadrati lineę .*ze*. ; et .*ze*. est $\frac{1}{2}$ rei , et quadratum eius $\frac{1}{4}$ census lineę coniunctę ex .*ab*. et .*bz*. Vnde si ex radice ipsius auferatur linea .*bz*., remanebit pro linea .*ab*. radix census $\frac{1}{4}$ 1. minus $\frac{1}{2}$ rei : quam duc in se, uenient census $\frac{1}{2}$ 1. minus radice census census $\frac{1}{4}$ 1.: abice inde quadratum lineę .*bz*., quod est $\frac{1}{4}$ census , remanebit pro quadrato lineę .*az*. census $\frac{1}{4}$ 1 minus radice census census $\frac{1}{4}$ 1.; quod multiplica per quadratum lineę .*bz*., quod est $\frac{1}{4}$ census, uenient $\frac{5}{16}$ census census minus radice $\frac{5}{64}$ census census census census, que equantur quadrato trianguli .*abe*., quod est .100. : multiplica quidem hec omnia per $\frac{4}{5}$ 3., ueniet census census minus radice $\frac{4}{5}$ census census census census, qui equantur .320. dragmis : redige hec omnia ad censum census; quod est ut multiplices totum quod habes per .5., et per radicem de .20., ueniet census census equalia dragmis .1600., et radici .2048000., quorum radix erit quadratum lineę .*be*.

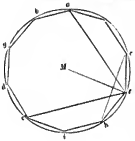
• Et si dicemus .... que est • (fol. 140 recto, lin. 34, 35 e margine inferiore; pag. 216, lin. 17 e 18).



Et si dicemus tibi decagoni .*abgdeihtc*. equilateri et equianguli mensuram trianguli .*cth*. est .10. ex numero, quanta est linea .*ch*., que est | corda $\frac{1}{5}$ circundantis ipsum decagonum. Esto centrum ipsius circulj *m*.; et ducatur linea .*tm*., que diuidit lineam .*ch*. in duo equa in puncto .*l*.; et ponam .*ch*. rem; et quando .*ch*. est res; ergo eius quadratum est census, et quadratum dyametri ipsius circulj est .2. census, et radix $\frac{4}{5}$ census census; et quadratum medietatis dyametri, scilicet linea .*mt*., est $\frac{1}{2}$ census minus radice $\frac{1}{20}$ census census: et quia latus penthagoni .*ch*. potest super latera .*ta*. et .*te*., hoc est super latera exagonici et decagonici: et posuimus .*ch*. rem; et quadratum eius est census; ergo quadrata linearum .*mt*. et .*tc*. equantur censui: unde si ex censu auferatur quadratum lineę .*tm*., quod est $\frac{1}{2}$ census, et radix $\frac{1}{20}$ census census, remanebit pro quadrato lineę .*tc*. $\frac{1}{2}$ census minus radice $\frac{1}{20}$ census census : de quo si auferatur quadratum lineę .*cl*., quod est $\frac{1}{4}$ census, remanebit pro quadrato lineę .*tl*. $\frac{1}{4}$ census minus radice $\frac{1}{20}$ census census: quod si ducatur in quadratum .*cl*., scilicet in $\frac{1}{4}$ census, ueniet $\frac{1}{16}$ census census, et radix $\frac{1}{320}$ census census census census, que equantur .100. dragmis. Restaura $\frac{1}{16}$ census census, ubi sit census census; quod est ut multiplices illud per .16.; et propter hoc multiplica omnia que habes per .16., et erit census census minus radice $\frac{4}{5}$ census census census census equalis .1600. dragmis. Reduc ergo hec omnia ad censum census; quod est ut multiplices omnia que habes per .5., et per radicem de .20., deueniet census census equalis 8000, et radici 51200000, quorum radix radicis est linea .*ch*.; et hoc uolui inuenire.

fol. 140 *verso*.

• corda $\frac{1}{5}$ .... et quadratum • (fol. 140 verso, lin. 1-3; pag. 216, lin. 18.25).



Expliciunt questiones geometricales : et incipiunt questiones , quorum solutiones non sunt terminate, hoc est quod non cadunt ad unum terminum tantum, sed ad plures.

Vt est ista in qua proponitur inuenire aliquis quadratus numerus, cui si addatur .5., proueniat inde quadratus numerus; et hoc potest fieri multipliciter. Pones pro radice maioris numeri rem, et aliquot dragmas; que cum in se multiplicate fuerint, faciant minorem numerum quam .5.; et sit dragma: et multiplicentur res et dragme

in se, ueniet census, et 2 res, et dragma una, que equsntur censui, et 5. dragmis: abice ab utraque parte censum, et dragmam, remanebunt .2. res equales .4. dragmis; ergn res est .2. drsgmarum; et quadratum eius est .4. quesitus numerus: cui si addatur .5., ueniet .9.; qui numerus quadratus est; et radix eius est .3. Et si ponsmus cum re dragmas duas, multiplicemus ea in se, exibit census, et .4. res, et .4. dragme equales censui, et .5. dragmis: proiciamus ab utraque parte censum, et .4., remanebunt .4. res equales uni dragme; quare res est $\frac{1}{4}$ dragmę; qua in se multiplicata facit $\frac{1}{16}$ unius dragmę pro quesito numero: cui si addantur .5., uenient $\frac{1}{16}$ 5.; qui numerus quadratus est; et radix eius est $\frac{1}{4}$ 2. Aliter pone pro ipso | quadratn numern quadratum *.ag.*; fol. 141 recto.
et addatur ei superficies *.de.*, que sit .5.; ct iaceat linea *.ge.* in directo linę *.bg.*; et erit numerus superficialis numerus *.ae.*, et prouenit ex *.ab.* iu *.be.*: et proponitur numerus *.ae.* esse quadratus; quare numeri *.ab.* et *.be.* similes superficiales sunt; hoc est quod proportin numeri *.eb.* ad numerum *.ab. ae.*, sicut quadratus numerus ad quadratum numerum. Vnde possumus infinitos duos numeros inuenire habentes inter se proportinuem sicut quadratus numerus ad qnadratnm numerum, cum quibus poterimus ad propositum deuenire. Quare ponamus prnportinnem numeri *.eb.* ad nnmerum *.ba.*, hoc est ad numerum *.gb.*, esse sicut .4. Quare proportin *.eg.* ad *.gb.* erit sicut .5. ad .4.; et est proportio superficiei *.de.* ad quadratum *.db.* sicut *.eg.* recta ad rectam *.gb.*: ergn superficies *.de.* ad quadratum *.db.* est sicut .5. ad .4.: unde si superficies *.de.* est .5., et quadratum *.db.* est .4.; ergn quesitns quadratus numerus est .4.: cui si addatur .5., ueniunt .9., qui etiam quadratus est. Et nota quod proportio superficiei *.de.*, que est .5., ad quadratum *.db.* nportet esse sicut aliquis quadratus numerus, cuius quinta pars sit quadrata ad alium quemlibet quadratum numerum. Verbi gratia: sit proportin *.eb.* ad *.bg.* sicut est .5. ad .1.; erit ergo proportio *.de.*, que est .5., ad *.db.* sicut .80. sd .1.; de quibus .80. sextadecima pars. Vnde quadratum *.db.* est $\frac{1}{16}$ de .1., cuius radix est $\frac{1}{4}$, quod babetur pro latere *.gb.*; et sic tota snperficies *.ae.* erit $\frac{1}{16}$ 5., cuius radix est $\frac{1}{4}$ 2., ut superius inuenctum est. Aliter quia omnes quadrati numeri ordinate proueniunt ex aggregatinne ipsorum numerorum ab unitate ascendentium per ordinem; si cnlligamns impares nnmeros, qui sunt infra .5., scilicet .1. et .3., procreabuntur inde .4.; qui numerus quadratus est: cui si addantur .5., uenient .9., qui est quadratus numerus: et si multiplicauerimus aliquem imparem quadratum numerum, ut dicamus .9., per .5., uenient .45.; et acceperimus qusdratum, qui prouenit ex aggregatinne omnium numerorum imparium, qui sunt ab uun usque iu .43., hoc est qui sunt infra .45.; qui quadratus numerus est .484., et eius radix est .22.; et super ipsum quadratum addiderimus .45., nimirum in quadratum numerum .529. ueniemus: et quia ita est, si diuiserimus utrumque quadratum numerum per ipsum quadratum numerum, per qnem multiplicauimus .5., nimirum dun quadrati numeri ex ipsa diuisione prouenerint, quorum unus excedit alterum in .5., ut quesitum est; et erit uuus ipsorum quadratorum $\frac{7}{9}$ 53., et alter $\frac{7}{9}$ 58.: et si uis habere radices corum, diuide radicem de .9., uenient $\frac{1}{3}$ 7. Similiter si multiplicauerimus .5. per aliquem quadratum parem in duas, uel in quatnor, uel in plures partes, ita quod unaqueque pars sit impar; et iaceant ipse partes impares in ordine imparium numerorum, poterimus ad solutionem suprascriptę questinnis deuenire. Verbi gratia: multiplicemus .5.

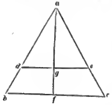
fol. 141 verso.

per .16., ueniet .80.; et diuidamus .80. in duos pares numeros, qui sint continui | in ordine imparium numerorum, eruntque .39. et .41.: deinde aggrega omnes impares numeros ab unitate, qui sunt infra .39.; quam aggregationem habebis, si multiplicauerimus in se medietatem duorum extremorum, scilicet de .1? et 37.; de qua multiplicatione exibit .361.: cum quibus si addiderimus .80., ueniunt .441.: si diuiserimus hos duos quadratos per .16., habebimus $\frac{9}{16}$ 22. et $\frac{9}{16}$ 27., et radices eorum habebimus, si per radicem de .16., que est .4., diuiserimus .19. et 21., qui sunt radices de 361. et de 441.

Et si de .80. fecerimus .4. partes impares, que sunt .17. et 19 et 21 et 23; que quatuor partes sunt circa quartam de .80., que est .20.; et aggregabimus numeros impares, qui sunt infra .17., ueniunt .64., qui est quadratus numerus, cuius radix est .8.: super quem si addiderimus .80., ueniunt .144.: unde si diuiserimus .64. per .144. per .16., et radices eorum per .4., habebimus optatum ut supra. Et si dicemus: de quodam quadrato numero abstulj .10., et remansit quadratus numerus; hec questio similis est antecedenti; quia si super minorem quadratum addantur .10, prouenit inde quadratus numerus : operare ergo in eum secundum quod superius operati fuimus, et inuenias.

Subscripte triangulorum questiones ponende sunt in antecedenti quinterno post triangulum equilaterum, cuius mensura cum sua perpendiculari est .10.

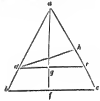
« 75, scilicet .... .ag., erit » (fol. 141 verso, lin. 21-27; pag. 218, lin. 21-28).



Et si dicemus tibi: in triangulo .*abc*., cuius unumquodque latus est .10. , protractum est quadrilaterum .*dbce*., cuius latus .*de*. equidistans est lateri .*bc*.; et mensura ipsius quadrilateri est .10.; et uis scire quantitatem lineę .*de*., protrahe primum in triangulo .*abc*. perpendicularem .*af*., et erit quadratum ipsius 75, scilicet $\frac{3}{4}$ quadrati unius laterum : et quadratum lineę .*bf*., que est medietas lateris .*bc*., est tertia pars quadrati perpendicularis .*af*. Vnde si multiplicetur .*bf*. in radicem de .75., scilicet .5. in radicem de .75., ueniet radix .1875. pro mensura trianguli .*abc*.: et quia linea .*de*. equidistans est lineę .*bc*., similis est triangulus .*ade*. triangulo .*abc*.: equilaterus est ergo triangulus .*ade*. Vnde si ponamus latus .*de*. rem, quod est unum ex equalibus lateribus trianguli *ade*., erit quadratum eius census; quare quadratum perpendicularis .*ag*., erit $\frac{3}{4}$ census, quorum tertia pars, scilicet $\frac{1}{4}$ census, est quadratum lineę .*dg*.: quod si multiplicauerimus per quadratum perpendicularis .*ag*., uenient $\frac{3}{16}$ census census pro quadrato trianguli .*ade*.; ergo triangulus .*ade*. est radix $\frac{3}{16}$ census census; cum qua radice addamus quadrilaterum .*dbce*., quod est .10., habebuntur pro toto triangulo *abc*. 10., et radix $\frac{3}{16}$ census census. Sed triangulus .*abc*. est radix 1875.; ergo .10., et radix $\frac{3}{16}$ census census equatur radici .1875. Vnde si ab utraque parte tollatur .10. , remanebit radix $\frac{3}{16}$ census census equales radici .1875. minus .10.: redige ergo hec omnia ad censum , quod est ut multiplices omnia que habes per radicem de $\frac{1}{3}$ 5., quia | cum multiplicetur radix $\frac{3}{16}$ census census per radicem de $\frac{1}{3}$ 5., prouenit radix $\frac{16}{16}$ census census, hoc est radix census census; et radix census census est census: et si multiplicabis radicem de 1875. per radicem de $\frac{1}{3}$ 5., ueniet radix .10000 , que est .100. ; et cum multiplicetur radix de $\frac{1}{3}$ 5 per 10., prouenit radix de $\frac{1}{3}$ 533.; ergo census hoc quadratum lineę .*de*. est .100. minus radice de $\frac{1}{3}$ 533., quorum radix est linea .*de*. ; et hoc uolui inuenire. Et quia triangulus .*ade*. est equalium laterum, erit et quadratum lateris .*ad*. similiter .100. minus radice $\frac{1}{3}$ 533. Vnde si si (*sic*) radix eorum auferatur de .10., remanebunt pro linea .*db*. 10. minus radice differentię,

fol. 142 recto,

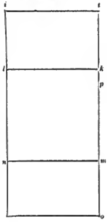
« multiplicabis radicem .... ł puncto .*d*. » (fol. 142 recto, lin. 2, 3-9; pag. 218, lin. 38 — pag. 219, lin. 1).



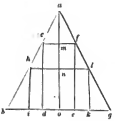
que est inter radicem de $\frac{1}{3}$ 533., et 100. dragmas: et si á puncto *.d.* protrahatur cathetus *.dh.*; et uis inuenire longitudinem eius, pone ipsum rem, et accipe medietatem laterum *.de.* et *.bc.* , et multiplica eam in rem; et que prouenerint, equabantur .10., hoc est quadrilatero *.dbce.* Verbi gratia: quadratum lateris *.de.* est .100. minus radice $\frac{1}{3}$ 533.; quare quadratum medietatis lineę *.de.* est 25 minus radice $\frac{1}{3}$ 33. ; ergo medietas lineę *.de.* est radix accepta sui quadrati; et medietas lateris *.bc.* est .5.; et sic pro medietate laterum *.de.* et *.bc.* habentur .25. minus radice $\frac{1}{3}$ 33., accepta eorum radice, et 5. dragmis; que multiplica per rem, hoc est per cathetum *.dh.* Et pro multiplicatione rei in .5. habebis 5. res; et pro multiplicatione rei in .25. minus radice $\frac{1}{3}$ 33., accepta eorum radice, habebis census .25. minus radice census census $\frac{1}{3}$ 33, accepta eorum radice; que omnia equantur .10.: tolle quidem ab utraque parte .5. res, remanebunt .25. census minus radice censuum census $\frac{1}{3}$ 33., accepta eorum radice, equales .10. minus .5. rebus: multiplica itaque hec omnia in se, uenient .25. census minus radice censuum census $\frac{1}{3}$ 33. equales .25. censibus, et .100. dragmis minus 100. rebus: ergo adde utrique parti 100. res, et radicem censuum census $\frac{1}{3}$ 33., et tolle ab utraque 25 census, remanebunt .100. dragme, et radix censuum census $\frac{1}{3}$ 33., que equantur .100. rebus: multiplica iterum .100., et radicem censuum census $\frac{1}{3}$ 33. in se, uenient census census $\frac{1}{3}$ 33., et .10000. dragme, et .200. radices censuum census $\frac{1}{3}$ 33, que equantur .10000. censibus, scilicet multiplicationi .100. rerum in se: reduc hec omnia ad censum census, quod est ut diuidas omnia que habes per $\frac{1}{3}$ 33., exibit census, et .300. dragme, et .6. radices censuum census $\frac{1}{3}$ 33.; que radices sunt una radix censuum census .1200., que equantur 300 censibus; tolle ab utraque parte radicem censuum census 1200., remanebunt census census, et 300. dragme equales .300. censibus, diminuta ex eis radice .1200. censuum census: et sic reducta est hec questio ad unam ex sex regulis algebrę; quia est sicut quando dicitur: census et numerus equantur radicibus; quod uolo demonstrare per figuram. Pone | pro censu census quadratum *.ik.*, cuius unumquodque latus est census; et ponam superficiem *.lm.* equalem .300. dragmis; et addam lineę *.tm.* lineam *.mo.*, ut sit tota linea *.to.* 300.; et complebo superficiem *.no.*; erit ergo tota superficies *.i.o.* 300. census, cum *.to.* sit .300., et *.it.* sit census; et superficies *.im.* est sicut census census, et 300. dragme, et equantur 300 censibus minus radice 1200 censuum census. Quare superficies *.no.* est radix .1200. censuum census. Vnde necesse est, ut linea *.mo.* sit radix .1200. dragmarum; quia cum ducitur census in radicem .1200. prouenit radix .1200. censuum census. Vnde si ex tota *.to.*, que est .300., auferatur *.mo.*, remanebit linea *.tm.* 300. minus radice .1200. dragmarum: diuidamus itaque eam in duo equa ad punctum *.p.*, et erit *.tp.* 150., minus radice .300. dragmarum: linea igitur *.tm.* diuisa est in duo equalia ad punctum *.p.*, et in duo inequalia ad punctum *.k.* Vnde si ex quadrato lineę *.tp.* auferatur superficies, que fit ex *.tk.* in *.km.*, hoc est ex *.lk.* in *.km.*, remanebit quadratum lineę *.kp.* Quare multiplicemus *.tp.*, hoc est .150. minus radice .300. in se, uenient 22800. minus radice 6750000.; de quibus auferamus id quod prouenit ex *.lk.* in *.km.*, quod est .300., remanebunt .22500. minus radice de 6750000. pro quadrato lineę *.pk.*; quorum radix si auferatur ex *.tp.*, remanebit pro quantitate census *.tk.* 150. minus radice .300., et minus radice differentię, que est inter radicem .6750000., et dragmas .22500.; et hoc quod remanet, quod est cen-

fol. 142 *verso*

« sit tota linea . . . . est census » (fol. 142 *verso*, lin. 3-20; pag. 219, lin. 28 — pag. 220, lin. 1).



« et ex ... radix $\frac{3}{4}$ » (fol. 142 *verso*, lin. ultima e margine inferiore; pag. 220, lin. 14).



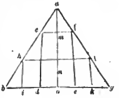
fol. 143 *recto*.

sus *.tk.*, est secundum propinquitatem circa $\frac{1}{7}$ 1; cuius radix, que est circa $\frac{1}{15}$ 1., est cathetus quesita *.dh.*; et hoc uolui demonstrare. Et si dicetur: in triangulo *.abg.*, cuius unumquodque latus est .10., protractum est quadrilaterum oblongum et rectorum angulorum *.cdef.*, et quadrilaterum *.h.i.k.l.*, quod est similiter oblongum et rectiangulum; et est .10. mensura uniuscuiusque quadrilateri; et queritur quanta est longitudo laterum *.cf.* et *.hl.*, que sunt sibi inuicem equidistantia, nec non et lateris *.bg.*; protraham primum perpendicularem *.am. no.*, et pro utroque laterum *.cf.* et *.hf.* ponam radicem rei; et erit unaqueque perpendicularium *.am.* et *.an.* radix $\frac{3}{4}$ rei; quibus extractis ex perpendiculari *.ao.*, que est radix .75., remanebit pro unaquaque linearum *.mo.* et *.no.* radix .75. minus radice $\frac{3}{4}$ rei: et quia embadum quadranguli *.cdef.* surgit ex ductu *.dc.* in *.cf.*, hoc est ex *.om.* in *.cf.*, multiplicemus *.om.* in *.cf.*, hoc est radicem .75. minus radice $\frac{3}{4}$ rei, in radicem rei; et que prouenerunt, equabuntur .1017.: ex multiplicatione radicis rei in radicem .75. dragmarum uenient radix .75. rerum; et ex multiplicatione radicis rei in radicem $\frac{3}{4}$ rei diminutam prouenit radix $\frac{3}{4}$ census diminuta, que equantur .10. Et si multiplicauerimus *.on.* in *.hl.*, hoc est radicem .75. minus radice $\frac{3}{4}$ rei, in radicem rei, ueniet similiter radix 75 rerum minus radice $\frac{3}{4}$ census; que etiam equantur .10.: adde ergo utrique parti radicem $\frac{3}{4}$ census, remanebit radix .75. rerum equalis .10. dragmis, et radici $\frac{3}{4}$ census: multiplica ergo .10., et radicem $\frac{3}{4}$ census in se, uenient .100., et $\frac{3}{4}$ census, et radix 300 censuum, que equantur radici .75. rerum ducta in se, hoc est 75. rebus. Reduc hec omnia ad censum, quod est ut multiplices omnia que habes per $\frac{1}{3}$ 1., et uenient census, et dragme $\frac{1}{3}$ 133., remanebunt census, et dragme $\frac{1}{3}$ 133. equales .100. rebus, diminuta inde radice censuum $\frac{1}{3}$ 533.: accipe ergo medietatem radicum, que est .50., minus radice $\frac{1}{3}$ 133.; et multiplica eas in se, uenient .2633. minus .100. radicibus de $\frac{1}{3}$ 133.; de quibus extrahe dragmas $\frac{1}{3}$ 122., que sunt cum censu, remanebunt .2500. minus radice $\frac{1}{3}$ 1333333.; quarum radicem extrahe de medietate radicum, scilicet de 50. minus radice $\frac{1}{3}$ 3133. Residuum erit res minor, scilicet quadratum lineę *.cf.* Et super .50. minus radice $\frac{1}{3}$ 133. addideris radicem residui, quod est inter radicem $\frac{1}{3}$ 1333333., et dragmas .2500., quod prouenerit, erit quadratum maioris rei, scilicet lineę *.hl.*; et est quadratum lineę *.cf.* secundum propinquitatem $\frac{2}{3}$ 1; et eius radix est $\frac{1}{3}$ 1.; et quadratum lineę *.hl.* secundum propinquitatem est $\frac{1}{3}$ 75; et eius radix est $\frac{2}{3}$ 8.: et si uolumus habere notitiam laterum *.cd.* et *.hl.*, ponemus similiter unumquodque eorum radicem rei: et quia trigona *.hbi.* et *.cbd.* similia sunt trigono *.abo.*, erit sicut quadratum lineę *.bi.* ad quadratum lineę *.ih.*, ita quadratum lineę *.bo.* ad quadratum lineę *.oa.* Sed quadratum lineę *.bo.* est $\frac{1}{3}$ quadrati lineę *.oa.*; quare quadratum lineę *.bi.* est $\frac{1}{3}$ rei, cum linea *.ih.* sit radix rei: propter eadem ergo quadratum lineę *.kg.* erit $\frac{1}{3}$ rei; ergo unaqueque rectarum *.bi.* et *.kg.* est radix $\frac{1}{3}$ rei; quibus extractis ex tota *.bg.*, que est .10., remanebit linea *.ik.* 10. minus duabus radicibus $\frac{1}{3}$ dragmę, que sunt radix de $\frac{1}{3}$ 1.: multiplicemus ergo lineam *.hi.* in lineam *.ik.*, scilicet radicem rei in .10. minus radice $\frac{1}{3}$ 1., ueniet radix .100. rerum minus radice census $\frac{1}{3}$ 1., que equantur .10. Similiter quia est sicut *.bo.* ad *.oa.*, ita *.hd.* ad *.dc.*, et *.el.* ad *.ef.* Quare unaqueque rectarum *.bd.* et *.eg.* est radix $\frac{1}{3}$; quibus extractis ex *.bg.*, remanebit *.de.* 10. minus radice $\frac{1}{3}$ 1.: unde cum multiplicauerimus *.cd.*, que est radix rei, in *.de.*, ueniet

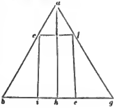
similiter radix .100. rerum minus radice census $\frac{1}{3}$ 1., quod erat .10. similiter: vnde si utrique parti addatur radix census $\frac{1}{3}$ 1., erit .10., et radix census $\frac{1}{3}$ 1. equales radici .100. rerum: multiplica itaque 10., et radicem census $\frac{1}{3}$ 1. in se, erunt .100., et census $\frac{1}{3}$ 1., et radix censuum $\frac{1}{3}$ 533., que | equantur .100. rebus, scilicet multiplicationi radicis .100. rerum in se. Reduc modo omnia que habes ad censum, quod est ut ducas omnia que habes in $\frac{3}{4}$ dragmę, uenient census, et 75, et radix .300. censuum equales .75. rebus: abiee itaque ab utraque parte radicem .300. censuum, remanebunt census, et .75. dragme, que equantur .75. rebus, diminuta ex eis radice .300. censuum: multiplica medietatem radicum in se, que sunt $\frac{1}{2}$ 37. minus radice .75., uenient $\frac{1}{4}$ 1481., diminutis inde .75. radicibus de 75.; de quibus tolle .75., que sunt cum censu, remanebunt $\frac{1}{4}$ 1406. minus radice 481875; quarum radicem abice ex medietate radicum, scilicet ex $\frac{1}{2}$ 37., minus radice 75., residuum erit res minor, scilicet quadratum linee .*hi*.; quod quadratum est circa $\frac{4}{5}$ 1., et eius radix est circa $\frac{3}{10}$ 1; et hec est longitudo linee .*hi*.: quam si multiplicauerimus in .*hl*., que est circa $\frac{2}{3}$ 8., nimirum uenient .10. pro quadrilatero .*hikl*.; et hoc uolebamus. Similiter si super $\frac{1}{2}$ 37. minus radice .75. addiderimus radicem differentię, que est inter 421875., et dragmas $\frac{1}{4}$ 1406., habebimus quadratum maioris rei, scilicet linee .*cd*.; quod quadratum est circa $\frac{1}{4}$ 56., et eius radix, que est linea .*cd*., est circa $\frac{1}{2}$ 7.; qua multiplicata in lineam .*cf*., que est circa $\frac{1}{3}$ 1, uenient .10. pro quadrilatero .*cdef*., ut oportet. Aliter quia inuenimus superius quadratum lateris .*cf*., quod cum res esse 50 minus radice $\frac{1}{3}$ 133., et radice differentię, que est inter radicem $\frac{1}{3}$ 1333333., et 2500. dragmas; et quadratum ex .*am*. fuit $\frac{3}{4}$ rei; si acceperimus $\frac{3}{4}$ ex predictis, que sunt res, habebimus quadratum linee .*am*. Nam $\frac{3}{4}$ de 50. sunt $\frac{1}{2}$ 37., et $\frac{3}{4}$ radicis de $\frac{1}{3}$ 133 diminutę habebuntur, si multiplicauerimus quadratum de $\frac{3}{4}$, quod est $\frac{9}{16}$, in $\frac{1}{3}$ 133.; et ex hoc quod prouenerit, acceperimus radicem; ex qua multiplicatione prouenit radix .75. diminuta. Similiter acceperimus $\frac{9}{16}$ de 2500., et $\frac{81}{256}$ de $\frac{1}{3}$ 1333333., et uenient $\frac{1}{4}$ 1406. minus radice 421875., accepta inde radice; et sic pro quadrato linee .*am*. habentur $\frac{1}{2}$ 37., diminuta radice .752., minus radice differentię, que est inter radicem 421875. et $\frac{1}{4}$ 1406.; quarum radicem extrahe ex tota .*ao*., que est radix .75., remanebit pro .*mo*., hoc est pro .*cd*., $\frac{1}{2}$ 7., et secunda .25.; et .*cf*. est circa $\frac{1}{3}$ 1. minus secundis $\frac{2}{3}$ 4.: Et si super $\frac{1}{2}$ 37., minus radice 75., addatur radix differentię, que est inter radicem 421875 et $\frac{1}{4}$ 1406., quod prouenerit, erit quadratum catheti .*an*.; quorum radix si auferatur ex .*ac*., remanebit pro linea .*no*., hoc est pro linea .*hi*., circa $\frac{4}{5}$ 1. Rursus in triangulo .*abg*., cuius unumquodque latus est .10., protractum sit quadrilaterum .*cbef*. habens angulos .*cfe*. rectos; et sit mensura ipsius quadrilateri .10.; et uolo scire quantitatem lateris .*fe*. protraham primum in triangulo .*abg*. cathetos .*ah*.: et .*ci*., et erunt trianguli .*bic*. et .*gef*. | similes triangulo .*ahb*. Quare erit sicut quadratum lateris .*bh*. ad quadratum lateris .*ha*., ita quadratum lateris .*bi*. ad quadratum lateris .*ic*., et quadratum lateris .*ge*. ad quadratum lateris .*ef*. Est enim quadratum lateris .*bh*. tertia pars ex quadratu lateris .*ha*.; erit ergo quadratum lateris .*bi*. $\frac{1}{3}$ ex quadratu .*ic*.; et quadratum lateris .*ge*. ex quadrato lateris .*ef*. erit similiter $\frac{1}{3}$: et quia mensura quadranguli .*cbef*. colligitur ex multiplicatione .*ef*. in medietatem laterum .*cf*. et *bc*., ponam latus .*ef*. radicem rei; quare .*eg*. erit una radix $\frac{1}{3}$ rei; qua subtracta ex tota linea .*bg*., rema-

fol. 143 *verso*.

« radice 481875 . . . . $\frac{1}{2}$ 7.; qua » (fol. 143 *verso*, lin. 7, 8 15; pag. 221, lin. 11-18).



« primum in . . . . et .*gef*. » (fol. 143 *verso*, lin. ultima e margine inferiore; pag. 221, lin. 36).



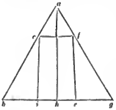
fol. 144 *recto*.

nebit pro linea *.be.* 10. minus radice $\frac{1}{3}$ rei: et quia anguli *.cfe.* et *.feb.* sunt recti, erit linea *.cf.* equidistans linee *.be.*: sunt enim *.ci.* et *.fe.* sibi inuicem equidistantes; quare *.cf.* et *.ie.* sibi inuicem sunt equales, nec non et recta *.ei.* recte *.fe.* equalis est: vnde si tollatur *.cf.*, scilicet *.ie.*, ex tota *.bg.*, que est .10., remanebunt pro linea *.cf.* 10. minus duabus radicibus $\frac{1}{3}$ rei; quibus additis cum mensura lateris *.be.*, que est .10. minus radice $\frac{1}{3}$ rei, egredientur .20., diminutis tribus radicibus $\frac{1}{3}$ rei, pro quantitate laterum *.cf.* et *.be.*; quorum medietatem, que est .10. minus radice $\frac{3}{4}$ rei, si multiplicauerimus in lineam *.fe.*, que est radix rei, ueniet radix .100. rerum minus radice $\frac{3}{4}$ census, que equantur .10.: adde utrique parti radicem census $\frac{3}{4}$, et erunt .10. dragme, et radix $\frac{3}{4}$ census, que equantur radici .100. rerum: multiplicemus ergo .10., et radicem $\frac{3}{4}$ census in se, uenient venient (*sic*) 100., et $\frac{3}{4}$ census, et radix .300. censuum, que equantur .100. rebus, scilicet multiplicationi radicis .100. rerum in se: reduce hec

(¦ uel ¦) omnia ad censum, quod est ut multiplices omnia que habes per .31., et erunt census, et dragme $\frac{1}{3}$ 133, et radix censuum $\frac{1}{3}$ 533. equales rebus $\frac{1}{3}$ 133.: abice ab utraque parte radicem censuum $\frac{1}{3}$ 533., remanebunt census, et dragme $\frac{1}{3}$ 133. equales rebus $\frac{1}{3}$ 133., diminuta ex eis radice censuum $\frac{1}{3}$ 533.: dimidia ergo radices, erunt $\frac{2}{3}$ 66. minus radice dragmarum $\frac{1}{3}$ 133.; quas duc in se, uenient $\frac{4}{9}$ 4444., et radix $\frac{23}{39}$ 2370370.; quorum radicem habice ex medietate radicum, scilicet ex $\frac{2}{3}$ 66. minus radice $\frac{1}{3}$ 133., residuum erit res, scilicet quadratum lateris *.ef.*; que sic fiunt: radicem $\frac{2}{3}\frac{2}{9}$ 2270370, que est circa .1539., et minuta .26., et secunda .2., et tertia 35., abice $\frac{4}{9}$ 4444., remanebunt .2904., et minuta .50., et secunda .37., et tertia .25.; quorum radicem, que est .53., et minuta .53., et secunda .47., et tertia .46., adde cum radice de $\frac{1}{3}$ 133., que est .11., et minuta .32., et secunda .49., et tertia .23., erunt .65., et minuta .26., et secunda .36., et tertia .50.; que tolle ex $\frac{2}{3}$ 66, remanebit .1., et minuta .13., et secunda .23., et tertia pro quantitate

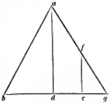
fol. 144 verso. rei; quorum | radix, que est circa .1., et minuta .6., et secunda .21., et tertia .20., erit linea *ef.*; et hoc uolui demonstrare. Et si uis habere notitiam laterum *.cf.* et *.be.*, dupliciter ea inuenire poteris: primum secundum propinquitatem accipe $\frac{2}{3}$ rei, scilicet de .1., et minutis 13, et secundis 23, et tertia, uenient minuta .22., et secunda .7., et tertia .6., et quarta .40. pro quadrato linee *.eg.*; quorum radicem, que est minuta 38., et secunda .18., et tertia .42., tolle ex tota *.bg.*, remanebit *.be.* nota: et si duplum de minutis .38., et secundis 18, et tertijs 42. tolles ex .10., quod remanebit, erit latus *.cf.* Et si uis habere notitiam lateris *.cb.*, multiplica *.ci.* et *.ib.* in se, ueniet res $\frac{1}{3}$ 1. pro quadrato linee *.cb.* Quare multiplica .1., et minuta .13., et secunda 23, et tertia .1. per $\frac{1}{3}$ 1.; et eius quod prouenerit radicem accipe, et habebis latus *.cb.*: est enim medietas laterum *.cf.* et *.de.* 9., et minuta .2., et secunda .31., et tertia .57.; que ducta in *.cf.*, scilicet in .1., et minuta 6, et secunda .21., et tertia .20., uenient .10. et parum plus, videlicet tertia .2., et quarta 43., et quinta .36. Aliter quia quadratum linee *.eg.* est $\frac{1}{3}$ quadrati linee *.ef.*; et quadratum linee *.ef.* est $\frac{2}{3}$ 66. minus radice $\frac{1}{3}$ 133, et radice differentie, que est inter radicem $\frac{23}{39}$ 2370370. et $\frac{4}{9}$ 4444., accipe $\frac{1}{3}$ de $\frac{2}{3}$ 66, et de radicibus suprascriptis, et habebis pro quadrato linee *.eg.* $\frac{2}{9}$ 22. minus radice $\frac{47}{89}$ 14., et minus radice differentie, que est inter $\frac{2}{8}$ radicis de $\frac{47}{88}$ 2370370 et $\frac{2}{9}$ de $\frac{4}{9}$ 4444., hoc est inter radicem $\frac{43472}{}$ 9263 et $\frac{47}{98}$ 493.: et cum ex his acceperis radicem, habebis .3990. pro linea *.eg.* circa minuta .38., et secunda .27., et tertia .42.:

v remanebit .be. .... quarta 42. v (fol 141 verso, lin. 6, 7-13, 14. pag. 222, lin. 20-27).



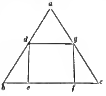
et quia est sicut .*ab*. ad .*bh*., ita .*cb*. ad .*bi*., erit .*cb*. duplum minutorum .38., et secundorum .27., et tertiorum .42.; quod duplum est .1., et minuta .16., et secunda .55., et tertia .24.; quibus extractis ex tota .*ab*., remanebit pro quantitate lineę .*ac*., hoc est pro .*cf*. 8., et minuta .43., et secunda .4., et tertia .36.: est enim triangulus .*acf*. equilaterus, cum sit similis triangulo .*abg*.: et si ex .*bc*., hoc est ex .10., auferantur minuta .38., et secunda .27., remanebunt pro linea .*be*. 9., et minuta .21., et secunda .32., et tertia .18. Rursus in triangulo .*abg*. equilatero, cuius unumquodque latus est .10., et eius perpendicularis est .*ad*., protractum est quadrilaterum .*adcf*., cuius mensura est .10.; et queratur quanta sit longitudo lineę .*cf*.; primum quidem manifestum est, quod mensura trianguli .*adg*. est radix de $\frac{3}{4}$ 468., que prouenit ex ductu .*ad*. in dimidium .*dg*.; de qua radice si auferantur .10., scilicet quadrilaterum .*adcf*., residuum erit triangulus .*gcf*., qui est similis triangulo .*gda*. Vnde quadratum lineę .*cf*. triplum est quadrati lineę .*gc*.: ponas ideo pro quadrato lateris .*cf*. rem. Quare quadratum lateris | .*cg*. erit $\frac{1}{3}$ rei; et multiplicabo .*cf*. in dimidium .*cg*., hoc est radicem rei in radicem $\frac{1}{12}$ rei, ueniet radix $\frac{1}{12}$ census; qua radice addita cum quadrilatero .*adcf*., ueniet .10., et radix $\frac{1}{12}$ census, que equantur radici $\frac{3}{4}$ 468.: multiplica ergo .10., et radicem $\frac{1}{12}$ census in se, uenient 100., et $\frac{1}{12}$ census, et radix censuum $\frac{1}{3}$ 33., que equantur dragmis $\frac{3}{4}$ 468.: abice ergo ab utraque parte .100., et multiplica omnia que remanent per .12., ut reintegretur census, exibit census, et radix .4800. censuum, que equantur dragmis .4425.: dimidia ergo radices, que sunt cum censu, et multiplica medietatem in se, erunt .1200.; cum quibus adde .4425., uenient .5625.; de quarum radice, que est .75., abice radicem de .1200., remanebunt pro quantitate rei, scilicet lineę .*qf*. 75. minus radice .1200.; quorum tertia pars, que est .25., minus radice $\frac{1}{3}$ 133., est quadratum lineę .*cg*.; quorum radix si extrahatur ex .*dg*., que est .5., remanebit pro linea .*dc*. circa $\frac{1}{3}$ 1.; et .*cf*. secundum propinquitatem est $\frac{1}{3}$ 6.; et linea .*ad*. est $\frac{2}{3}$ 8.; quibus et medietas laterum .*cf*. et .*da*. est $\frac{1}{2}$ 7.; quibus ductis in .*de*., scilicet in $\frac{1}{3}$ 1., uenient .10. pro mensura quadrati lateris .*adcf*.; et hoc uolui demonstrare. Item in triangulo equilatero .*abc*., cuius unumquodque latus est .10., protractum est quadratum .*defg*. equilaterum et equiangulum; et uolo habere notitiam laterum ipsius quadrati. Quia latera ipsius quadrati sibi inuicem sunt equalia, erit latus .*dg*. equidistans lateri .*bc*.; quare triangulus .*adg*. equilaterus est: quibus intellectis, ponam latus .*dg*., hoc est latus .*ad*. radicem rei; et auferam .*ad*. ex .*ab*., remanebunt pro linea .*db*. 10. minus radice rei; que ducam in se, uenient .100., et res minus radice 400 rerum pro quadrato lineę .*db*.: deinde ducam .*de*. in se, ueniet res; et ducam .*eb*. in se, ueniet $\frac{1}{3}$ rei; et sic res $\frac{1}{3}$ equatur .100. dragmis, et rei minus radice .400. rerum: tolle ab utraque parte rem, et $\frac{1}{3}$ rei, et adde utrique parti radicem .400. rerum, et erunt 100 minus $\frac{1}{3}$ rei equales radici .400. rerum: multiplica unumquodque latus in se, erunt .10000, et $\frac{1}{9}$ census minus rebus $\frac{2}{3}$ 66. equales .400. rebus: adde utrique parti res $\frac{2}{3}$ 66., et multiplica per .9. omnia que habes, ueniet census, et 90000. dragme equales rebus .4200.: dimidia ergo res, erunt .2100.; que multiplica in se, erunt .4410000.; de quibus abice .90000., remanebunt .4320000.; quorum radicem, que est .2078., et minuta .27., et secunda .48. parum minus extrahe de .2100., remanebunt parum plus de .21., et minutis 32., et secundis .30. pro quantitate rei, hoc est pro qua-

« lineę .gc. .... lateris » (fol. 144 *verso*, lin. ultima, e margine inferiore; pag. 223, lin. 13 e 14).



fol. 145 *recto*.

« propinquitatem .... remanebunt » (fol. 145 *recto*, lin. 13-20, 21; pag. 223, lin. 25-33).

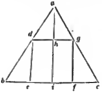


drata *.de.*; quorum radix, que est circa .4., et minuta .38., et secunda et tertia est unumquodque laterum ipsius quadrati. Et est etiam secundum hoc in triangulo *.abc.* equilatero, cuius unum constitutum penthagonum equilaterum *.adefg.*, cuius | unumquodque latus, per ea que diximus, erit notum. Aliter protraham cathetum *.ai.*, et ducam *.ai.* in *.bi.*, hoc est radicem de .75. in .5., ueniet radix .1875. dragmarum pro area totius trianguli *.abc.* Deinde ducam *.de.*, scilicet radicem rei, in *.be.*, hoc est in radicem $\frac{1}{3}$ rei, exibit radix $\frac{1}{3}$ census pro area triangulorum *deb.* et *gfc.*: et ducam etiam *.de.* in se, et ueniet res pro area quadrati *.defg.* Et ducam rursus *.ad.* in se, et ueniet res; de qua tollam quadratum linee *.dh.*, quod $\frac{1}{4}$ rei est, remanebunt $\frac{3}{4}$ rei pro quadrato catheti *.ah.*: et ducam *.ah.* in *.dh.*, et ueniet radix $\frac{3}{16}$ census pro area trianguli *.adg.*: deinde addam radicem $\frac{3}{16}$ census cum radice $\frac{1}{3}$ census; que additio sic fit: multiplicetur radix $\frac{1}{3}$ census in se, et radix $\frac{3}{16}$ census in se, ueniet $\frac{1}{3}$ census et $\frac{3}{16}$, hoc est $\frac{25}{48}$ census; et radix $\frac{1}{3}$ census in radicem $\frac{3}{16}$ census, et prouenit radix $\frac{1}{16}$ census census, hoc est $\frac{1}{4}$ census, cuius duplum est $\frac{1}{2}$ census; quod additur cum $\frac{25}{48}$ census, egreditur census $\frac{1}{48}$ 1., cuius radix est area triangulorum *.deb.* et *.feg.* et *.adg.* Quam aream inueniam aliter. Quia trigona *.deb.* et *.ahd.* sibi inuicem sunt similia, habebunt circa equales angulos latera proportionalia. Quare erit sicut *.bd.* ad *.de.*, hoc est ad *.da.*, ita *.da.* ad *.ah.*: recte quidem *.bd.* et *.da.* et *.ah.* continue proportionales sunt. Quare est sicut *.bd.* prima ad *.ah.* tertiam, ita triangulus *.dbe.* ad triangulum *.adh.* Sed sicut *.bd.* ad *.ah.*, ita quadratum linee *.bd.* ad quadratum linee *.da.*: est enim quadratum linee *.bd.* res $\frac{1}{3}$ 1.; et quadratum linee *.da.* est res; ergo est sicut $\frac{1}{3}$ 1. ad .1., hoc est sicut .4. ad .3., ita triangulus *.dbe.* ad triangulum *.adh.* Sed est sicut triangulus *.dbe.* ad triangulum *.adh.*, ita duplum trianguli *.dbe.*, hoc est trianguli *.dbe.* et *.gef.* ad duplum trianguli *.adh.*, hoc est ad triangulum *.adg.*: ergo est sicut .4. ad .3., ita trianguli *.dbe.* et *.def.* ad triangulum *.adg.* Quare erit sicut .4. ad coniunctum de 4. et .3., hoc est ad .7., ita trianguli *.dbe.* et *.gef.*, qui sunt radix $\frac{1}{3}$ census ex his tribus triangulis. Quare si multiplicauerimus radicem $\frac{1}{3}$ census per .7., et summam diuiserimus per .4., ueniet radix census $\frac{1}{48}$ 1 pro area triangulorum *.dbe.* et *.gef.* et *.adg.*: cum qua si addiderimus quadratum *.df.*, quod est res, habebuntur radix census $\frac{1}{48}$ 1, et res pro area trianguli *.abc.* Quam aream inuenimus superius esse radicem de. 1875: ergo res, et radix census $\frac{1}{48}$ 1. equatur radici 1875.: tollamus ab utraque parte rem, et erit radix .1875. minus re equales radici census $\frac{1}{48}$ 1. Duc ergo utrumque latus in se, et erunt census, et dragme .1875., minus radice 7500. censuum, equales censibus $\frac{1}{48}$ 1.: adde ergo utrique parti radicem .7500. censuum, et tolle ab | utraque parte censum, remanebunt $\frac{1}{48}$ census, et radix .7500. censuum equales dragmis .1875. Reduc ergo omnia que habes ad censum, quod est ut multiplices ea per .48., et uenient census, et radix .1728000. equales 90000. dragmis: dimidia ergo radicem, que est cum censu, ueniet radix 432000; quam duc in se, uenient .432000.; super que adde .90000., erunt .4410000.; de quorum radice, que est .2100., abice radicem de 432000., que est .2078., et minuta .27., et secunda .40., et tertia, secundum propinquitatem, remanebunt .21., et minuta .32., et secunda .20., et tertia pro quantitate rei; quorum radix, ut supra diximus, est unumquodque ex lateribus penthagoni *.adefg.*, siue quadrati *.defg.*; et hoc uolui demonstrare.

Explicit etc.

fol. 145 *verso.*

* in *.be.* .... $\frac{1}{2}$ census 2 (fol. 145 *verso*, lin. 4-10; pag. 224, lin. 6-13).



fol. 146 *recto.*

OPUSCOLI

DI

LEONARDO PISANO

SECONDO LA LEZIONE

DI UN CODICE DELLA BIBLIOTECA AMBROSIANA DI MILANO

contrassegnato *E. 75, Parte Superiore.*

Incipit *flos Leonardi bigolli pisani super solutionibus quarumdam questionum ad numerum et ad geometriam, uel ad utrumque pertinentium.* fol. 1 recto.

Intellecto, beate pater et domine nenerande .R. dei gratia Sce. Mar. In Cosmidin diac. Cardinalis diguissime, quod meorum operum copiam non preceptiue saltim, quod uos magis decebat, sed simpliciter petere fnistis per litteras uestre sanctitatis dignati; nihilominus tamen petitionem ipsam reuerenter suscipiens in mandatis, non solum parere noto uestro sattegi deuotius in hac parte, verum etiam de quarumdam solutionibus questionum à quibusdam philosophis serenissimi domini mei Cęsaris, et alijs per tempora mihi oppositarum, et plurium que subtilius quam in libro maiori de nnmero, quem composui, sunt solute, ac de multis, quas ipse met ad inueni, ex diffusa quidem multitudine compilans hunc libellum ad laudem et gloriam nominis uestri compositum florem ideo uolui titulari; quia illa nobis florida clericorum elegantia radiantibus dictaui, atque etiam qnia ibi nonnulle sunt floride quamquam nodose apposite questiones, tanque geometrice quam arismetrice indagatione uigili sic probabiliter enodate, ut ne dum non solum floreant inse ipsis, immo et quod per eas, uelut ex radicibus plantule emergunt innumere questiones, quibus interdum uacare sidignabiminj, poteritis, si placebit, inter curas et occupationes uestras ab otiositate illa, que uirtutnm est nouerca, uacando sub exercitatione ingenij, solatia etiam nec sterilia, sed officiosa captare· Si autem hoc nouero á uestrę clementię benignitate acceptari; quicquid amene subtilitatis uel utilitatis ulterius adinuenero, eidem operi, ut uestram merear gratiam adipisci, obnoxius cumulabo, eadem et me ipsum correctioni dominationis uestre affectuosius supponendo.

Explicit prologus; incipit tractatus eiusdem.

Cum coram maiestate uestra, gloriosissime princeps Frederice, magister Iohannes panormitanus, phylosophus uester, pisis mecum multa de numeris contulisset, interque duas questiones, que non minus ad geometriam quam ad numerum pertinent, proposuit. Quarum prima fuit ut inueniretur quadratus numerus aliqnis, cui addito uel diminuto quinario | numero, egrediatur quadratus uumerus; quem quadratum numerum, vt eidem magistro Iohanni retuli, inueni esse hunc numerum, vndecim et duas tertias et centesimam quadragesimam quartam unius. Cuius numeri radix est ternarius et quarta et vi^a. unius. Cui quadrato numero si addantur quinque, prouenient .xvi. et due tertie et una centesima quadragesima quarta; qui numerus est quadratus. Cuius radix est quatuor et una duodemima. Item si auferantur .v. ab eodem quadrato numero, remanebunt vi. et due tertie et una centesima quadragesima quarta; qui numerus etiam quadratus est. Cuius radix est dno et tertia et quarta unius. Et cum diutius cogitassem unde oriebatur predictę questionis solutio, inueni ipsam habere originem ex multis accidentibus, que accidunt quadratis numeris, et inter quadratos numeros: quare hinc sumens materiam, libellum incepi componere ad uestre maiestatis celsitudinis gloriam; quem libellum quadratorum intitulaui, in quo continebuntur rationes et probationes, geometrice solutiones qnestionis predictę, et multarum aliarum questionum solutiones, quem habere poterit uestra immensitas, si celsitudini uestre placuerit.

fol. 1 verso.

quadratorum liber

Altera uero questio á predicto magistro Iohanne proposita fuit, vt inueniretur quidam cubus numerus, qui cum suis duobus quadratis et decem radicibus in unum collectis essent uiginti: super hoc meditando putaui huius questionis solutionem egredi ex his que continentur in .x.° lib.° Euclidis; et ob hoc super ipso .x.° Euclidis accuratius studui, adeo quod sui teorematá ipsius memorie commendaui, et ipsarum intellectum comprehendi. Et quia difficilior est antecedentium et quorumdam sequentium librorum Euclidis, ideo ipsum x^{m} librum glosare incepi, reducens intellectum ipsius ad numerum, qui in eo per lineas et superficies demonstratur; qui liber. x.^{s}
L.° xv. tractat de diuersitatibus xv. linearum rectarum, quarum .xv. linearum due uocantur rite, seu ratiocinate.

Relique. xiij. dicuntur aloge, siue inratiocinate. Ex his duobus ritis una dicitur riti, seu ratiocinata longitudine et potentia. Alia uero potentia solum. Per primam ex his duabus intelligitur numerus, qui potest numerari, vt unus, duo, tres et ceteri, uel partes unitatis, ut medietas: tertia et quarta et cetere fractiones; qui
fol. 2 *recto*. omnes sunt radices | quadratorum numerorum. Per secundam intelliguntur radices numerorum ratiocinatorum non quadratorum. Vnde potentia earum radicum numeratur, et ipse radices numerari non possunt. Et ideo uocantur numeri surdi. Et ex
xiij. li? xiij.^{cim} predictis lineis prima est simplex, que uocatur media, per quam intelligitur radix radicis numeri non quadrati. Et ex reliquis sex sunt radices numerorum binomiorum, hoc est duorum nominum. Relique sunt radices recisorum. Ex duobus quidem nominibus sunt numeri compositi ex numero et radice, uel ex duabus radicibus;
« cui applicetur .... ex numeris » (fol. 2 *recto*, lin. 16-35 e margine inferiore; pag. 228, lin. 29 — pag. 229, lin. 2). que compositio fit sex modis. Recisus quidem numerus dicitur residuum, quod est inter numerum et radicem, uel inter duas radices; quod etiam fit sex alijs modis, ut Euclides dicit.



Et cum studiose super hos quindecim numeros, et super eorum diuersitates cogitarem, inueni nullum ipsorum congruere posse uni ex .x. radicibus supradictis, que cum duobus quadratis et cubo sint .xx., ut in sequentibus geometrice demonstratur.

Adiaceat quidem linea *.ab.* pro una ex dictis decem radicibus, cui applicetur superficies recti angula *.b d.* latitudinem faciens rectam *.d g.*, que sit .x. Et recte quidem *.b g.* aplicetur superficies rectiangula *.e g.* equalis cubo, qui fit a numero *.a b.*

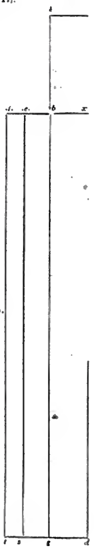
Rursus recte *.e z.* aplicetur palilogramum (*sic*) orthogonium *.i z.* equale duobus quadratis, qui fiunt a numero *.ab.*; erit ergo tota *.at.* superficies rectiangula et equalis xx.: sunt enim anguli *.a b g.* et *g b e.* recti. Quare indirecto est linea *.b e.* linee *.b a.* Similiter demonstrabitur indirecto esse linea *.ei.* linee *.eb.* Quare tota *ai.* linea recta est et continua. Similiter et linea *.d t.* est recta; paralilogramum ergo est superficies *.at.*, et est orthogonium, cum omnes anguli ipsius sint recti. Et est .x. una queque linearum *.ad. bg. ez. it.* Verum quoniam linea *.ab.* est una ex suprascriptis .x. radicibus, erit superficies *.ag.* equalis .x. radicibus predictis, cum linea *.bg.* sit .x. Siquidem et superficies *.bz.* est equalis cubo, qui fit á radice *.ab.*; et superficies itaque *.et.* est equalis duobus quadratis, quorum unusquisque fit ab eadem radice *.ab.* Ergo tota superficies *.at.* continetur ex uno cubo et ex duobus quadratis et x radicibus; qui omnes coniuncti esse .xx. proponuntur. Quare superficies *.at.* est .xx. Et quoniam

unumquodque laterum *.ad.* et *.it.* est .x., erit unumquodque laterum *.a i.* et *.d t.* duo. Cum superficies *a t.* sit .xx. Dico primum itaque radicem *.ab.* esse non posse ex numeris | ratiocinatis, neque ex radicibus ratiocinatorum, uel ex radicibus radicum ratiocinatorum, seu ex sex numeris coniunctis, aut ex sex numeris residuis suprascriptis, neque ex radicibus coniunctorum uel recisorum. Et si possibile est, esto primum radix *.a b.* ex numeris, qui sunt ratiocinati longitudine et potentia. Et quoniam tota *.a i.* est duo, et *.a b.* minor est quam *.a.i.*; ergo radix *.a b.* minus est binario. Et quia positum est, ipsam *a b.* esse ex numeris ratiocinatis; aut enim est integer numerus *.a b.* aut fractus: esto prius integer, si est possibile. Et quoniam nullus numerus integer est minor binario nisi unitas, erit ergo radix *.a b.* unum. Quare superficies *b d.* erit .x.; et cubus, qui fit ab unitate *.a b.*, scilicet superficies *.d z.* erit unum. Item et duo quadrati, qui sunt ab unitate *.a b.*, scilicet superficies *.i z.* erit duo: quare tota superficies *.a t.* erit .xiii. tantum; sed superficies *.a t.* est .xx. Non ergo radix *.a b.* est numerus integer.

fol. 2 *verso.*

Similiter ostendetur quod numerus *.a b.* non est fractus. Si fractus enim est numerus *.a b.*, cum cubicatus, egrediuntur ex illa cubicatione fractiones et fractiones fractionis et fractiones fractionis fractionis: et cum multiplicatur in se numerus *.ab.*, si est fractus, egreditur ex duplo multiplicationis eius fractio fractionis uel fractiones fractionis. Et cum multiplicatur idem numerus ruptus, scilicet *.ab.* in *.bg.*, scilicet in .x., egredietur quandoque fractio uel fractiones tantum, et quandoque egredietur numerus integer ex ipsa multiplicatione. Cum itaque multiplicatur *.ab.* in *.bg.*, prouenit numerus *.bd.* Et cum cubicatur numerus *.ab.*, prouenit numerus *.bz.* Et cum duplicatur multiplicatio numeri *.ab.* inse, prouenit numerus *.et.* Ergo si fractus est numerus *.ab.*, occurrit quandoque in numero *b d.* fractio aliqua uel fractiones tantum; et in numero quidem *b z* occurrunt fractiones et fractiones fractionis et fractiones fractionis fractionis; et in numero quoque *.et.* occurrunt fractiones et fractiones fractionis tantum. Vnde si coniungantur fractiones, que sunt in numeris *.bd.* et *.bz.* et *.zi.*, nunquam ex ipsorum coniunctione poterit numerus integer procreari. Quare si fractus est numerus *.a b.*, fractus erit numerus *.d.i.*, qui est .xx.; quod est inconueniens. Et si numerus *.bd.* est siue fractione, reliquus *.bt.* erit similiter sine fractione, cum totus numerus *.ai.* sit. xx.; quod non proueniet, cum in numero *.e t.* sint fractiones et fractiones fractionis, et in numero *.b z.* sint fractiones et fractiones fractionis et fractiones fractionis fractionis. Non ergo fractus est numerus *.a.b.*, neque integer.|

Ostendam rursus ..... *.ab.* inse » (fol 3 *recto*, lin. 1-33 e margine superiore ed inferiore; pag. 229, lin. 33 — pag 230, lin. 17).



Ostendam rursus impossibile esse quod numerus *.ab.* sit radix alicuius numeri ratiocinati. Ducatur quidem *.ab.* in se, et proueniat numerus *.bk.*; et ex *.bk.* in *.ba.* prouenit superficies rectiangula *.ak.*; que superficies est equalis cubo, qui fit á numero *.ab.* Quare superficies *.k.a.* equalis est superficiei *b.z.* Equalium uero et unum uni equalem habentium angulum parallilogramorum contrarie potiuntur latera, que circa equales angulos subtenduntur, ut in .vi.to Euclidis reperitur. Ergo est sicut *.gb.* ad *bk.*, ita *.ab.* ad *.bc.* Et cum quatuor quidem quantitates proportionales sunt, fueritque sicut prima ad secundam, ita tertia ad quartam; et prima fuerit secunde commensurabilis, et tertia quarte commensurabilis erit, ut in .x.o Euclidis reperitur. Est enim recta *.ab.* radix numeri. Quare quadratus, qui fit ab ea, scilicet numerus *.b.k.*, est ratiocinatus; et *.g.b.* est decem, qui est ratiocinatus; ergo primus numerus

fol. 3 *recto.*

.*g.b*. commensurabilis est secundo .*bk*. Quare et *a b* numerus numero *b e* commensurabilis est. Est enim *a b* radix numeri ratiocinati. Qnare et .*be*. est radix numeri ratiocinati. Et quia .*ab*. commensurabilis est .*be*; erit ergo .*ab*. toti .*ae*. commensurabilis. Quare .*ae*. est radix numeri ratiocinati, et est commensurabilis potentia solum toti .*a.i*. numero, scilicet binario. Quare si a binario .*ai*. auferatur radix .*ae*., qui sunt potentia solum ratiocinati, remanebit .*ei*. abscisio, siue recisum; quod inratiocinatum esse ab Euclide in .x.º demonstratur. Sed quia ex dnctu .*ab*. inse prouenit numerus ratiocinatus, scilicet dimidium superficiei .*et*.; erit ergo tota superficies .*et*. ratiocinata, cuius unum latus .*ez*. est ratiocinatum, quod est decem. Quare latus .*ei*. est ratiocinatnm ; quod superius ostensum est esse inratiocinatum. Vnde impossibile est quod radix .*ab*. sit radix numeri ratiocinati, ut predixi.

Aliter quia linea .*ae*. est radix numeri ratiocinati, ut ostensum est; et linea .*ez*. est numerus ratiocinatus, erit superficies .*de*. radix numeri; et superficies .*e.t*. est numerus ratiocinatus. Quare tota superficies .*di*. constat ex numero in ratiocinato et ratiocinato; quod est inconueniens, cum superficies .*di*. sit .xx. Amplius dico quod radix .*ab*. non est radix radicis alicuius numeri; sed si possibile est. Esto .*ab*. radix radicis

fol. 8 verso.

alicuius numeri ratiocinati; et ex ductu item .*ab*. inse | proueniat .*bk*.; et ex .*a b*. in *b k*. prouenit superficies .*k a*., que est equalis superficiei .*bz*., hoc est cubo, qui fit á radice .*ab*. Quare est sicut *gb*. ad *bk*., ita et .*a b*. ad *b e*. Et quoniam *ab*. est radix radicis numeri ratiocinati; erit ergo .*bk*. radix radicis numeri ratiocinati. Quare *gb* et *b k* numeri commensurabiles sunt potentia solum; et *a b* et *b e* commensurabiles sunt similiter potentia tantum. Media enim est linca .*ab*, hoc est radix radicis numeri ratiocinati. Media ergo erit et linea .*be*., et incommensurabilis linee .*b a*. longitudine. Quare tota .*ae* sit ex duabus medijs potentia solum commensurabilibus; ergo .*ae*. est una ex duabus bimedialibus lineis, scilicet radix unius ex compositis numeris supradictis. Item ex ductu .*ab*. inse prouenit dimidium superficiei .*et*., scilicet superficies .*li*.; que superficies aplicata est linee ratiocinate .*l e*., que est quinque. Et quia quod à media secundum ritim et ductum latitudinem facit ritim et incommensurabilem ei cui adiacet longitudine. Riti ergo est recta .*ei*., et incommensurabilis recte .*l e*. longitudiue; ergo radix numeri ratiocinati est linea .*e i*., et est incommensurabilis linee .*a i*. longitudine; potentia enim solum sunt commensurabiles. Quare reliquum .*ae*. recisum est, hoc est abscisio. Nulla enim abscisio est binomia, ut in eodem .x.º reperitur. Quare cum superius ostensa sit linea .*ae*. esse bimedialis, que modo inuencta est abscisio; et quia nullnm recisum bimediale constat, lineam .*ab*. non posse esse radicem radicis numeri ratiocinati; quod opportebat ostendere. Ostendam rursus, unam ex predictis radicibus, scilicet lineam .*a b*., esse non posse aliquam ex lineis compositis uel depositis, nec ex earum radicibus. Sed antequam ad huius rei probationem perueniam, uolo proprietates ipsarum linearum denotare. Per primam quidem ex sex liueis compositis intelligitur compositum ex numero et radice, cuius numeri potentia superhabundat potentiam radicis secundum quantitatem alicuius numeri quadrati : ut si componatur quaternarius cum radice septenarij, potentia quaternarij est xvi., et potentia radicis de .vij. est .vii.; et sic potentia quaternarij addit .viii. super potentia radicis de .vii. ; qui nouenarius quadratus est, et eius radix

* prouenieat .bk. . . . quaternarij » (fol. 3 verso, lin. 1-31 e 32; pag. 230, lin. 17-42).

†). rōcinata



est .III. Per secundam uero intelligitur compositio | radicis et numeri, cuius radicis fol. 4 recto. 2ª
quadratus potest super quadratum ipsius numeri secundum quantitatem alicuius numeri habentis proportionem ad quadratum ipsius radicis, eam quam habet quadratus numerus ad quadratum numerum: ut si maius nomen sit radix de .CXII., minus sit .VII., tunc residuum quod est á quadrato septenarij, scilicet á XL. VIIII. in .C.XII., idest LXIII., habet proportionem ad .CXII., sicut quadratus numerus .VIIII. ad quadratum numerum
.XVI. Per tertiam quoque intelligitur compositio duarum radicum diuersorum nume- 3ª
rorum non habentium proportionem adinuicem sicut quadratus numerus ad quadratum numerum; et maius nomen potest plus minore, quod a commensurabili sibi longitudine, hoc est quod differentia, que est inter utrumque quadratum ipsarum radicum, habeat proportionem ad quadratum maioris radicis, sicuti quadratus numerus ad quadratum numerum: ut si primum nomen fuerit radix de .XVIII., secundum de .X., differentia, que est a .XVIII. usque in .X., scilicet .VIII., habet proportionem ad XVIII., eam quam habet quadratus numerus .IIII. ad quadratum numerum .VIIII.

Per quartam siquidem intelligitur compositum ex numero et radice, qui numerus 4ª
potest plus ipsa radice, eo quod ab incommensurabili sibi longitudine, hoc est quod differentia, que est inter quadratum ipsius numeri et quadratum radicis, non sit quadratus numerus, ut accidit de quaternario et radice sexnarij. Per quintum autem in- 5ª
telligitur compositum ex radice alicuius numeri non quadrati, et ex aliquo numero, in quo quadratus radicis potest plus quadrato illius numeri secundum quantitatem numeri non habentis proportionem ad quadratum radicis, sicuti quadratus numerus ad
quadratum numerum, ut compositum ex radice sexnarij et ex binario. Per sextum .VI.ª
namque intelligitur compositum ex duabus radicibus diuersis, quarum maior potest plus minore secundum quantitatem numeri non habentis proportionem ad quadratum maioris radicis, sicuti quadratus numerus ad quadratum numerum, ut est compositum ex radice octonarij et radice quinarij: horum quippe sex binomiorum radices haben-
tur ex ordine sic. Primi quidem binomij radix est aliqua ex predictis sex lineis bi- .R.ª pⁱ Binoⁱⁱ.
nomijs; quia cum multiplicatur numerus binomialis inse, nimirum ex ipsa multiplica-
Bime p(hoc a) tione primum binomium surgit. Radix quippe secundi binomij dicitur bimedialis prima, 2ⁱ .B. R.ª
que componitur ex duabus radicibus radicis potentia solum commensurabilibus | nu- fol. 4 verso.
merum continentibus: hoc est cum multiplicatur una earum in aliam, prouenit inde numerus ratiocinatus: ut si prima fuerit radix radicis de .VIII., et alia radix radicis
duorum, prouenit ex earum multiplicatione radix radicis de .XVI., scilicet II. Tertij .Bi. 3ⁱ R.ª
lime 2(ho a) autem binomij radix est linea, que dicitur bimedialis secunda, que componitur ex duabus radicibus radicis potentia solum commensurabilibus medium, scilicet radicem numeri continentibus; hoc est cum multiplicatur una earum in aliam, id quod prouenit, est radix numeri non quadrati: ut si prima fuerit radix radicis .XII. Secunda radix radicis trium, ex quarum multiplicatione surgit in radicem sexnarij, scilicet in radicem radicis
de .XXXVI. Quarti quoque binomij radix est linea, que dicitur maior, que componitur .Bi. 4ⁱ. R.ª
ex duabus lineis potentia incommensurabilibus, quarum quadrati insimul coniuncti L.ª Maior
faciunt numerum ratiocinatum; et ex multiplicatione unius in aliam prouenit numerus inratiocinatus, scilicet radix numeri. Vt si prima fuerit radix de .IIII. et ex radice de .XIII., et alia fuerit radix de .IIII. minus radice de XIII. Quinti siquidem binomij radix

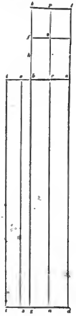
est linea, que dicitur riton et medium potens, hoc est super ratiocinatum et inratiocinatum numerum, que componitur ex duabus lineis potentia incommensurabilibus, quarum quadrati insimul iuncti faciunt radicem numeri; et ex multiplicatione unius in aliam prouenit numerus ratiocinatus. Vt si prima fuerit radix radicis de .xx. et ex duobus, et alia fuerit radix de .xx. minus .ii. Sexti autem binomij radix est linea, que dicitur potens super duos inratiocinatos numeros, que componitur ex duabus lineis potentia incommensurabilibus, quarum quadrati insimul iuncti faciunt numerum inratiocinatum; et ex multiplicatione unius in aliam surgit similiter numerus inratiocinatus: vt si prima fuerit radix radicis de xxiiii. et de radice de vii., et alia fiat radix radicis de xxiiii. minus radice de .vii., hoc est cum multiplicatur prima ipsarum duarum linearum inse, prouenit radix de xxiiii. et radix de vii.; et cum multiplicatur secunda inse, prouenit radix de xxiiii. minus radice de .vii.

Similiter .vi. numeri, qui dicuntur recisi seu apothami, immitantur seriem sex binomiorum suprascriptorum ordinate. Nam primum recisum constat ex numero minus radice. Secundum ex radice minus numero. Tertium ex radice minus radice. Quartum constat ex nominibus primi. | Quintum ex nominibus secundi. Sextum ex nominibus tertij. Sed in tribus prioribus recisis maiora nomina possunt plus minoribus eo, quod a commensurabili ipsis longitudine in reliquia quod ab incommensurabilibus.

fol. 5 recto.

Nam radix primi recisi est aliquod suprascriptorum recisorum. Radix uero secundi est recisum bimedialis prime, hoc est radix radicis minus radice radicis, ex quarum multiplicatione prouenit numerus ratiocinatus.

* Tertij autem .... linea *.fe.* » (fol. 5 recto, lin. 7-16 e margine inferiore; pag. 232, lin. 22 — pag. 233, lin. 3).



Tertij autem radix est recisum bimedialis secundi, hoc est radix radicis minus radice radicis, ex quarum multiplicatione prouenit numerus inratiocinatus. Quarti quoque recisi radix est, que constat ex residuo, quod est inter duas lineas, que sunt potentia incommensurabiles, ex quibus componitur linea maior. Quinti itaque recisi radix est, que constat ex residuo, quod est inter duas lineas potentia incommensurabiles, ex quibus componitur linea potens super ratiocinatum et inratiocinatum.

Sexti namque recisi radix est, que constat ex residuo, quod est inter duas lineas potentia incommensurabiles, ex quibus componitur linea potens super inratiocinatum et inratiocinatum: his omnibus terminatis dico, nullum ex predictis numeris posse congrui uni ex .x. radicibus suprascriptis. Ad que demonstranda reiterabo figuram. Et si possibile est, numerus *.ab.*, qui est una ex .x. radicibus suprascriptis, sit unum ex .iiii.or binomijs, qui componuntur ex numero ratiocinato et radice numeri non quadrati; et diuidatur numerus *.ab.* in nomina, et sit *.bc.* numerus, et *.ca.* sit radix numeri. Et multiplicetur *.ba.* inse, et proueniat *.bk.*; et ex *.ab.* in *.bk.* prouenit superficies *.ak.*, que est equalis superficiei *.b.z.*, scilicet cubo, qui fit á linea *.ab.* Comuniter addatur superficies *.db.*, erit tota superficies *.de.* equalis superficiei *.dk.*; que superficies continetur ex numero et radice tantum, ut insequentibus demonstratur. Quoniam linea *.ba.* diuisa in duo in puncto *.c.*, erunt duo quadrati linearum *.bc.* et *ca.* cum duplo *.bc.* in *.ca.* equales quadrato totius *.ba.* Quadrati enim *.bc.* et *.ca.* sunt ratiocinati, cum *.bc.* sit numerus, et *.ca.* sit radix numeri ratiocinati. Quare ipsi duo quadrati sunt numerus qui fit *.bf.* Ergo ex duplo *.bc.* in *.ca.* pronenit *.fk.*, cum *.bk.* proueniat ex *.ba.* inse: et quia ex duplo *.bc.* in *.ca.* prouenit *.fk.*; et *.bc.* est numerus. Est proportio

.*fk*. ad .*c a*., sicut numerus ad numerum. Quare commensurabilis est .*fk*. linee .*ca*. Diuidatur itaque superficies .*dk*. in quatuor superficies rectiangulas .*go*. et .*ol*. et .*do*. et o *k*. Et quia .*g b*. et .*b f*. sunt numeri; numerus est ergo tota .*g f*. Est enim et linea .*fo*.| numerus, cum sit equalis linee .*b.c*. Quare superficies .*g o*. est ratiocinata: et quia .*fk*. est commensurabilis linee .*c.a*.; et linea .*op*. commeusurabilis est linee .*c.a*., cum sit equalis linee .*fk*. Quare superficies .*o l*. est ratiocinata. Numerus ergo sunt superficies .*go*. et .*o l*. Rursus quia numeri sunt .*n o*. et .*o f*.; et .*f k*. est commensurabilis .*c a*. Commensurabiles sunt superficies .*d o* et o *k*. Quare superficies .*d o* et *o k* constaot ex radicibos sibi inuicem commensurabilibus, cum numeri siot .*n o*. et *o f*., et possunt congregarj et reduci ad radicem unam; quia cum congregantur radices sibi inuicem commensurabiles, progreditur ex eorum congragatione (*sic*) radix nnmerj tantum: ergo tota superficies *d k*. constat ex numero et radice; cui superficiei equalis est superficies *d e*., cum equalis sit superficies *z b*. superficiei .*b l*. Ergo et superficies *d e*. constat ex numero et radice: similiter et superficies .*e.t*. constat ex numero et radice, cnm sit duplum numeri .*b k*. Quare tota snperficies *d i*. coostat ex oumero et radicibus; ergo oon est numerus spatium .*d i*., cum sit duarum (*sic*) uel plnrium oominum. Non ergo linea *a b*. est ex m[or] bioomialibus compositis ex numero et radice. Sed si possibile est, esto rursus linea .*a b*. binomialis tertia nel sexta, scilicet composita ex duabus radicibus diuersis, cuius nomina sint item *b c* et *c a*. Quare et ex *b a* inse proueoit binomium primnm, quod est .*bk*.; quo ducto in *ba*. prouenit spatium .*bl*., quod est equale cubo .*bz*. Quare tota superficies .*d k*., scilicet soperficies .*da*. *eg*., constat ex ducto .*g.k*. in .*k.l*., hoc est ex ducto numero et radice iu duabus radicibus diuersis. Nam .*k l*. equalis est linee .*b c a*. Sed cnm multiplicatur numerus et radix in radicibus diuersis, oimirum diuerse radices proueniunt. Quare tota superficies .*d e*. constat ex radicibus diuersis. Sed superficies .*e t*. constat ex numero et radice, scilicet ex duplo .*bk*. Quare tota superficies .*d i*. constat ex numero et radicibus; quod est ioconueniens, cum superficies .*d i*. sit .xx. Non ergo linea *a b*. est binomia. Similiter demonstrabitur, non esse aliquod ex sex recisis supradictis. Quia si recisum esset linea *a b*, eisdem demonstrationibus que demonstrata sunt io bioomijs, osteodetur, tota superficies .*di*. constare aut ex numero minus radicibus, aut ex radicibus minus numero, ex quibus nunquam poterit .xx procreari. Dico rursus, linea .*b a*. esse non posse ex radicibus binomiorum uel recisorum: ostensum est | enim, linea *a b* esse non posse binomium uel recisnm. Quare .*a b*. non erit radix primi bioomij uel primi recisi, cum radix primi binomij sit binomium, et radix primi recisi sit recisum.

fol. 5. *verso*.

« numerus, cum .... demonstrata » (fol. 5 *verso*, lin. 1-32 e margine superiore; pag. 233, lin. 4-29).



fol. 6 *recto*.

Sed si possibile est, linea .*b a*. esto radix secuodi binomij. Ergo erit bimedialis prima; cuius nomina sint iterum .*b c* et *c a*, et proueoiat iterum ex ductu *a b* inse nnmerus *b k*., qui est binomium secuudum, cuius minus oomen sit *b h*., quod est numerus. Quare tota *g k* constat ex numero et radice. Ergo cnm multiplicatur .*g k*. in .*k l*., hoc est in .*b a*., nnde prouenit superficies .*d e*., que est equalis superficiei .*d k*., tunc multiplicatur numerus et radix in radice numeri et radicis; ex qua multiplicatione proueoit radix numeri et radicis; et fit ipsa multiplicatio sic: multiplicatur tetragooum numeri .*g k*. in nnmerum .*b k*., cuius multiplicationis radix est qnesitum. Ergo superficies .*de*. est radix numeri et radicis; et superficies .*et*. constat constat (*sic*) ex

numero et radice, cum sit duplum numeri .*b k*. Ergo tota superficies .*di*. constat ex numero et radice, et ex radice numeri et radices (*sic*); ex quorum coniunctione nunquam poterit numerus ratiocinatus procreari.

Quare impossibile est, linea .*a b*. linea esse radix secundi binomij; nec etiam erit quarti uel quinti binomij ; quod eisdem demonstrationibus demonstratur, cum ipsa binomia constent similiter ex numero et radice.

Sed si possibile est, esto linea .*a b*. radix tertij uel sexti binomij; et multiplicetur *a b* inse, et proueniat .*b k*., quod est compositum ex radicibus duorum diuersorum numerorum. Quare tota .*g k*. est trium nominum; que multiplicata in .*k.l*., scilicet in radice numeri .*b k*., proueniet radix radicis numeri et radicum pro superficie .*d e*.: sed superficies .*e t*. constat ex duabus radicibus. Quare tota superficies .*d i*. est inratiocinata. Non ergo linea .*a b*. est radix alicuius binomij. Similiter eisdem demonstrationibus demonstrabitur, quod linea .*a b*. non est radix alicuius recisi; quia si esset radix secundi uel quarti aut quinti recisi , esset itaque superficies .*de*. radix numeri minus radice. Vel radix radicis minus numero, scilicet quod superficies .*d e*. esset radix secundi uel quarti aut quinti recisi; et superficies .*e t*. esset numerus minus radice, uel radix minus numero; qui insimul nequaquam faciunt numerum ratiocinatum. Similiter si linea .*a b*. esset radix tertij uel sexti recisi, esset itaque superficies .*d e*. radix radicis numeri minus radice radicum. Vel esset radix radicis radicum minus radice numeri; ex qua cum superficie .*e t*. nullatenus posset numerus ratiocinatus prouenire. Ergo | linea *ab*., ut demonstratum est, non est aliqua ex quindecim lineis, de quibus fit mentio in .x? euclidis, ut predixi. Et quia hec questio solui non potuit in aliquo suprascriptorum, studui solutionem eius ad propinquitatem reducere. Et inueni unam ex .x. radicibus nominatis, scilicet numerum .*a b*., secundum propinquitatem, esse unum et minuta .xxii. et secunda .vii. et tertia .xlii. et quarta .xxxiii. et quinta .iiii. et sexta .xl.

fol. 6 verso.

De tribus hominibus pecuniam comunem habentibus.

Tres homines habebant pecuniam comunem, de qua medietas erat primi, tertia secundi. Sexta quoque pars tertij hominis ; et cum eam in tutiori loco habere uoluissent, ex ea unusquisque cepit fortuitu; et cum totam ad tutiorem locum deportassent, primus, ex hoc quod cepit, posuit in commune medietatem, secundus tertiam, tertius sextam. Et cum ex hoc, quod in comune positum fuit, inter se equaliter diuisissent, suam unusquisque habuit portionem; queritur quanta fuit illa pecunia, et quot unusquisque ex ea cepit. Hec itaque questio, domine serenissime imperator, in palatio uestro pisis coram uestra maiestate á magistro Iohanne panormitano mihi fuit proposita. Super cuius questionis solutionem cogitans, tres modos in soluendo ipsam inueni, quos in libro uestro, quem de numero composui, patenter inserui.

Sed cum nuper solutionem eiusdem questionis intenderem. Alium nimis pulchrum modum inuenj, quem serenitati uestre pandere, de uestra benignitate confisus, curauj. Sed antequam ad eius solutionem ueniam, quedam introductoria uestre maiestati proponere dignum duxi. Videlicet cum de aliqua re medietas tollitur, illa medietas equalis est relique medietati que remanet. Similiter si de aliqua re tertia tollitur pars , ipsa tertia reliquarum duarum tertiarum que remanent, existit medietas. Rursus cum

de aliqua re tollitur sexta pars, illa sexta pars reliquarum quinque sextarum quinta pars est. His itaque denotatis, pro qualibet tertia parte quantitatis ab ipsis tribus hominibus posite in comuni, posui rem. Et quia proponitur, unusquisque, habita ipsa re, suam habuisse portionem, ex necessario sequitur post illud quod ipsi tres posuerunt in comuni, primo remansisse totius comunis pecunie medietatem minus ipsa re. Secundo tertiam minus eadem re. Tertio homini sextam eiusdem pecunie partem, eadem re diminuta. Et quia primus posuit in comune medietatem ex toto eo quod ceperat; et illa medietas fuit equalis residuo quod ei remansit; si duplicabitur ipsius residuum, scilicet medietas dictę pecunię minus re, habebitur pro toto eo, quod ipse primus homo cepit, tota | pecunia semel minus duabus rebus. Item quia secundus homo posuit in comune tertiam partem ex hoc quod ceperit; et illa tertia pars fuit medietas eius quod ei remansit, scilicet de tertia parte totius pecunie minus re; si super ipsam tertiam partem dicte pecunie minus re addatur medietas eorum, scilicet sexta pars eiusdem pecunie minus medietate rei, egredietur pro toto hoc, quod cepit secundus homo, medietas totius pecunie, re una et dimidia diminuta. Adhuc quia tertius homo, ex hoc quod cepit, posuit in comune sextam partem; et illa sexta pars fuit quintum sui residui, scilicet sexte partis totius pecunie minus re; si super ipsam sextam partem minus re addatur quinta pars eorum, scilicet. xxxª. pars pecunie minus quinta parte rei, habebitur pro hoc, quod cepit tertius homo, quinta pars dictę pecunię, re una et quinta rei diminuta. Quare si addatur tota pecunia minus duabus rebus, quam cepit primus, cum medietate eiusdem pecunię minus una re et dimidia, quam cepit secundus, et cum quinta parte eiusdem pecunie minus una re et quinta unius rei, quam cepit tertius, habebitur pro tota Eorum pecunia semel eadem pecunia et septem decime eiusdem pecunie minus IIII.ᵒʳ rebus et septem decimis unius rei. Quare patet quod septem .xᵉ. totius pecunie equantur quatuor rebus et septem decimis rei. Et quia est sicut una quantitas ad aliam, ita quodlibet multiplex unius ad idem multiplex alterius. Erit ergo decuplum septem decimarum eiusdem pecunie, scilicet septuplum eiusdem pecunie equale decuplo quatuor rerum et septem decimarum, scilicet rebus XLVII. Vnde si ponatur, rem esse .VII., tota pecunia erit .XLVII.; quia septuplum ipsius pecunie, scilicet de XLVII., equabitur .XLVII. rebus, scilicet multiplicationi de XLVII. in .VII. Nam septies XLVII. sunt quantum XLVII. vicibus .VII. : et quia primus cepit totam pecuniam minus duabus rebus; si de tota pecunia, que est .XLVII., auferantur 2 res, scilicet .XIIII., remanebunt .XXX3. pro eo quod cepit primus homo. Item quia secundus cepit medietatem eiusdem pecunie minus una re et dimidia; si de medietate pecunie, que est .XXIII $\frac{1}{2}$. auferatur res una et dimidia, scilicet .X $\frac{1}{2}$, remanebunt .XIII. pro eo quod cepit secundus homo. Rursus quia tertius homo cepit quintam partem dictę pecunie minus re una et quinta. Si de quinta parte totius pecunie, que est $\frac{2}{5}$ 9, auferatur res et quinta pars rei, scilicet $\frac{2}{5}$ 8, remanebit .1. pro eo quod cepit tertius homo. Additis ergo .33., que | cepit primus homo, cum .13., que cepit secundus, et cum uno, quod cepit tertius, erunt 47., ut pro tota pecunia inuentum fuit. Verbi gratia: de 33, que cepit primus, posuit in comune medietatem, scilicet $\frac{1}{2}$ 16., et remanserunt ei alia $\frac{1}{2}$ 16. Secundus uero homo de suis .13., que cepit, posuit in comune tertiam partem, scilicet

[Margin notes: beside "ipse primus homo cepit, tota |": fol. 7 recto. — beside "cundus homo posuit…": 2ᵘˢ hō — beside "Adhuc quia tertius homo…": 3ᵘˢ hō — beside "decimis unius rei. Quare patet…": .s. fca eq.ᵒⁿᵉ — beside "rebus et septem decimis rei…": Decu.ˡū $\frac{7}{10}$ ē — beside "multiplex unius ad idem…": Sep.ˡū toti.ᵘˢ — beside "pecunia, que est .XLVII., auferantur 2 res…": .2 re.ᵉ 14 — beside "cepit primus homo, cum .13.…": fol. 7 verso.]

$\frac{1}{3}$ 4, et remanserunt ei $\frac{2}{3}$ 8. Tertius namque homo, de uno quod cepit, posuit in comune sextam partem, scilicet $\frac{1}{6}$ unius, et remanserunt ei $\frac{5}{6}$ unius. Additis ergo $\frac{1}{2}$ 16, que posuit primus homo in comuni, et $\frac{1}{3}$ 4, que posuit secundus, et $\frac{1}{6}$ unius, quam posuit tertius, egredientur pro tota summa .21.; quorum tertia pars, que est .7., si addantur cum $\frac{1}{2}$ 16., que remanserunt primo, et cum $\frac{2}{3}$ 8, que remanserunt secundo, et cum $\frac{5}{6}$ unius, que remanserunt tertio, habebit primus homo medietatem totius pecunie, scilicet $\frac{1}{2}$ 23. Et secundus homo habebit tertiam partem eiusdem pecunie, scilicet $\frac{2}{3}$ 15. Et tertius homo habebit sextam partem eiusdem pecunie, scilicet $\frac{5}{6}$ 7. Et sic, secundum hunc modum, solutiones similium questionum de facilj haberi possunt.

De quinque numeris reperiendis ex proportionibus datis.

Solvam etiam per consimilem modum utramque questionem, quas per robertinum aggiù (*sic*) domnicellum uestrum uestre maiestati transmisi; quarum prima fuit de quinque numeris, ex quibus primus cum medietate secundi et tertij et quarti facit quantum secundus cum tertia parte tertij et quartj et quinti numeri, et quantum tertius cum quarta parte quartj et quintj et primj numeri, nec non et quantum quartus cum quinta parte quintj et primj et secundi numeri, et adhuc quantum quintus numerus cum sexta parte primj et secundi et tertij numeri. Ad hoc itaque inueniendum, posui pro primo numero causam, et pro quinto rem, et pro numero, in quo, subscriptis conditionibus, sibi inuicem equantur numeri predicti, fortuitu posui .17. Et quia primus numerus, quem causam esse posui, cum medietate secundi et tertij et quarti numeri surgit in .17., opportet inter secundum et quartum numerum esse duplum de .17. minus causa, scilicet .34. minus duabus causis; quia medietas de 34, minus duabus causis, est .17. minus causa: que si addantur cause, scilicet primo numero, faciunt .17: deinde super .34 minus duabus causis, que sunt summa secundi et tertij et quarti numeri, addidi rem, scilicet quintum numerum, et fuerunt in summa 34 et res minus duabus causis; de quibus extraxi dragmas .17., scilicet quantitatem secundi numeri et tertie partis tertij et quarti et quinti numeri, remanserunt pro duabus tertijs tertij et quarti et quinti numeri dragme .17. et res una minus duabus causis. Et quia cum de aliqua quantitate aufertur tertia pars, illa tertia
fol. 8 recto. pars | est medietas residuj; quare super .17. et rem minus duabus causis addidi medietatem eorum, scilicet $\frac{1}{2}$ 8, et medietatem rei minus una causa; et fuit totum illud quod concretum est $\frac{1}{2}$ 25 et res una et dimidia minus tribus causis; et hec est summa tertij et quarti et quinti numeri, quam extraxisti ex summa secundi et tertij et quarti et quinti numeri, scilicet de dragmis 34 et re una minus duabus causis; et fuit illud quod remansit pro quantitate secundi numeri dragme $\frac{1}{2}$ 8 et causa una minus medietate rei. Deinde cum summa tertij et quarti et quinti numeri, scilicet cum dragmis $\frac{1}{2}$ 25 et re una et dimidia minus tribus causis, addidi primum numerum, scilicet causam, et habui dragmam $\frac{1}{2}$ 25 et rem unam et dimidiam minus duabus causis pro quantitate tertij et quarti et quinti et primi numeri: de qua quantitate extraxi dragmas .17., scilicet tertium numerum, et quartam partem quarti et quinti et primi numeri, et remanserunt pro tribus quartis quarti et quinti et primi numeri dragme $\frac{1}{2}$ 8 et res una et dimidia minus duabus causis. Et quia cum de aliqua quantitate tollitur quarta pars, illud quod tollitur est tertia pars ex eo quod remanet; quare super $\frac{1}{2}$ 8 et re

una et dimidia minus duabus causis addidi tertiam partem eorum; et sic habuit pro summa quarti et quinti et primi numeri dragmas $\frac{1}{3}$ 11 et duas res minus causis $\frac{2}{3}$ 2; quam summam extraxi de summa tertij et quarti et quinti et primj numeri, scilicet de $\frac{1}{2}$ 25 et re una et dimidia minus duabus causis, et remanserunt pro quantitate tertij numeri dragme $\frac{1}{6}$ 14 et due tertie unius causę minus medietate unius rei. Deinde ex summa quarti et quinti et primj numeri, scilicet de dragmis $\frac{1}{3}$ 11 et duabus rebus minus causis $\frac{2}{3}$ 2, et extraxi quintum et primum numerum, scilicet unam rem et unam causam, et remanserunt pro quantitate quarti numeri dragme $\frac{1}{3}$ 11 et res una minus causis $\frac{2}{3}$ 3. Et quia quartus numerus cum quinta parte quinti et primi et secundi numeri facit dragmas .17. Aggregaui quintum et primum et secundum numerum, scilicet rem et causam et dragmas $\frac{1}{2}$ 8 et causam unam minus medietate unius rei; et sic pro summa quinti et primi et secundi numeri habui dragmas $\frac{1}{2}$ 8 et duas causas et medietatem rei: de quibus omnibus accepi quintam partem, scilicet dragmas $\frac{7}{10}$ 1 et $\frac{2}{5}$ unius causę et decimam partem unius rei, et aggregaui hoc super quantitatem quarti numeri, scilicet super $\frac{1}{3}$ 11 et re una minus causis $\frac{2}{3}$ 3; et fuit hoc totum dragme $\frac{1}{30}$ 13 et res una et decima minus causis $\frac{4}{15}$ 3., que equantur dragmis .17.: | et quia cum fol. 8 verso.
equalibus equalia adduntur, omnia fiunt equalia; si utrique parti addantur cause $\frac{4}{15}$ 3, erunt dragme $\frac{1}{30}$ 13 et $\frac{11}{10}$ unius rei equales causis $\frac{4}{15}$ 3 et dragmis .17. : et quia cum ab equalibus equalia auferuntur, que remanent, sunt equalia; si ab utraque parte auferuntur dragme $\frac{1}{30}$ 13, remanebunt $\frac{11}{10}$ unius rei equales causis $\frac{4}{15}$ 3 et dragmis 4 minus xxx^a^ unius dragmę. Quare ut reducerem hec in equalitatem unius rei tantum, multiplicaui causas $\frac{4}{15}$ 3, dragmas 4 minus xxx^a^ per .10., et diuisi utramque multiplicationem per .11., et inueni quod res una equatur causis 3 minus xxx^a^ tertia parte unius causę et dragmis $\frac{20}{33}$ 3: seruaui hec, et addidi primum numerum cum secundo et tertio, scilicet causam unam cum dragmis $\frac{1}{2}$ 8, et causa una minus medietate rei, et cum dragmis $\frac{1}{6}$ 14 et duabus tertijs unius cause minus medietate unius rei, et habui dragmas $\frac{2}{3}$ 22 et causas $\frac{2}{3}$ 2 et minus una res: de quibus omnibus accepi sextam partem, et addidi eam super quintum numerum, scilicet super rem, et fuit totum illud, quod inde aggregatum est, $\frac{5}{6}$ unius rei et $\frac{4}{9}$ unius cause et dragme $\frac{7}{9}$ 3., que equantur dragmis .17.: quare ab utraque parte extraxi dragmas $\frac{7}{9}$ 3, et remanserunt $\frac{5}{6}$ unius rei et $\frac{4}{9}$ unius causę, que equantur dragmis $\frac{2}{9}$ 13: que ut reducerem ad equalitatem unius rei, multiplicaui per 6 $\frac{4}{9}$ unius cause, et dragmas $\frac{2}{9}$ 13 per 6; et quod ex utraque multiplicatione peruenit, diuisi per .5., et habui quod res una et $\frac{8}{15}$ unius causę equantur dragmis $\frac{13}{15}$ 15. Superius enim inuenj quod res una equatur tribus causis minus xxx^a^ tertia parte unius causę et dragmis $\frac{20}{33}$ 3: quare cause 3 minus $\frac{1}{33}$ et $\frac{8}{15}$ unius cause et dragme $\frac{20}{33}$ 3 equantur dragmis $\frac{13}{15}$ 15. Nam cause 3 minus $\frac{1}{33}$ unius cause et $\frac{8}{15}$ eiusdem cause sunt in summa cause $\frac{83}{165}$ 3. Ergo cause $\frac{83}{165}$ 3 et dragme $\frac{20}{33}$ 2 equantur dragmis $\frac{13}{15}$ 15 : unde si communiter auferantur dragme $\frac{20}{33}$ 3, remanebunt cause $\frac{83}{165}$ 3 equales dragmis $\frac{43}{165}$ 12: unde hec omnia multiplicaui per 165, et habui quod cause 578 equantur dragmis 2023.: quare diuisi 2023 per 578, et prouenient pro quantitate unius cause, scilicet pro quantitate primi numeri, $\frac{1}{2}$ 3. Quem numerum ut reducerem in integrum, duplicaui omnes numeros suprascriptos, et habui pro primo numero .7., pro secundo .17. et unam causam minus medietate unius rei, et pro tertio $\frac{1}{3}$ 28 et duas tertias

unius causę minus medietate unius rei, et pro quarto numero habui $\frac{2}{3}$ 22 et rem unam minus causis $\frac{2}{3}$ 3.; et pro quinto numero habui tantum rem. Et quia inueni, rem equalem fol. 9 recto. tribus esse causis| minus una xxx³ tertia et dragmis $\frac{20}{33}$ 3, duplicaui iterum has dragmas, et peruenerunt dragme $\frac{7}{33}$ 7; et sic res una equatur tribus causis minus $\frac{4}{33}$ unius cause et dragmis $\frac{7}{33}$ 7. Quare multiplicaui causas .3. minus $\frac{4}{33}$ unius cause per numerum unius cause, scilicet per .7., et addidi illud quod prouenit cum dragmis $\frac{7}{33}$ 7, et habui 28 pro quantitate rei, hoc est pro quantitate quinti numeri. De inde quia secundus numerus est .17. et causa una minus medietate rei, addidi .17. cum causa una, et fuerunt 24; de quibus extraxi medietatem rei, scilicet 14, remanserunt .10. pro secundo numero. Rursus quia tertius numerus est $\frac{1}{3}$ 28 et $\frac{2}{3}$ unius cause minus medietate rei, addidi duas tertias unius cause, scilicet de .7. cum $\frac{1}{3}$ 28, et habui .33.; de quibus eieci medietatem rei scilicet .14, remanserunt pro tertio numero .19. Item quia quartus numerus est $\frac{2}{3}$ 22 et res una minus tribus causis et $\frac{1}{3}$ unius cause, addidi rem, scilicet .28 cum $\frac{2}{3}$ 22, et prouenerunt $\frac{2}{3}$ 50; de quibus eieci causas $\frac{2}{3}$ 3, scilicet $\frac{2}{3}$ 25., remanserunt pro quarto numero 25. Et sic, ut uestre serenissime maiestati transmisi, primus numerus est .7., secundus .10., tertius 19. Quartus .25. Quintus .28.; et numerus, in quo equantur ipsi numeri, est 34.

De quatuor hominibus et bursa ab eis reperta, questio notabilis.

Secunda uero questio fuit de quatuor hominibus bizantios habentibus, qui bursam bizantiorum inuenerunt, ex quibus primus cum bursa excedit secundum et tertium hominem in dupluo. Secundus tertium et quartum in triplo. Tertius quartum et primum in quadruplo. Quartus uero homo cum bursa excedit primum et secundum in quincuplo: hanc quidem questionem insolubilem esse monstrabo, nisi concedatur, primum hominem habere debitum: ad quod demonstrandum, ponam pro bizantijs primj hominis dragmam; qua addita cum bursa egredietur dragma una et bursa una, que sunt duplum bizantiorum secundi et tertij hominis: quare inter secundum et tertium hominem habetur equale medietatis burse et unius dragme; de qua medietate ponam, secundum hominem habere rem, remanet ergo pro bizantijs tertij hominis medietas burse et unius dragme minus una re: de indę addam bursam cum quantitate secundi hominis; et erit illud quod aggregabitur bursa una et res una, quorum tertia pars est equalis quantitatis bizantiorum tertij et quarti hominis. Ergo inter tertium et quartum hominem habent tertiam burse et unius rei; de qua tertia, si anferatur quantitas bizantiorum tertij hominis, scilicet medietas burse et unius dragme minus re una, remanebunt pro quantitate bizantiorum quarti hominis quatuor tertie unius rei minus sexta unius burse et medietate unius dragme: super que addam dragmam, scilicet quantitatem primi hominis, et habebunt inter quartum et primum hominem quatuor fol. 9 verso. tertias unius rei et medietatem dragmę | minus sexta parte unius burse: quod totum quadruplicabo, et prouenient quinque res et tertia et dragme .2. et minus $\frac{2}{3}$ unius burse, que equantur coniuncto quantitatis tertij hominis et bursę. Nam tertius homo habet, ut superius inuenctum est, medietatem burse et unius dragmę, re una diminuta: quibus si addatur bursa, erit bursa una et dimidia et medietas dragme minus una re, que equantur rebus $\frac{1}{3}$ 5 et dragmis 2. minus $\frac{2}{3}$ unius burse: quare si communiter addantur $\frac{2}{3}$ unius burse $\frac{1}{6}$ et res una, erunt burse $\frac{1}{6}$ 2 et medietas dragmę, que equantur rebus

$\frac{4}{5}$6 et dragmis 2. Quare si communiter auferatur medietas dragmę, remanebunt $\frac{13}{6}$ unius burse, que equantur rebus $\frac{1}{3}$6 et dragme $\frac{1}{2}$1. Quare ut redigantur hec ad quantitatem unius burse, multiplicabo res $\frac{1}{3}$6 et dragmam $\frac{1}{2}$1 per .6., et egredientur 38 res et dragme .9. diuidende per 13., exibunt res 3 minus $\frac{1}{13}$ et $\frac{9}{13}$ unius dragme, que equantur uni burse: seruabo hec, et addam bursam cum quantitate quarti hominis, scilicet cum $\frac{4}{3}$ unius rei minus $\frac{1}{6}$ unius burse et medietate unius dragme, et habebo $\frac{4}{3}$ unius rei et $\frac{5}{6}$ unius burse minus medietate unius dragmę, que equantur quincuplo quantitatis primi et secundi hominis, qui habent dragmam et rem; ex quorum quincuplo proueniunt quinque res et quinque dragme: ergo $\frac{4}{3}$ unius rei et $\frac{5}{6}$ unius burse minus medietate unius dragme equantur quinque rebus et quinque dragmis. Quare si communiter addatur medietas dragme, erunt $\frac{4}{3}$ unius rei et $\frac{5}{6}$ unius burse equales quinque rebus et dragmis $\frac{1}{2}$5. Quare si communiter auferatur $\frac{4}{3}$ unius rei, remanebunt res $\frac{2}{3}$3 et dragme $\frac{1}{2}$5, que equantur $\frac{5}{6}$ unius burse: quare ut redigam hec ad bursam unam, multiplicabo res $\frac{2}{3}$3 et dragmas $\frac{1}{2}$5 per 6, et egredientur res .22. et dragme .33.: quas diuidam per .5., et uenient res $\frac{2}{5}$4 et dragme $\frac{3}{5}$6, que equantur burse. Inuenctum est superius quod tres res minus $\frac{1}{13}$ unius rei et $\frac{9}{13}$ unius dragmę equari (*sic*) uni burse; ergo res $\frac{2}{5}$4 et dragme $\frac{3}{5}$6 equantur tribus rebus minus $\frac{1}{13}$ unius rei et $\frac{9}{13}$ unius dragme; quod est impossibile. Quia res $\frac{2}{5}$4 sunt plures rebus $\frac{12}{13}$2, et dragme $\frac{3}{5}$6 sunt plures de $\frac{9}{13}$ unius dragme. Vnde si concedatur, primum hominem habere debitum, inuenietur, secundum hanc inuestigationem, quod res $\frac{2}{5}$4 minus dragmis $\frac{3}{5}$6 equantur rebus $\frac{12}{13}$2 minus $\frac{9}{13}$ unius dragmę. Vnde si communiter auferantur $\frac{9}{13}$ unius dragme, remanebunt res $\frac{12}{13}$2,
$\frac{1}{5}$5 que equantur rebus $\frac{2}{5}$4 minus dragmis $\frac{59}{65}$5. Quare si communiter addantur dragme $\frac{59}{65}$5, remanebunt res $\frac{2}{5}$4, que equantur rebus $\frac{12}{13}$2 et dragmis | $\frac{59}{65}$5. Quare si commu- fol. 10 recto.
niter auferantur res $\frac{12}{13}$2, remanebunt res $\frac{31}{65}$1, que equantur dragmis $\frac{59}{65}$5. Et ut hec habeantur in integris numeris, multiplicabo utrumque numerum per 65, et egredientur res 96, que equantur dragmis 384. Ergo proportio rerum ad dragmas est sicut 96 ad 384; que proportio in minoribus numeris est sicut .1. ad 4.; ergo res una equatur quatuor dragmis. Vnde si ponam, rem esse .4., scilicet quantitatem secundi hominis, erit debitum primi biz̄. 1. Et quia inuenimus superius quod bursa equatur rebus $\frac{2}{5}$4 minus dragmis $\frac{3}{5}$6; si de rebus $\frac{2}{5}$4, que sunt biz̄. $\frac{3}{5}$17, auferantur dragme $\frac{3}{5}$6., hoc est biz̄. $\frac{3}{5}$6, remanebunt .11. pro bizantijs burse: et quia tertius homo habet medietatem burse minus medietate dragme et re una; si de medietate burse, scilicet de $\frac{1}{2}$5., auferatur res una et medietas dragme, scilicet $\frac{1}{2}$4, remanebit biz̄. 1 pro quantitate tertij hominis. Rursus quia quartus homo habet $\frac{4}{3}$ unius rei et medietatem unius dragme minus sexta parte unius burse; si de $\frac{4}{3}$ unius rei, et de medietate unius dragme, scilicet de $\frac{5}{6}$5, auferatur sexta unius burse, scilicet biz̄. $\frac{5}{6}$1, remanebunt 4. pro bizantijs quarti hominis.

De eadem re.

Svper similes quidem quatuor hominum questiones, in quibus multiplicia, que habent cum bursa, ponuntur ex ordine super quantitatem, quam habent super duos homines sibi inuicem sequentes, inueni hanc generalem, uidelicet ut pro radice quantitatis secundi hominis habeantur .2., et pro radice burse habeatur .1.; deinde numerus multiplicitatis primi et burse, quam habent super secundum et tertium hominem, addatur super radicem secundi hominis, et habebitur quantitas eius; et quartus homo habebit

totidem; et tertius homo habebit semper .1.; et debitum primi erit .1. semper: deinde quot unitates sunt in multiplicitate predicta, tot numeros pares, á quaternario incipiendo, addantur simul ex ordine; et quot inde prouenient, addatur super radicem burse, scilicet super .1., et habebitur quantitas burse. Verbi gratia: habeat primus cum bursa quadruplum secundi et tertij; secundus uero habeat quincuplum tertij et
4.us quarti. Tertius namque sexuplum habeat quarti et primi. Quartus quoque habeat cum bursa septuplum primi et secundi. Quia numerus multiplicatis, quam habet primus cum bursa super secundum et tertium hominem, est .4., addam .4. super radicem secundi hominis, scilicet super 2, et egredientur .6. pro quantitate quam habet unus quisque secundi et quarti hominis: deinde pro eodem quadruplo colligam .IIII.^{or} numeros pares secundum quod sunt in ordine numerorum, incipiendo a .4., uidelicet .4 et 6 et 8 et 10, et erunt .28.; quos addam super radicem burse, scilicet super .1, et egredientur .29. pro bizantijs burse; et sic procedendum est in omnibus similibus quatuor hominum questionibus. |

fol. 10 verso. Item de modo predicto extraxi hanc regulam super inuentionem trium numerorum, quorum primus cum tertia parte reliquorum numerorum surgat in .14. Secundus uero cum quarta parte reliquorum surgit in .17. Tertius namque cum $\frac{1}{5}$ primi et secundi numeri surgit in .19. Pateat quidem serenitati uestre hanc questionem á me solutam esse in tertio decimo capitulo libri mei dupliciter. Sed quia huius solutionis inuentio placet mihi preceteris modis, uolui eam uestre pandere maiestati: posui primum in ordine $\frac{1}{5}\,\frac{1}{4}\,\frac{1}{3}$, et extraxi unum quodque ipsorum de uno integro, remanserunt $\frac{2}{3}$ sub $\frac{1}{3}$, et $\frac{3}{4}$ sub $\frac{1}{4}$, et $\frac{4}{5}$ sub $\frac{1}{5}$: post hoc de 14 et 17 et de 19 extraxi .14., remansit .0. super .14., et 3 super 17, et 5 super .19., ut in questione cernitur. Deinde incepi ad $\frac{2}{3}$, et multiplicaui 2 per 3, et quod prouenit, diuisi per multiplicationem de 3 in 2, et prouenit .1., quod posui sub $\frac{2}{3}$; et multiplicaui iterum eadem .2. per 4, que sunt sub uirga de $\frac{3}{4}$, et summam diuisi per 3, que sunt sub uirga, et per 3, que sunt super .4., et prouenerunt $\frac{8}{9}$ sub $\frac{3}{4}$. Rursus multiplicaui eadem 2 per 5, que sunt sub uirga de $\frac{4}{5}$, et diuisi summam per 3, que sunt sub uirga de $\frac{2}{3}$, et per 4, que sunt super uirga de $\frac{4}{5}$, et prouenerunt $\frac{5}{6}$ sub $\frac{4}{5}$: de inde multiplicaui 3, que sunt sub uirga de $\frac{2}{3}$ per .0., quod est super 14, et diuisi per 2, et prouenit .0. super ipsum .0. Item multiplicaui .4., que sunt sub uirga de $\frac{3}{4}$ per 3, que sunt super .17., et diuisi per 3, que sunt super .4., et prouenerunt .4. super ipsis tribus. Adhuc multiplicaui .5., que sunt sub uirga de $\frac{4}{5}$ per 5, que sunt super 19, et diuisi per 4, que sunt super .5., et prouenerunt $\frac{1}{4}$ 6., quē seruaui super 19, ut in figura cernitur. Post hoc collegi .1. et $\frac{8}{9}$ et $\frac{5}{6}$ in unum, et fuerunt $\frac{49}{18}$. Similiter addidi $\frac{1}{4}$ 6 et 4 et 0, et fuerunt $\frac{1}{4}$ 10; que omnia diuisi per 1 minus multitudinem numerorum positorum, scilicet per 2, et prouenerunt $\frac{49}{36}$ et $\frac{1}{8}$ 5. Addidi $\frac{1}{8}$ 5 cum 14, fuerunt $\frac{1}{8}$ 19; et extraxi unum integrum de $\frac{49}{36}$, remanserunt pro quantitate primi numeri $\frac{13}{36}$ cuiusdam summę; que suma (*sic*) est quantitas secundi et tertij numeri. Cum quibus $\frac{13}{36}$ addidi tertiam eiusdem summe, scilicet $\frac{12}{36}$, fuerunt $\frac{25}{36}$. Quare multiplicaui $\frac{1}{8}$ 19 per 36, et diuisi summam per 25, et prouenerunt $\frac{27}{50}$ 27 pro quantitate secundi et tertij numeri. De quibus accepi tertiam partem, que est $\frac{9}{50}$ 9, et extraxi ipsam de 14, remanserunt $\frac{41}{50}$ 4 pro quantitate primj numeri: deinde accepi $\frac{8}{9}$ de $\frac{27}{50}$ 27,
fol. 11 recto. que sunt $\frac{12}{25}$ 24; | et extraxi inde primum numerum, scilicet $\frac{41}{50}$ 4, remanserunt $\frac{33}{50}$ 19,

• posui primum … multiplicaui • (fol. 10 verso, lin. 8-18; pag. 240, lin. 20-29).

$\frac{1}{4}$ 6	4	0
5	3	0
19	17	14
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$
$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$
$\frac{5}{6}$	$\frac{8}{9}$	1

de quibus abieci 4 pro ipsis .4., que sunt super 17, remanserunt $\frac{13}{18}$ 15 pro quantitate tertij numeri; que extraxi de $\frac{32}{36}$ 27, remanserunt $\frac{44}{60}$ 11 pro secundo numero. Ad demonstrandum siquidem qualiter talis inuentio siue regula proueniat ex modo suprascripto trium hominum. Ponam secundum et tertium numerum esse rem, de qua abiecta tertia parte sui, cum qua primus numerus surgit in .14., remanebunt $\frac{2}{3}$ eiusdem rei: et quia, ut dictum est, cum de quacumque re tollitur $\frac{1}{3}$, illud quod tollitur, est medietas eius quod remanet; vnde si super $\frac{2}{3}$ rei addatur medietas eius, redibit res predicta; quod etiam habetur, si multiplicentur $\frac{2}{3}$ dictę rei per .3.; et quod prouenerit, diuidatur per .2.; et est illud idem quando multiplicaui superius 3 per 2, et diuisi per 2 uicibus .3., et habui tunc rem positam pro secundo et tertio numero, pro qua posui .1. sub $\frac{2}{3}$; de qua re accepi tertiam partem, et abieci de 14, remanserunt 14. minus tertia rei pro quantitate primi numeri: quibus additis cum secundo numero et tertio, scilicet cum re una, erit tota suma (*sic*) ipsorum trium numerorum nihil amplius de 14 et de $\frac{2}{3}$ unius rei: et propter hoc posui .0. super 14., et $\frac{2}{3}$ sub $\frac{1}{3}$.: et quia secundus numerus cum $\frac{1}{4}$ tertij et primi numeri surgit in .17., et extraxi .17. de suma (*sic*) ipsorum trium numerorum, scilicet de 14 et de $\frac{2}{3}$ unius rei, et remanserunt $\frac{3}{4}$ primi et secundi numeri, et $\frac{2}{3}$ unius rei minus .3.; et ideo posui 3 super 17 et $\frac{3}{4}$ sub $\frac{1}{4}$: et quia cum de aliqua quantitate extrahitur quarta pars, illud quod tollitur est tertia pars residui.

Addidi super $\frac{2}{3}$ unius rei minus tertiam partem eorum; quod fit cum multiplicantur 2 que sunt super 2, et per 4 que sunt sub uirga de $\frac{3}{4}$, et diuiditur per 3 que sunt sub uirga de $\frac{2}{3}$, et per 3 que sunt super uirga de $\frac{3}{4}$; et cum multiplicantur .4., que sunt sub uirga de $\frac{3}{4}$, per 3 posita super .17., et suma (*sic*) diuiditur per 3 que sunt super 4.; quia cum super aliqua quantitate additur tertia pars, et fit inde aliqua quantitas, erit proportio primę quantitatis ad secundam, sicut .3 est ad .4.: quare multiplicande sunt $\frac{2}{3}$ unius rei minus 3 per 4., et suma (*sic*) diuidenda est per 3. Nam ex multiplicatione de 4 in $\frac{2}{3}$ unius rei minus .3. ueniunt $\frac{8}{3}$ unius rei minus 12; quibus diuisis per 3, ueniunt $\frac{8}{9}$ unius rei minus .4; et ideo posui $\frac{8}{9}$ sub $\frac{3}{4}$, et 4 super 3 positis super .17. Rursus quia tertius numerus cum quinta parte primi et secundi numeri surgit in .19. ; si de $\frac{2}{3}$ unius rei et de 14. auferantur 19, remanebunt pro $\frac{4}{5}$ primi et secundi numeri $\frac{2}{3}$ unius rei minus .5.; et ideo super 19 posui .5., et sub $\frac{1}{5}$ posui $\frac{4}{5}$. Et quia cum de aliqua quantitate extrahitur quinta pars, illud quod extrahitur est quarta pars residui. Ideo super $\frac{2}{3}$ | unius rei minus .5. addenda est quarta pars eorum super ipsas; quod fit cum $\frac{2}{3}$ unius rei minus 5 multiplicantur per 5, et summa diuiditur per .4.; et sic habuimus $\frac{5}{6}$ rei minus $\frac{1}{4}$ 6 pro quantitate primi et secundi numeri; que $\frac{1}{4}$ 6 posite sunt superius super 19, et $\frac{5}{6}$ sub $\frac{4}{5}$; et sic ex hac inuentione habui pro secundo et tertio numero rem; et pro tertio et primo habui $\frac{8}{9}$ unius rei minus .4. ; et pro primo et secundo numero $\frac{5}{6}$ minus $\frac{1}{4}$ 6: quibus omnibus in unum congregaui superius, et habui $\frac{49}{18}$ unius rei minus $\frac{1}{4}$ 10, quod fuit equale duplo sumę (*sic*) ipsorum trium numerorum, cum in ipsa congregatione unusquisque ipsorum trium numerorum bis computatus sit; et ideo mediaui prescripta $\frac{49}{18}$ unius rei minus $\frac{1}{4}$ 10, et habui $\frac{49}{36}$ unius rei minus $\frac{1}{8}$ 5. pro quantitate ipsorum trium numerorum; de quibus abieci integrum unum pro re una, remanserunt $\frac{13}{36}$ unius rei, que est quantitas secundi et tertij numeri minus $\frac{1}{8}$ 5 pro quantitate primi numeri. Super quod addidi tertiam partem

rei, et habui $\frac{25}{36}$ unius rei minus $\frac{1}{3}$ 5, que equantur .14: addidi ergo $\frac{1}{3}$ 5 super .14., et prouenerunt $\frac{25}{36}$ unius rei, que equantur $\frac{1}{3}$ 19. Quare mnltiplicaui 36 per $\frac{1}{3}$ 19, et summam diuisi per 25, et habui $\frac{21}{25}$ 27 pro quantitate unius rei, scilicet pro suma (*sic*) secundi et tertij numeri; de qua suma (*sic*) accepi tertiam partem, et extracxi eam de 14.; et quod remansit, scilicet $\frac{18}{25}$ 4, fuit quantitas primj numeri. Et quia quantitas primi et tertij numeri fuit $\frac{5}{6}$ unius rei minus .4.; de $\frac{5}{6}$ rei minus 4, scilicet de $\frac{12}{25}$ 20, extracxi primum numerum, scilicet $\frac{18}{25}$ 4, remanserunt $\frac{22}{25}$ 15 pro qunntitate tertij numeri: quem numerum extracxi de suma (*sic*) secundi et tertij numeri, scilicet de $\frac{21}{25}$ 27, remanserunt $\frac{24}{25}$ 11 pro quantitate secundi numeri.

De quatuor hominibus bizantios habentibus.

Posvi hanc aliam qnestionem similem suprascripte questionis, sancte et uenerande pater domine Ranerij dignissime cardinalis, ut que in prescripta questioue dicta sunt, melius clementia uestra intendere ualeat. Sunt enim Quatuor homines bizantios habentes, ex quibus primus cum medietate bizantiorum reliquorum trium hominum habeat .33. Secundus cum tertia parte bizantiorum reliqnorum trinm habeat .35. Tertius quoque cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum reliquorum habeat .36. Quartus uero cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi et secundi et tertij hominis habeat .37; queritur quot unusqnisque habuit. Posui qnidem hos numeros studiose, ut solutio huius questionis cadat in integris numeris; et ostendam, hanc insolubilem esse sub posita conditione. Ad quod demonstrandum ponam, secundum et tertium et quartum hominem habere rem, cuius rei medietas si addatur super bizantios primi, nimirum surgent in .33, ut propositum est. Quare patet manifeste, primum hominem habere .33. minus medietate rei, qne addita cum bizantijs se-
fol. 12 recto. cundi | et tertij et quarti hominis, scilicet cum re, uenient 33 et medietas rei pro tota suma (*sic*) bizantiorum quatuor hominum: de qua summa secundus cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum reliquorum trium hominum proponitur habuisse 35. Quare si auferantur 35 de bizantijs 33 et de medietate rei, remanebit pro $\frac{2}{3}$ bizantiorum ipsorum, scilicet tertij et quarti et primi hominis, medietas rei minus bizantijs .2. Et quia cum de aliqua quantitate tollitur tertia pars, id quod tollitur est medietas eius quod remanet. Si super medietate rei minus 2. addatur medietas eius, nenient $\frac{3}{4}$ rei minus bizantijs .3. pro quantitate bizantiorum tertij et quarti et primi hominis. Ad que etiam ueniemus, si multiplicauerimus medietatem rei minus 2 per 3, et diuiserimus per 2. Rursus quia proponitur, tertium hominem cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum quarti et secundi et primj hominis habere 36.; si de tota suma (*sic*), scilicet ex 33 et medietate rei, tollamus .36., remanebit pro $\frac{3}{4}$ bizantiorum quarti et primj et secundi hominis medietas rei minus bizantijs 3. Et quia cum de aliqua quantitate tollitur $\frac{1}{4}$, illud quod tollitur est $\frac{1}{3}$ eius quod remanet; si super $\frac{1}{2}$ rei minus 3. addatur tertia eius, hoc est quod multiplicetur $\frac{1}{2}$ rei minus 3 per 4; et suma (*sic*) dinidatur per 3., uenient $\frac{2}{3}$ rei minus 4 pro quantitate bizantiorum eorumdem quarti et primi et secundi hominis. Item quia quartus homo cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi et secundi et tertij hominis habet .37.; si de tota suma (*sic*) eorum .IIII.^{or} hominum tollantur .37., remanebit pro $\frac{4}{5}$ bizantiorum primi et secundi et tertij hominis medietas rei minus bizantijs .4: quam si multiplicauerimus per 5, que sunt sub uirga de $\frac{4}{5}$; et que prouenerint, diuiserimus per .4., que sunt super uirga, habebimus $\frac{5}{8}$ rei minus bizantijs .5. pro quantitate bizantiorum primi et secundi et tertij

hominis. Addamus ergo rem, quam habent inter secundum et tertium et quartum hominem, cum $\frac{3}{4}$ rei minus .3., que habent inter tertium et quartum et primum hominem, et cum $\frac{2}{3}$ rei minus .4., que habent inter quartum et primum et secundum hominem. Et cum $\frac{5}{6}$ rei minus .5., que habent inter primum et secundum et tertium hominem, uenient res $\frac{1}{24}$ 3 minus bizantijs 12 pro triplo bizantiorum iiii.^{or} hominum, cum in prescriptis partibus unusquisque ter computatus sit. Quare si diuiserimus res $\frac{1}{24}$ 3 minus bizantijs 12 per 3., habebimus rem $\frac{1}{72}$ 1 minus bizantijs .4. pro quantitate bizantiorum iiii.^{or} hominum: de qua suma (*sic*) si auferatur res, quam habent inter secundum et tertium et quartum hominem, remanebit $\frac{1}{72}$ rei minus .4. pro quantitate bizantiorum primi hominis: super quam si addiderimus medietatem rei, scilicet $\frac{1}{2}$ bizantiorum secundi et tertij et quarti hominis, erunt $\frac{37}{72}$ minus bizantijs .4., que equantur bizantijs 33. Comuniter si addiderimus bizantios .4., erunt $\frac{37}{72}$ rei equales de bizantiis 37. Vnde ut ueniamus ad notitiam unius rei, multiplicanda sunt 72 per bizantios .37., et suma (*sic*) diuidenda est per 37., que sunt super uirga; | uel diuidantur bizantij 37 fol. 12 verso. per 37; et .1. quod prouenit ex diuisione, ducatur in .72, et uenient bizantij 72 pro quantitate rei; et tot habent inter secundum et tertium et quartum hominem. Et quia proponitur, primum hominem cum medietate bizantiorum secundi et tertij et quarti hominis habere .33; et predictorum 72 bizantiorum medietas est plus de .33. Colligitur inde, hanc questionem insolubilem esse, cum non possit dici: quatuor homines habent bizantios, cum primus non habeat aliquid, immo habet debitum. Quare si uolnerimus concedere, ipsum habere debitum, erit questio solubilis. Et erit debitum ipsius .3., scilicet differentia, que est a 33 usque in .36. predictis: quod debitum si extrahatur ex bizantijs secundi et tertij et quarti hominis, remanebunt .69 pro suma (*sic*) bizantiorum iii.^{or} hominum; ex quibus si extrahantur $\frac{3}{4}$ rei minus bizantijs .3., scilicet bizantij 51., remanebunt bizantij secundi hominis .18. Item extractis $\frac{2}{3}$ rei minus bizantijs 4, que habent inter quartum et primum et secundum hominem, hoc bizantij (*sic*) 44 de 69, remanent .25 pro bizantijs tertij hominis: quibus additis cum bizantijs secundi hominis, scilicet cum 18, erunt .43.; quibus extractis ex bizantijs secundi et tertij et quarti hominis, scilicet de bizantijs 72, remanebunt pro bizantijs quarti hominis 29. Vel aliter: de 69 predictis extrahantur $\frac{5}{6}$ rei minus bizantijs 5, que habent inter primum et secundum et tertium hominem, remanebunt similiter quarto homini 29. Et si dicemus, primum hominem habere cum sua petitione 181. Secundum 183. Tertium 154. Quartum 185. Inueniemus, suprascriptis dispositis, primum hominem habere .1. Secundum 94. Tertium 125. Quartum 141.

De quatuor hominibus qui inuenerunt bizantios.

Quatuor homines inuenerunt bizantios aliquot, de quibus unusquisque sumpsit aliquam quantitatem fortnitu. Et cum uellent, ipsos bizantios inter se equaliter diuidere, primus duplicauit secundo bizantios quos ceperat. Post hoc secundus triplicauit tertio homini totum id quod sumpserat. Quo facto, tertius homo quadruplicauit quarto homini bizantios suos. Et quartus post hoc quincuplauit primo homini bizantios quos ei remanserunt post duplicationem quam fecerat secundo homini; et sic unusquisque de inuentis bizantijs suam habuit portionem, scilicet quartam partem. Queritur, que fuit summa inuentorum bizantiorum, et quot ex ipsis unusquisque cepit : ponam,

secundum hominem habuisse rem, quam cum ei duplicasset, primus homo habuit duas res, et primo homini remansit quinta pars quartę partis totius summę, cum ex quincuplo eius quod ei remanserat, habuit quartam partem summę. Vnde si de quarta parte sume (*sic*) auferatur $\frac{1}{20}$ eiusdem, remanebunt $\frac{4}{20}$, hoc est $\frac{1}{5}$, pro eo quod quartus homo dedit primo homini; que quinta si addatur super $\frac{1}{4}$, summa que remansit quarto homini post dationem quam fecit primo, erunt $\frac{9}{20}$ totius summę; et tantum habuit quartus homo cum quadruplicatione sibi facta á tertio homine. Quare quarta pars de $\frac{9}{20}$, scilicet $\frac{9}{80}$ totius sumę (*sic*), fuit illud quod cepit quartus homo; | et triplum eius, quod est $\frac{27}{80}$, est illud quod accepit á tertio homine: quibus $\frac{27}{80}$ additis cum quarta parte, scilicet cum $\frac{20}{80}$ totius summe, faciunt $\frac{47}{80}$ eiusdem summe; et tantum habuit tertius homo cum triplicatione sibi facta a secundo homine. Quare tertia pars, scilicet $\frac{47}{240}$ totius summe, fuit illud quod cepit tertius homo; et duplum de $\frac{47}{240}$, hoc est $\frac{94}{240}$, acceperat á secundo homine; quibus $\frac{94}{240}$ additis cum quarta parte sume (*sic*) que remanserat secundo homini, reddunt $\frac{154}{240}$ pro eo quod habuit secundus homo cum duplicatione sibi facta á primo homine, que equantur duabus rebus. Quare medietas eorum, scilicet $\frac{77}{240}$ totius summe, est id quod cepit secundus homo, et alias $\frac{77}{240}$ habuerat á primo: quibus $\frac{77}{240}$ additis cum $\frac{1}{20}$ summe que remanserat primo homini post duplicationem quam fecerat secundo, erunt $\frac{89}{240}$ pro eo quod cepit primus homo. Vnde si summam ponimus esse 240, erit illud quod sumpsit primus 89; et illud quod cepit secundus .77; et illud quod cepit tertius 47; et illud quod cepit quartus .27., scilicet $\frac{9}{80}$ de bizantijs 240. Et si dictum fuerit quod primus homo, de hoc quod cepit, duplicauit omnes quantitates aliorum trium. Et secundus post ipsam duplicationem triplicauit omnia que habebant reliqui tres; et post ipsam triplicationem quartus (*sic*) [tertius] quadruplicauit ea que habebaut reliqui tres homines. Et ad extremum quartus homo quincuplicauit omnes quantitates quas habebant reliqui tres; et sic habuit unusquisque quartam partem totius summę. Ponam rem esse residuum quod remansit primo homini post duplicationem quam fecit reliquis; et triplicabo illam rem pro triplicatione quas sibi fecit secundus homo, et erunt res tres, quas quadruplicabo pro quadruplicatione quam fecit ei tertius homo, uenient res .12.; quibus et multiplicatis per 5 pro quincuplatione quam fecit quartus homo, erunt res .60., que sunt quarta totius summę, cum proponatur, unum quemque habuisse post predictas multiplicitates quartam partem. Quare multiplicabo 60 res per 4, et habebo res .240 pro summa bizantiorum iiii.or hominum: deinde ponam ad libitum, rem esse bizantios .2.; et erit tota summa 480; de quibus extraham bizantios .2. prescriptos, remanebunt bizantij .478., qui sunt duplum bizantiorum secundi et tertij et quarti hominis; et medietatem eorum habuerunt ex duplicatione quam fecerat eis primus homo. Quare si medietatem de 478, que est 239, addamus super bizantios .2. qui remanserunt primo homini, habebo 241 pro quantitate bizautiorum primi hominis: deinde ponam rem pro quantitate que remansit secundo homini post triplicationem quam fecit reliquis tribus; et quadruplicabo ipsam rem; et illud quadruplum quincuplabo, | et habebo 20 res pro quarta parte totius summe. Ergo 20 res equantur bizantijs 120: unde si diuidantur 120 per 20, uenient bizantij 6 pro quantitate rei; quibus bizantijs 6 extractis de 480, remanent 474 pro triplo bizantiorum tertij et quarti et primj hominis. Quare tertia pars erat quantitas

bizantiorum ipsorum; et due tertie de 474, scilicet 316, fuerunt id quod acceperant á secundo homine: quibus bizantijs 316 additis cum bizantijs 6., qui remanserunt ipsi secundo, erunt bizantij 322; et tot habuit secundus homo post duplicationem sibi factam á primo homine. Ergo medietas de 322, que est 161, fuit quantitas bizantiorum secundi hominis.

Rursus ponam rem pro eo quod remansit tertio homini post quadruplicationem quam fecerat alijs, et quincuplabo ipsam rem, et erunt quinque res equales quarti summe, scilicet de 120. Quare res erit bizantij 24; quibus extractis de 480, remanent 456 pro quadruplo bizantiorum quarti et primi et secundi hominis, ex quibus habuerunt tres quartas, scilicet 342, a tertio homine; quibus bizantijs 342 additis cum bizantijs 24 predictis, erunt bizantij 366.; et tot habuit tertius homo post duplicationem et triplicationem sibi factas á primo et á secundo homine: de quibus si accepero medietatem tertie partis, scilicet sextam, uenient bizantij 61 pro quantitate tertij hominis. Extractis ergo bizantijs 241 primi hominis, et 161 secundi, et 61 tertij de tota suma (*sic*), remanebunt 17 pro bizantijs quarti hominis.

Aliter quia omne duplicatum ex suo duplicante existit medietas; et triplicatum ex triplicante est tertia; et quadruplicatum ex quadruplicante sit quarta; et quincuplatum ex suo quincuplante quintam obtinet partem. Ponam in ordinem $\frac{1}{5}\,\frac{1}{4}\,\frac{1}{3}\,\frac{1}{2}$, ut in margine cernitur;
$\frac{1}{5}\,\frac{1}{4}\,\frac{1}{3}\,\frac{1}{2}$
et multiplicabo 2 per 3 uicibus 4, uicibus .5. que sunt sub uirgis, erunt 120, que sunt quantitas quarte partis omnium bizantiorum inuentorum; quibus multiplicatis per 4, reddunt 480 pro tota summa: deinde tollam 1, quod est super 2, de 2, et 1 quod remanet, ducam in 3 uicibus 4, uicibus 5, erunt 60; quibus etiam ductis in numerum hominum, scilicet in 4, erunt 240: quibus si addatur 1 quod prouenit ex ducto .1, quod est super 2, in 1 quod est super 3; quod in 1 quod est super 4; quod in 1 quod est super 5, erunt 241, que sunt quantitas bizantiorum primj. Rursus extraham 1, quod est super 3, de 3, remanent 2; quibus ductis in 4. uicibus 5, uicibus 2 que sunt sub uirgis, et in numerum hominum, erunt 320; quibus addam 2, que proueniunt ex 2. quod est sub prima uirga, in 1 quod est super 3; quod in 1 quod est super 4; quod in 1 quod est super 5, erunt 322. | que sunt duplum bizantiorum secundi. Quare ducam fol. 14 *recto*.
322 in 1 quod est super 2; et diuidam per 2., uenient 161 pro bizantijs secundi hominis. Item extraham 1. quod est super 4, de 4, remanent 3; que ducam in 5 uicibus 2, uicibus 3 que sunt sub aliis uirgis, erunt 90; que ducam in 4, et superaddam .6., que proueniunt ex ductis 2 in 3, que sunt sub uirgis; quod in 1 quod est super 4; quod in 1 quod est super .5., erunt 366; et tot habuit tertius homo post duplicationem et triplicationem sibi factas á primo et secundo homine. Vnde si de 366 acceperimus medietatem tertię partis ipsorum, scilicet sextam, uenient 61 pro bizantijs tertij hominis. Ad ultimum quippe extraham 1, quod est super 5, de 5, remanent 4.; quibus ductis in 2 uicibus 3, uicibus 4 que sunt sub uirgis; et illud totum per 4, scilicet per numerum hominum, erunt 384; quibus addam 24, que proueniunt ex multiplicatione de 2 uicibus 3, uicibus 4 que sunt sub uirgis, ducta in 1 quod est super 5., erunt 408; et tot habuit quartus homo post duplicationem et triplicationem et quadruplicationem sibi factas á primo et secundo et tertio homine. Quare si de 408 acceperimus medietatem tertię quartę partis, hoc est $\frac{1}{24}$, uenient 17 pro quantitate bizan-

tiorum quos cepit quartus homo, ut superius inuentum est. Aliter positis $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ per ordinem, et inuentis bizantijs 480 pro summa bizantiorum ipsorum quatuor hominum, extraham $\frac{1}{2}$ de uno integro; et pro $\frac{1}{2}$ quod remanet, accipiam medietatem de 480, et superaddam .1 quod prouenit ex ducto 1 in 1, quod in 1., que unitates sunt super IIIIor uirgis, erunt 241; et tot cepit ex ipsa suma (*sic*) primus homo.

Rursus extraham $\frac{1}{3}$ de uno integro, remanent $\frac{2}{3}$; de quibus accipiam medietatem, ueniet $\frac{1}{3}$; pro quo accipiam $\frac{1}{3}$ de 480, et superaddam 1 quod prouenit ex ductione dictarum unitatum inse, et habebo 161; et tot cepit secundus homo. Item tollam $\frac{1}{4}$ de uno integro, remanebunt $\frac{3}{4}$; de quibus accipiam medietatem tertię partis ipsarum, ueniet $\frac{1}{8}$; pro quo accipiam octauam partem de .480., et addam similiter 1., et habebo 61 pro bizantijs tertij hominis. Adhuc demam $\frac{1}{5}$ de uno integro, remanent $\frac{4}{5}$; de quibus accipiam medietatem tertię quartę partis ipsorum 5, ueniet $\frac{1}{30}$; pro quo accipiam trigeximam partem de 480, et superaddam 1, et habebo 17. pro bizantijs quarti hominis.

Questio similis suprascripte de tribus hominibus.

Item Tres homines habebant bizantios; et cum primus duplicauerit bizantios reliquorum, nec non et addiderit eis medietatem omnium que habebant; et secundus triplicauerit | bizantios tertij et primi hominis, et addiderit eis tertiam bizantiorum ipsorum; et Tertius quadruplicauit bizantios reliquorum, et addiderit eis quartam bizantiorum ipsorum, et habuit unusquisque suam portionem, scilicet tertiam. fol. 14 verso.

Sciendum est primum, quod quando aliqua res duplicatur, et additur super eam medietas eius, tunc illa res sui dupli et dimidij est $\frac{2}{5}$. Similiter cum aliqua res triplicatur, et additur ei tertia pars sui, tunc illa res sui tripli et tertie eius est $\frac{3}{10}$. Eodemque modo cum aliqua res quadruplicatur, et additur ei quarta ipsius rei, tunc

$\frac{4}{17}$ $\frac{3}{10}$ $\frac{2}{5}$ illa res ex quadrupli sui et quarte est $\frac{4}{17}$: quare ponam in ordine $\frac{4}{17}$ $\frac{3}{10}$ $\frac{2}{5}$, et imitabor primam ultimam regulam predictam; hoc est cum multiplicabo 5 uicibus 10, uicibus 17, que sunt sub uirgis, uenient 850. pro tertia parte totius summe eorum; quos multiplicabo per 3 propter homines qui sunt tres, et erunt bizantij 2550. pro tota summa: et extraham $\frac{2}{5}$ de uno integro, remanebunt $\frac{3}{5}$; pro quibus accipiam $\frac{3}{5}$ de 2550., et superaddam bizantios 24, qui proueniunt ex 2 uicibus 3, uicibus 4., que sunt super uirgis, erunt 1554; et tot habuit primus. Et extraham $\frac{3}{10}$ de uno integro, remanebunt $\frac{7}{10}$; pro quibus accipiam $\frac{7}{10}$ de 2550, et superaddam 60, que proueniunt ex multiplicatione de 5 que sunt sub uirga, uicibus 3, uicibus 4 que sunt super uirgis, erunt 1845; de quibus accipiam $\frac{2}{5}$, hoc est multiplicabo 1845 per 2, et diuidam per 5.; uel quintam de 1845, que est 369, multiplicabo per 2, quod est pulchrius, uenient 738; et tot habuit secundus. Rursus extraham $\frac{4}{17}$ de uno integro, remanebunt $\frac{13}{17}$; pro quibus accipiam $\frac{13}{17}$ de 2550, hoc est diuidam 2550 per 17; et quod prouenerit, multiplicabo per 13, uenient 1950: super que addam 200, que proueniunt ex 5 uicibus 10 que sunt sub uirgis, uicibus 4 que sunt super uirga, erunt 2150; et tot habuit tertius homo quando quadruplicauit bizantios reliquorum, et addidit ei quartam partem. Vnde si de bizantijs 2150 acceperimus $\frac{2}{5}$ ex tribus decimis eorum, hoc est $\frac{3}{25}$ ipsorum, uenient 258; et tot habuit tertius homo. Est enim hic modus similis secundo; quia cum hoc per secundum modum facere uoluimus, extrahemus 2 de 5; et 3 que restant, multiplicabo per 10 uicibus 17, uicibus 3, et habebo 1530; et hoc est accipere $\frac{3}{5}$ de

1550 (*sic*); et addam postea 24 super 1530, et habebo similiter pro bizantijs primj hominis 1554. Item extraham 3 de 10., et 7 que remanent, ducam in 17 uicibus 5, uicibus 3, et habebo $\frac{7}{99}$ de 2550; et sic possumus eodem modo in similibus operarj.|

Et quia quatuor inuenti numeri sunt sibi inuicem comunicantes; et est senarius fol. 15 recto. comunis eorum mensura; si diuiserimus unumquemque eorum per 6, habebitur solutio huius questionis in minoribus numeris; et summa eorum erit 425, et bizantij primi erunt 250. Secundi 123. Tertij .43.

Epistola suprascripti Leonardi ad Magistrum Theodorum phylosophum domini Imperatoris.

Assiduis rogaminibus et postulationibus á quodam mihi amicissimo inuitatus, ut modum sibi componerem soluendi subscriptas auium et similium questiones; quia ipse tanquam nouiter in hoc magisterio educatus, fortiora pabula in libro meo numeri apposita pauescebat, lac sibi, uelut nouiter genito filio, suauitatis preparans, ut robustius effectus capere ualeat artiora, presentem sibi modum inueni, per quem non solum similes questiones soluuntur, uerum et omnes diuersitates consolaminum monetarum. Et quia ipsum in illa scientia prestantiorem et utilem elegi, uobis, reuerende pater domine Theodore, imperialis aule sume (*sic*) phylosophe, mictendum decreui, ut ipso perlecto, que utilia sunt, uestre celsitudinis probitas, resecatis superfluis, reconseruet.

De auibus emendis secundum proportionem datam.

Quidam emit passeres 3 pro uno denario, et turtures 2 pro uno denario, et columbam 1 pro denarijs 2, et ex his tribus generibus auium habuit aues 30. pro denarijs 30. Queritur, quot aues emit ex uno quoque genere: posui primum passeres 30 pro 10 denarijs, et seruaui denarios .20., qui sunt differentia, que est á 10 denarijs usque in 30; et mutauj unum ex passeribus in turturem, et fuit augmentum in ipsa mutatione $\frac{1}{6}$ unius denarij; quia passer ualebat $\frac{1}{3}$ unius denarij, et turtur ualebat $\frac{1}{2}$ unius denarij, scilicet $\frac{1}{6}$ unius denarij plus pretio passeris: et mutauj iterum unum ex passeribus in columbam, et melioratus sum in ipsa mutatione denarij $\frac{2}{3}$ 1, scilicet differentia que est á $\frac{1}{3}$ unius denarij usque in denarios 2; et feci sextas ex ipso denario $\frac{2}{3}$ 1, et fuerunt sexte .10.: et secundum hoc opportuit me mutare passeres in turtures et columbas, donec ex ipsa mutatione proueniant illi denarij 20, quos superius seruaui: quare ex ipsis feci sextas, et fuerunt sexte 120; quas diuisi in duas partes, quarum una posset diuidi per 10. integraliter, et alia per 1; et suma (*sic*) utriusque diuisionis non ascenderet in 30; et fuit prima pars 110, et alia 10: et diuisi primam partem, | scilicet 110 per 10, et secundam per 1, et habui columbas 11 et turtures 10.: quibus fol. 15 verso. extractis de auibus 30, remanserunt 9 pro numero passerum; qui passeres ualent denarii 3, et turtures 10 ualent denarii 5, et columbe .11. ualent denarii .22; et sic ex istis tribus generibus auium habebuntur aues 30 pro 30 denarijs, ut quesitum est.

De eodem.

Et si uolumus habere aues 29 pro denariis 29, eodem modo possumus operari, videlicet pretium 29 passerum, qui sunt aues uiliores, extrahemus de denariis 22, et de reliquis faciemus sextas, et erunt sexte 110; quas diuidemus iterum in duas partes, quarum una diuidatur integraliter per 10, et altera per 1; et summa utriusque diuisionis non ascendat in 29.; que partes dupliciter fieri possunt: primum ut prima pars

sit 110, secunda 6; et diuidantur 110 per 10, uenient columbe. 11.; et 6 diuidantur per 1, uenient turtures .6.; quibus extractis de 29, remanent 12 pro numero passerum: uel 116 diuidemus in 100 et in 16; et diuidemus 100 per 10, et 16 per 1, et habebimus columbas .10 et turtures 16; relique, que sunt usque in 29., scilicet 3, erunt passeres; et sic soluta est hec questio dupliciter.

Item de auibus.

Et si uolumus habere aues 15 pro denarijs 15, hoc esse non posse sine fractione auium demonstrabo. Verbi gratia: si extraxero pretium 15 passerum de denarijs 15; et de residuis denarijs faciam sextas, que sunt 60, non poterunt diuidj in duas partes, quarum una diuisa per 10, et altera per 1, ueniat numerus integer ex ipsis duabus diuisionibus, qui sit minor de 15.: exempli causa: si diuisero 60 in 50 et in 10; et diuisero 50 per 10, et 10 per 1, ueniente (*sic*) ex ipsis duabus diuisionibus 5 et 10; quibus insimul iunctis faciunt 15, scilicet summa omnium auium; et sic non caderet aliquis passer in hac emptione; quia columbe 5 ualent denarios 10, et turtures 10 ualent denarios 5; et sic ex his duobus generibus auium tantum habentur aues 15 pro denarijs 15; et nec est numerus aliquis alius infra 60 maior quam 00, qui integraliter diuidatur per 10; et minor eo hic locum non habet; quia si poneremus 40 pro una parte, remanent pro alia parte 20: unde si 40 diuidantur per 10, et 20 per 1, egrederentur ex infrascriptis duabus diuisionibus 24 aues; que locum non habent, cum debeant esse 15. Sed si uolemus frangere aues, diuidemus 60 supradicta in 55 et in 5, et diuidemus 55 per 10, uenient columbe $\frac{1}{2}$ 5; et diuidemus 5 per 1, uenient turtures
fol. 16 *recto.* 5. Extractis itaque columbis $\frac{1}{2}$ 5 et turturibus 5 de auibus | 15, remanebunt passeres $\frac{1}{2}$ 4, quorum pretium est denarius 1 et semis; et pretium 5 turturum est denarij $\frac{1}{2}$ 2; et pretium columbarum $\frac{1}{2}$ 5 est denarij 11; et sic ex his tribus generibus auium habentur aues 15 pro denarijs .15.

Et si uolumus habere aues 15 pro denarijs 16, hoc integraliter poterit; quia extractis denarijs 5, scilicet pretium passerum 15, de denarijs 16, remanent denarij 11, qui sunt sexte 66; quibus diuisis in 60 et in 6, diuidetur 60 integraliter per 10, et 6 per 1; et ex ipsis diuisionibus uenient columbe 0 et turtures 0.; relique que sunt usque in 15, scilicet 3, sunt passeres; et sic possumus in omnibus similibus operari. Sed ut ea que dixi liquidius sapientia uestra intelligat, aliam huiusmodi proponam questionem. Videlicet ut passeres 3 dentur pro uno denario; et columba ualeat denarios 2; et perdix ualeat denarios 3; et uolo ex his tribus generibus auium aues 30 pro denarijs 30 habere. Extraham quidem supradicto modo de denarijs 30 pretium passerum 30, quod est .10., remanebunt denarij 20, quos seruabo; et mutabo unum ex passeribus in columbam, et erit melioratio denarius $\frac{2}{3}$ 1, scilicet 5 tertie unius denarij; et mutabo iterum alium passerem in perdicem, et erit melioratio eius denarii $\frac{2}{3}$ 2, hoc est tertie 8, que sunt differentia, que est á pretio unius passeris usque in pretium unius perdicis; et faciam tertias ex denarijs 20 seruatis, et erunt tertie 60; quas diuidam in duas partes, quarum una diuidatur integraliter per 8, et alia per 5; et que ex utraque diuisione peruenerit, non ascendant in 30; eritque una illarum duarum partium 40, et altera 20: et diuidam 40 per 8, uenient perdices .5; et diuidam 20 per 5, uenient columbe 4: relique, que sunt usque in 30, scilicet 21, sunt passeres.

Item passeres 5 ualent denarium 1, et turtures 3 dentur pro uno denario, et columba ualeat denarios 2, et perdix naleat denarios 3; et uolo ex his quatuor generibus auium habere aues 24 pro denarijs 24: ponam pretia uniuscuiusque generis auium in ordine, videlicet $\frac{1}{5}$ et $\frac{1}{3}$ et 2 et 3, ut in margine cernitur; et extraham pretium unius passeris de pretio cuiusque reliquorum trium generum, scilicet $\frac{1}{5}$ de $\frac{1}{3}$ et de 2 et de 3; et residua ponam super ipsa pretia per ordinem, et habebo $\frac{2}{15}$ super $\frac{1}{3}$ et $\frac{4}{5}$ 1, scilicet $\frac{27}{15}$ super 2, et $\frac{4}{5}$ 2, scilicet $\frac{42}{15}$ super 3: deinde pretium 24 passerum extraham de denarijs 24, remanebunt denarij $\frac{1}{5}$ 19; quos multiplicabo per 15, ut faciam ex eis quindecimas, sicut sunt differentie suprascripte, erunt $\frac{1}{15}$ 288; quas diuidam in tres partes, quarum | una integraliter diuidatur per 42, et altera per 27, et tertia per 2; quia melioratio mutationis unius passeris in perdicem est $\frac{42}{15}$, et melioratio mutationis passeris in columbam est $\frac{27}{15}$; et melioratio mutationis passeris in turturem est $\frac{2}{15}$: et ideo diuidende sunt $\frac{1}{15}$ 288 in tres partes, quarum una diuidatur integraliter per 42, secunda per 27, tertia per 2; et quod ex ipsis tribus diuisionibus prouenerit, cadat infra numerum auium emptarum, scilicet infra 24; quod poterit fierj dupliciter: primum de 288 extraham quadruplum de 42 et de 27, scilicet 168 et 108, que sunt in summa 276; et remanebunt pro tertia parte 12: et diuidam 168 per 42, et 108 per 27, et 12 per 2, uenient perdices .4., et columbe 4., et turtures .6., que sunt in summa aues 14.; relique que sunt usque in 24, scilicet 10, erunt passeres. Vel aliter: ponam pro prima parte quincuplum de 42, pro quo habebuntur perdices 5; et pro secunda parte ponam duplum de 27, pro quo habebuntur columbe 2; et ex ipsis 288 remanebunt 24, que sunt duodecuplum de 2, pro quo duodecuplo habebuntur turtures .12; relique uero que sunt usque in 24 aues, scilicet 5, erunt passeres; et sic possumus in similibus etiam et in consolamine monetarum et bizantiorum operari; quod quandocumque vel placuerit dominationi uestre liquidius declarabo.

« et columbe .... $\frac{4}{5}$ 19; quos » (fol. 16 recto, lin. 27-34, pag. 249, lin. 1-8).

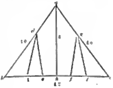
perdix.	columba.	turtures.	passeres
$\frac{42}{15}$	$\frac{27}{15}$	$\frac{2}{15}$	0
3 .	2 .	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{5}$
4 .	4 .	6.	10
5 .	2 .	12	15

fol. 16 *verso*.

De compositione pentagonj equilateri in triangulum equicrurium datum.

Libet etiam solutionem subscripte questionis, quam nuper inueni lumine uestre correctionis transmittere. Videlicet cum in triangulo equicrurio noto protractum sit pentagonum equilaterum, qualiter inueniatur longitudo ipsius lateris, demonstrabo. Esto trigonum .*a b c*., cuius unum quodque latus *a b* et *a c* sit 10, mensura et basis .*b c*. sit 12, et in ipso trigono protractum sit pentagonum equilaterum *a. d. e. f. g*; et uolo inuenire longitudinem unius cuiusque lateris pentagonj: protraham primum in triangulo *a b c* perpendicularem .*a h*., que erit nota, cum nota sint latera *a b* et *b h*; et erit longitudo eius 8; et a puncto *d* super latus .*b c*. protraham cathetum *di*, que equidistabit catheto *a h*; quare triangulus .*d bi*. similis est triangulo .*a bh*.: quare proportio .*ib*. ad *bd* est sicut proportio .*h.b*. ad .*b.a*., nec non et proportio .*i.d*. ad .*d.b*. est sicut proportio .*ha*. ad .*ab*.; sed *h a* ex *a b* est $\frac{4}{5}$, quare et .*i d*. est $\frac{4}{5}$ ex .*d.b*. Et est *b h* ex *b a* $\frac{3}{5}$, cum *b a* sit 10, et *b h* sit .6., scilicet medietas | ex *bc*, erit et .*i.b* ex *b d*. $\frac{3}{5}$. Et quia latera pentagonj *a d* et *a g* sunt sibi inuicem equalia, si auferatur *a d* ex *a b*, et *a g* ex *a c*., remanebunt recte *d b* et *g c* sibi inuicem equales: sunt enim .*gf*. et .*de* equales; due ergo recte *g c* et *g f*. duabus *b d* et *d e* sunt equales; et angulus .*fcg*. angulo .*ebd*. est equalis, cum equicrurium sit trigonum .*abc*.; quare basis *be*. basi .*c f* est equalis: est enim *bh* equalis .*ch*.: unde si ex *b h* auferatur

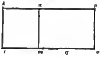
« *d b*. Et est ... scilicet medietas » (fol. 16 *verso*, lin. ultima e margine inferiore; pag. 249, lin. 37-38).



fol. 17 *recto*.

.*be*., et ex *ch* auferatur .*c f*., remanebit *f h*. equalis .*he*: bis itaque omnibus intellectis, ponam unum quodque latus pentagonj rem, et erit *e h*. medietas rei; quare .*be*. erit .6 minus medietate rei; et auferam *a d* ex *a b*, scilicet rem de .10., remanebit .*db*. 10 minus re; de quibus accipiam $\frac{4}{5}$, et habebo pro catheto .*d i*. 8 minus $\frac{4}{5}$ rei. Et accipiam rursus $\frac{3}{5}$ ex *d b*, et habebo .6 minus $\frac{3}{5}$ rei pro linea .*b i*.; est enim et *b e*. 6 minus medietate rei: quare si auferamus *b i* ex *b e*, remanebit .*ie*. $\frac{1}{10}$ rei; et sic eruat latera triangulj .*d.e.i*. nota: et quia angulus .*d.i.e* est rectus, erunt quadrata laterum *d i* et *i e* equalia quadrato linee *d e*.; quod quadratum est census, cum *d e* sit res: quare multiplicabo *d i*, scilicet 8 minus $\frac{4}{5}$ rei, in se, uenient dragme 64 et $\frac{16}{25}$ census minus rebus $\frac{4}{5}$ 12; et multiplicabo .*i.e*., scilicet $\frac{1}{10}$ rei, in se, et ueniet $\frac{1}{100}$ census; quam addam super $\frac{16}{25}$ census et dragmis 64, diminutis rebus $\frac{4}{5}$ 12, et habebo $\frac{13}{20}$ census et dragmas 64, diminutis rebus $\frac{4}{5}$ 12, que equantur censui, scilicet quadrato lateris .*d e*.: unde si addidero utrique parti res $\frac{4}{5}$ 12, et tollam ab utraque parte $\frac{13}{20}$ census, remanebunt $\frac{7}{20}$ census et res $\frac{4}{5}$ 12, que equantur dragmis 64. Et ut hec reducaatur ad censum unum, multiplicanda sunt omnia que habentur per $\frac{6}{7}$ 2, et erit census et res $\frac{4}{7}$ 36, que equantur dragmis $\frac{6}{7}$ 182; et sic reducta est questio ad unam ex regulis algebre. Vnde si ad solutionem quesiti liquidius uenire uolumus, ponam pro censu quadratum .*k.l.m.n*., cuius unumquodque latus sit equale lateri pentagoni supradicti; et ducam secundum rectitudinem latera .*k n*. et *l m* in puncta .*p.o*; et fit unaqueque rectarum .*np*. et .*m.o*. $\frac{4}{7}$ 36; et diuidatur recta *m o*. ad punctum .*q*. in duo equa, et erit .*m.q*. $\frac{2}{7}$ 18: et quoniam quadratum *k m* est census, erit latus .*m.n*. res; et unumquodque laterum *n p* et .*m o*. est $\frac{4}{7}$ 36; quare tota superficies *n o*. est res $\frac{4}{7}$ 36: cui superficiei, si addatur quadratum *k m*, erit tota superficies rectiangula .*k o*. | census et res $\frac{4}{7}$ 36; que, ut superius inuenctum est, equantur dragmis $\frac{6}{7}$ 182: ergo superficies *k o* est dragme $\frac{6}{7}$ 182.; que superficies prouenit ex *kl* in *l o*; sed *k l* equalis est recte *l m*.; ergo ex ductu *lm*. in .*lo*. proueniunt $\frac{6}{7}$ 182; quibus si addatur multiplicatio ex *mq*. in se, hoc est ex $\frac{2}{7}$ 18, egredientur $\frac{11}{49}$ 517 pro quadrato linee .*l q*.: de quorum radice, que est secundum propinquitatem 22 et minuta 44 et secunda 33 et tertia 15 et quarta 7, si auferatur linea *m q*., scilicet $\frac{2}{7}$ 18, remanebunt pro quantitate rei .*lm*., hoc est pro quantitate unius cuiusque lateris pentagonj, 4 et minuta 27 et secunda 24 et tertia 40 et quarta 50. Inueni etiam his diebus alias solutiones super similibus questionibus, quas dominationi uestre, quandocumque placuerit, destinabo.

* addatur .... rectiangula .*ko*. | (fol. 17 *recto*, lin. 36, 37 e margine inferiore; pag. 250, lin. 23).



fol. 17 *verso*.

Modus alius soluendi similes questiones.

Item pono solutionem sequentis questionis per quemdam pulchrum modum. Nam questio talis est. Quinque homines denarios habent, ex quibus primus cum medietate denariorum secundi habet 12. Secundus cum $\frac{1}{3}$ denariorum tertij hominis habet 15. Tertius cum $\frac{1}{4}$ denariorum quartj habet 18. Quartus cum $\frac{1}{5}$ denariorum quinti habet 20. Quintus cum $\frac{1}{6}$ denariorum primj habet 23: ponam hos quinque homines in ordinem, et sub unoquoque ponam suam petitionem, ut hic cernitur.

15760	11268	10161	7428	4938
23	20	18	15	12
Quintus	Quartus	Tertius	Secundus	primus
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{6}{7}$ $\frac{22}{103}$ 21.	$\frac{3\ \ 64}{7\ 103}$ 15.	$\frac{4}{7}$ $\frac{9}{103}$ 14	$\frac{6\ \ 61}{7\ 103}$ 10	$\frac{2\ \ 61}{7\ 103}$ 6

Et incipiam á 2, qui sunt sub uirga primi hominis, et multiplicabo 2 per 12, qui sunt super ipsum primum, erunt 24; de quibus tollam multiplicationem de 1, quod est super 2, in 15, remanebunt 9.; que multiplicabo per 3, que sunt sub uirga secundi hominis, erunt 27; quibus addam multiplicationem de 1, quod est super 2, in 1, quod est super 3 ductam in .18., que sunt super tertium hominem, erunt 45.; que ducam in 4, que sunt sub uirga eiusdem tertij hominis, erunt 180; de quibus tollam id quod prouenit ex ducto 1, quod est super 2, in 1 quod est super 3, in 1 quod est super 4, quod in 20, remanebunt 160; que ducam in 5, que suut sub uirga quarti hominis, erunt 800; quibus addam 23, que proueniuut ex ducto 1, quod est super 2, in 1 quod est super 3, | quod in 1 quod est super 4, quod in 1 quod est super 5, fol. 18 *recto*. quod in 23, erunt 823; que multiplicabo per 6, que sub uirga quintj hominis, eruut 4938, que seruabo super primum hominem. Et operabor similiter in reliquis quatuor hominibus, videlicet multiplicabo 3, que sunt sub uirga, per 15, et tollam semel 18, et residuum multiplicabo per 4, erunt 108.; quibus addam multiplicationem de 1 quod est super 3, in 1 quod est super 4, ductam in .20., erunt 128; que ducam in 5, et tollam 23, que ueniunt ex uno quod est super 4, quod in 1 quod est super 5, quod in 23, remanebunt 617; que ducam in 6, que sunt sub uirga quinti hominis, eruut 3702; quibus addam 12., que proueniunt ex 1 quod est super 3, in 1 quod est super 4, quod in 1 quod est super 5, quod in 1 quod est super 6, quod in 12, erunt 3714; que ducam in 2 que sunt sub uirga primj hominis, erunt 7428, que seruabo super secundum hominem. Rursus multiplicabo 4, que sunt sub uirga, per 18, et tollam semel 20, residuum multiplicabo per 5, et addam 23, que proueniunt ex 1 quod est super 4, in 1 quod est super 5, quod in 23; et totum illud multiplicabo per 6 que sunt sub uirga, erunt 1698; de quibus tollam 12, que proueniunt ex 1 quod est super 4, in 1 quod est super 5, quod in 1 quod est super 6, quod in 12, remanebunt 1686; que ducam in 2 que sunt sub uirga, erunt 3372; quibus addam 15, que proueniunt ex 1 quod est super 4, in 1 quod est super 5, quod in 1 quod est super 6, quod in 1 quod est super 2, quod in 15, quod in 15 (*sic*), erunt 3387; que ducam in 3 que sunt sub uirga, erunt 10161, que seruabo super tertium hominem. Et cum eodem modo operatus fuero in inuenctione quartj et quintj numeri, habebo super quartum hominem 11268, et super quintum 15760: deinde multiplicabo 2 per 3, que per 4, que per 5, que per 6 que sunt sub uirgulis, erunt 520; et multiplicabo .1. quod est super 2, in 1 quod est super 3, quod in 1 quod est super 4, quod in 1 quod est super 5, quod in 1 quod est super 6, uenient 1; quod addam cum 720, cum propositorum hominum numerus sit inpar; quia si esset par, tolleretur, et erunt 721; in quorum regula, que est $\frac{1}{7}$ de 103, diuidendi sunt suprascripti numeri per ordinem, et habebo quantitates uniuscuiusque eorum, ut superius in questione cernitur.

Inuestigatio unde procedat inuentio suprascripta.

Et si unde talis inuentio procedat | habere uolueritis, uobis illud, tanquam do- fol. 18 *verso*. mino uenerando mittere procurabo. Soluuntur etiam similes questiones aliter, ut in libro meo denominato uestra sapientia poterit inuenire. Et si super denarios unius cuiusque adderetur eadem pars denariorum reliquorum quatuor hominum, que ad-

ditur in dicta questione unicuique de suo consequente, et haberet primus 12, Secundus 15, et cetera ut supra, tunc questio esset insolubilis, nisi concederetur, primum habere debitum; quod debitum esset $\frac{97}{197}$ 13. Et Secundus haberet $\frac{1}{2}\,\frac{143}{197}$ 3. Tertius $\frac{29}{197}$ 11. Quartus $\frac{1}{2}\,\frac{123}{197}$ 15. Quintus $\frac{20}{197}$ 20.

Incipit liber quadratorum compositus à leonardo pisano.
Anni. M. CC. XXV. fol. 19 recto.

Cvm Magister dominicus pedibus celsitudinis uestre, princeps gloriosissime domine .F., me pisis duceret presentandum, occurrens Magister Johannes panormitanus, questionem mihi proposuit infrascriptam, non minus ad geometriam quam ad numerum pertinentem; vt inuenirem numerum quadratum, cui quinque additis uel diminutis, semper inde quadratus numerus oriretur : super cuius questionis solutione á me iam inuenta considerans, uidi quod habebat originem solutio ipsa ex multis que quadratis et inter quadratos numeros accidunt. Nuper autem cum relationibus pisis positis, et aliorum reddeuntium ab imperiali curia, intellexerim quod dignatur uestra sublimitas maiestas legere super librum quem composui de numero, et quod placet uobis audire aliquotiens subtilitates ad geometriam et numerum contingentes; rememorans in uestra curia et a uestro phylosopho suprascriptam mihi propositam questionem, ab ea sumpsi materiam, et opus incepi ad uestrum honorem condere infrascriptum , quod uocari librum uolui quadratorum, ueniam postulans patienter, si quid in eodem plus uel minus iusto uel necessario continetur, cum omnium habere memoriam, et in nullo peccare sit diuinitatis potius quam humanitatis; et nemo sit uitio carens et undique circumspectus.

Consideravi super originem omnium quadratorum numerorum, et inueni, ipsam egredi ex ordinata imparium ascensione. Nam unitas quadrata est, et ex ipsa efficitur primus quadratus, scilicet unum; cui unitati addito ternario facit secundum quadratum, scilicet .4., cuius radix est 2.; cui etiam additioni, si addatur tertius impar numerus, scilicet 5, tertius quadratus procreabitur, scilicet 9, cuius radix est 3.; et sic semper per ordinatam imparium collectionem ordinata consurgit et series quadratorum. Vnde cum uolumus .II.^{os} quadratos numeros inuenire, quorum additio faciat quadratum numerum, accipiam qualem uoluero quadratum imparem, et habebo ipsum pro uno ex duobus dictis quadratis; reliquum inueniam ex collectione omnium imparium , qui sunt ab unitate usque ad ipsum quadratum imparem. Verbi gratia : accipiam 9 pro uno ex dictis duobus quadratis, reliquus habebitur ex collectione omnium imparium, qui sunt sub .9., scilicet de 1 et 3 et 5 et 7., quorum summa est 16, qui est quadratus; quo addito cum 9. egredientur 25., qui numerus est quadratus. Et si geometrica uti uolumus demonstratione, adiaceant quotcumque numeri impares ab unitate per ordinem

ascendendo, donec extremus eorum quadratus fiat, et sint $\overset{3}{.ab.}$ $\overset{7}{.bc.}$ $\overset{6}{.cd.}$ $\overset{7}{.de}$ $\overset{9}{.ef}$; et sit $\overset{9}{.ef.}$ quadratus: et quoniam $ef.$ est quadratus, et $\overset{10}{.ae.}$ est quadratus, cum procreetur ex ordinata collectione imparium $.ab.$ et $.bc.$ et $.cd.$ et $be.$; et totus $\overset{25}{.af.}$ numerus est similiter quadratus; et sic ex duobus quadratis ae et $ef.$ fit quadratus $.af.$ Item aliter accipiam aliquem quadratum parem, cuius medietas sit par | ut 36, cuius medietas est 18; et auferam ab eo, et addam eidem .1., egredientur 17 et 19, qui sunt impares numeri et continui, cum nullus impar numerus cadat inter eos: ex horum quoque addictione progreatur (*sic*) 36, qui est quadratus; et ex addictione reliquorum imparium, qui sunt ab uno usque in 15, procreatur 64; ex quibus duobus quadratis procreatur 100, qui est quadratus, et procreatur ex collectione imparium numerorum, ∸ qui sunt ab uno usque in 19. Vel accipiam quadratum numerum imparem, cuius tertia pars sit integra, ut 81., cuius tertia est 27; et accipiam ipsum 27 cum duobus imparibus numeris, quibus ipse est medius, scilicet 25 et 29; et hi tres numeri coniuncti faciunt .81., qui est quadratus; et ex alijs, qui sunt ab uno usque in 23, egredientur 144, cuius radix est 12: additis ergo 144 cum 81 exit summa collectionis imparium numerorum, qui sunt ab uno usque in 29, scilicet 225; qui numerus est quadratus, et est eius radix 15. Simili quoque modo possunt inueniri quatuor et plures continui impares numeri, ex quorum collectione procreatur quadratus numerus; et ex reliquis, qui sunt sub ipsis usque ad unitatem, procreabitur alius quadratus; et ipsi duo quadrati facient semper quadratum numerum. Similiter inuenj, unum quemque quadratum excedere ipsum quadratum, qui ante eum est immediate, secundum quantitatem addictionis radicum ipsorum. Verbi gratia: 121, cuius radix est .11., excedit 100, cuius radix est 10, secundum quantitatem addictionis de 10 et 11, scilicet radicum ipsorum. Quare unus quisque quadratus excedit secundum quadratum ante ipsum, secundum quantitatem quadrupli radicis quadrati, qui est in medio eorum, ut 127 qui excedit 81 in quadruplum de 10; et sic possunt inuenirj differentie que sunt inter quadratos per distantiam radicum ipsorum. Et quando due continue radices aggregate faciunt quadratum numerum, tunc quadratus maioris radicis equabitur duobus quadratis. Similiter quando quadruplum alicuius radicis est quadratus, tunc quadratus sequentis radicis equabitur duobus quadratis, quorum unus erit ille qui creatus est ex quadruplo predicto, et alius est, cuius radix est uno minus radice quadruplicata. Vt si quadruplicetur 9, egredietur .36. Ergo 100, cuius radix est .10., equatur 64, cuius radix est 8. et 36 qui fuit quadruplum de 9. Et nota, quia ex quadruplicatione alicuius numeri non egredietur quadratus nisi ipse fuerit quadratus quia, ut, Euclides ostendit, cum proportio numeri ad numerum est sicut proportio quadratorum; tunc factus ex multiplicatione eorum quadratus eorum; et quia .4. quadratus est, oportet ut fiat quadratus ille numerus quem multiplicat, ut factus ex eis sit quadratus. Et sic possumus multimode tres quadratos numeros inuenire, quorum unus semper equabitur reliquis ag-

ₐ Item aliter . . . . ut par ₐ (fol. 19 *recto*, lin. ultima e margine inferiore; pag. 254, lin. 5).

a — *b* — *c* — *d* — *e* — *f*

fol. 19 *verso*.

ₑ addictionis . . . . quadratus excedit ₑ (fol. 18 *verso*, lin. 19, 20 e 21; pag. 254, lin 23-24).

a — *b* — *d* — *g*

∸ *ad inueniendum plures quadratos numeros.*

Ex hoc regula de collectione duorum numerorum quadratorum possumus recolligere plures numeros quadratos; et ut hoc aperte uideamus, uolumus colligere 5 quadratos numeros, quorum primus et secundus simul iuncti faciunt quadratum numerum, et super eorum, tertio addito, eueniat quadratus numerus; et etiam super addictionem predictorum trium, quarto numero addito, fit quadratus numerus, et superaddito quinto fiat quadratus numerus. Ita exercemus: ponamus primus numerus eorum 9, et per dictam regulam inueniemus secundum numerum isto modo; quod colligemus omnes impares numeros qui sunt ab 1 usque in 9.; qui numeri impares sunt ista .1. 3. 5. 7, et omnes simul additi faciunt 16 pro secundo quadrato; ita quod si addideris cum 9, habebis 25.; et per suprascriptum modum potest inueniri tertius quadratus, quod ponebis in margine omnes quatuor impares numeros, qui sunt ab 1 usque in .25, qui sunt 1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. 21. 21.; et omnes additi faciunt 144. pro tertio numero quadrato; et adde cum summa predictorum duorum quadratorum, que est 25, habebis 169 pro summa trium quadratorum: et isto modo inuenies quartum quadratum, ponendo omnes impares, qui sunt ab 1 usque in 169, et inuenies quartum quadratum esse 7056; et summa predictorum trium numerorum superaddita, que est 139, erit eorum summe 7225; et isto modo, et ex predicta suma (*sic*) potest inuenirj quintus quadratus, ponendo omnes impares numeros, qui sunt ab 1 usque in 7225, et inuenies pro quinto quadrato eorum 13046444; cui quinto numero, si addideris summam predictorum quatuor, habebis pro summa omnium 5 numerorum quadratorum 13053769; et isto modo poteris plures quadratos numeros inuenire.

gregatis. Sed unde oriatur, omnem quadratum excedere | quadratum antecedentem sibi, secundum quantitatem addictionis radicum ipsorum, ut diximus, patebit si radices eorum ponamus in lineas *a b* et *b g*. Et quoniam *a b* et *b g* sunt numeri continui, erit unus eorum maior alio 1. Sit ergo *b g* uno plus quam *a b*, et auferatur ex *b g* unitas *d g*., remanebit *.b d*. equalis *.b a*.: et quoniam *.b g*. numerus diuisus est in duo, scilicet in *b d* et *d g*, erit multiplicatio *.b d*. in se cum. *dg* in se et cum duplo *d g*. in *.b d*. equalis multiplicationi *.b g* in se. Sed multiplicatio *b d* in se equatur multiplicationi *a b* in se. Ergo quadratus qui fit á numero *.b g*. superhabundat eum, qui fit a numero *.a b*., secundum quantitatem multiplicationis *g d* in se et dupli *.g d*. in *b d*. Sed multiplicatio *.d g*. in se est unus, qui est equalis unitati *.d g*., uel est eadem; et multiplicatio dupli *.d g*. in *.b d*. facit duplum ex *b d*., cum *.d g*. sit .1.; ergo duplum *.b d*. est *.a d*.; ergo quadratus, qui fit á numero *b g*, excedit quadratum qui fit á numero *.a b*., secundum quantitatem addictionis radicum eorum, que sunt *.a b*. et *b g*.; quod opportebat ostendere.

fol. 20 *recto*.

« erit multiplicatio . . . . superhabundat eum » (fol. 20 *recto*, lin. 6-8; pag. 255, lin. 6-8).



Aliter quoniam *b d* numerus equatur numero *.b a*., erit totus *a d* diuisus in duo equa super punctum *b*., cui addita est unitas *.d g*.; erit ergo multiplicatio *d g* in *a g* cum quadrato qui fit á radice *.a b*. equalis quadrato qui fit à radice *b g*: quare quadratus, qui fit á numero *b g*, excedit quadratum qui fit á numero *a b*, secundum id quod fit ex ductu *d g* in *.a g*. Sed *dg* in *ag* facit numerum *.ag*., cum *dg* sit unum. Ergo quadratus *b g* excedit quadratum, qui fit ab *.a b*., secundum addictionem radicum ipsorum; que addictio est numerus *.a g*. Similiter ostendetur, omnem quadratum excedere omnem quadratum minorem sui, secundum multiplicationem superhabundantię radicum ipsorum in addictionem utriusque radicis. Verbi gratia: sint due radices duorum quorumlibet quadratorum *a g* et *g b*.; et sit *g b* maior quam *a g*., secundum numerum *.d b*. Quare multiplicatio *a g* in se cum *d b* in *a b* equatur multiplicationi *.g b*. in se; ergo quadratus, qui fit á numero *.g b*., excedit quadratum qui fit ab *.a g*. in id quod radix *g b*. excedit radicem *a g*. ductum in utramque radicem, scilicet in hoc quod fit ex ductu *d b* in *a b*; quod opportebat ostendere.

« superhabundantię .... cujdere » (fol. 20 *recto*, lin. 24 e 25; pag. 255, lin. 22-23).



Est enim alius modus inueniendi duos quadratos fatientes coniunctum ex eis numerum quadratum, qui in x° euclidis reperitur. Adiaceant duo quadrati numeri simul pares uel impares *a b*. *b g*.; quare compositum ex eis *a g* erit par; et esto *a b* maior quam *.bg*., et diuidatur *a g* in duo equa secundum *.d*. Numerus ergo integer est *.a d*., cum sit medietas numeri *a g*. Et extracto *a d* ex *a b*. numero, remanebit *d b* numerus integer. Et quoniam *a g* numerus diuisus est equaliter | et inequaliter in *.d.b*., erit multiplicatio *a b* in *b g* cum quadrato qui fit á numero *.d b*., equalis quadrato qui fit á numero *d g*.; sed id quod fit ex ductu *.a b* in *b g* quadratus est, cum quadrati sint numeri *a b* et *b g*., quadratus est etiam id quod fit á numero *d b*.; et sic inuenti sunt duo quadrati facientes coniunctum ex eis quadratum numerum, ipsum videlicet qui fit á numero *d g*.; quod opportebat facere.

« *db*. numerus .... est equaliter » (fol. 20 *recto*, lin. ultima e margine inferiore; pag. 255, lin. 33 e 34.



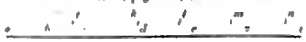
fol. 20 *verso*.

Volo demonstrare quare ex ordinata imparium collectione, ab uno incipiendo in infitum. egrediatur ordinata series quadratorum: adiaceant numeri continui ab unitate *.A*. quotcumque *bg*. *gd*. *d e*. *ez*. *z i*., et componatur *.b g*. cum *.A*. unitate, et egrediatur numerus *.t*.: similiter componatur unusquisque numerus cum suo antecedente

et cum suo sequente, et sit compositus numerorum *b g.* et *gd.* numerus *.k.*; numerorum uero *g d* et *d e* numerus *.L.*; numerorum autem *de* et *eo* numerus *.M.*, ipsorum uidelicet qui sunt *e z* et *z i* numerus *.N.*: dico primum, numeros *.t.k.l.m.n.* impares esse et continuos ab unitate; numerus enim *.z i.* aut par est aut impar: si par est numerus *z i.*, impar est numerus *.e z.*; et si impar est numerus *z i.*, par est numerus *.e z.*; continui enim sunt. Quare compositus numerorum *ez. zi.*, scilicet *.n.*, est impar. Similiter ostendemus, compositum numerorum *de. ez.*, scilicet *.m.*, imparem esse. Eodemque mudo numeros *l.k.t* impares esse monstrabuntur: dico quidem, continuos impares esse numeros *.t.k.l.m.n.* Ex coniuncto quidem *e z* cum *z i* factus est numerus *.n.*; et ex coniuncto *d e* cum *e z* factus est numerus *.m.* Quot ergo superhabundat numerus *z i.* numerum *.de.*, tut superhabundat numerus *.n.* numerum *.m.* Superhabundat enim *.zi.* numerum *e z* in uno, in quo etiam numerus *.e z.* superbabundat numerum *.d e.* Ergo numerus *z i.* superhabundat numerum *.d e.* in duobus. Quare numerus *.n.* superhabundat numerum *.m.* similiter in duobus, in quibus etiam inuenietur eodem modo, numerum *.m.* superhabundare numerum *.l.*, et numerum *l.* numerum *.k.*, et numerum *.k.* numerum *.t.*, et numerum *.t.* unitatem *.A.*: continui ergo impares sunt ab unitate numeri *.t. k. l .m. n.*, ut prediximus.

Et ut ostensum est superius, quadratus qui fit a numero *z i.* excedit quadratum qui fit á numero *.e z.* in numero qui fit ex coniuncto *.e z. zi.*, hoc est in numero *.n.* Similiter ostendetur, quadratus qui fit á numero *.ez.* superhabundare quadratum qui fit á numero *.d e.* in coniuncta numerorum *.d e. e z.*, hoc est in numerum *.m.* Et quadratus, qui fit á numero *.d e.*, superhabundat quadratum qui fit á numero *g d.*, secundum numerum *.l.* Et quadratus, qui fit á numero *.g d.*, superhabundat quadratum qui fit á numero *.b g.*, secundum *.k.*; et quadratus á numero *b g.* superhabundat quadratum unitatis, secundum numerum *.t.*: est enim *.t.* ternarius, et *.bg.* est binarius; ergo si super quadratum unitatis, hoc est super *.t.*, addatur numerus *.t.*, in quo quadratus numeri *.b g.* superhabundat quadratum unitatis, ueniet quadratus numeri *.b g.*; super quem, addito numero *.k.*, ueniet quadratus numeri *.g d.*; super quem quadratum, | si addatur numerus *.l.*, ueniet quadratus numeri *.d e.*; super quem quadratum, si addatur numerus *.m.*, ueniet quadratus numeri *.e z.*; super quem iterum, si addatur numerus *.n.*, in quo quadratus numeri *z i.* superhabundat quadratum numeri *.e z.*, manifeste ueniet quadratus numeri *.z i.* Sunt enim numeri *A. b g. g d. d e. e z. z i.* continui, et eorum quadrati surgunt ex cullectione continua impari numerorum *.a. t. k. l. m. n.*, ut opportebat ostendere.

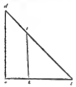
« numero .A. .... quem quadratum » (fol. 20 verso, lin. ultima e margine inferiore; pag. 256, lin. 28).



fol. 21 recto.

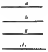
Inuenire duos numeros, quorum quadrati insimul iuncti faciunt quadratum factum ex coniunctione quadratorum duorum aliorum numerorum datorum: sint dati duo numeri *.a* et *b.*, quorum quadrati insimul iuncti faciant quadratum numerum *.g*: oportet duos alios numeros inuenire, quorum quadrati insimul coniuncti faciant equale numero *.g.* quadrato. Inueniantur alij duo numeri, quorum quadrati insimul iunctj faciant quadratum numerum, ex mensura quorum faciant recte *.d e. e z.*, et componantur facientes angulum rectum, ipsum uidelicet qui est sub *d e z.*; latus quoque *d z* potest super latera *d e.* et *e z*: quadratum quidem, qui fit á recta *.d z.*, aut est equalis numero *.g.* aut non: esto prius equalis; inuencti sunt ergo duo alij uumeri, quorum qua-

« duo numeros .... mero: et » (fol. 21 recto, lin. 12-19; pag. 256, lin. 39 — pag. 257, lin. 4).



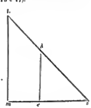
dratj coniuncti faciunt quadratum numerum equalem numero .g., quorum unus est equalis recte .d e., alter est equalis recte .e z. Si autem quadratus qui fit á recta .d z, hoc est á numero .d z., non est equalis numero .g., erunt itaque maior ipso uel minor: esto prius maior; et quoniam quadratus, qui fit á numero .d z., maior est numero .g., erit numerus .d z. maior radice .g.: accipiatur ergo radix numeri .g., que sit .i. numerus, et accipiatur equalis .I. á numero .d z., fitque .t z.; et á puncto .t. super rectam .e z. cathetus protrahatur .t k.; equidistans ergo est .t k. recte .d e. Quare triangulus .t k z similis est triangulo .d e z.; est ergo sicut .z d. ad .z t., ita .d e. ad .t k. Sed proportio .z d. ad .z t. est nota; raciocinate enim sunt ambe. Quare et proportio .d e. ad t k. erit similiter nota. Et cum .d e. sit raciocinata. Quare erit et recta .t k. etiam numerata. Similiter ostenditur, rectam .z h. esse raciocinatam, cum proportio eius sit ad z e. sicut .z t. ad .z d.; numerate ergo sunt .t k. et .k z., quorum quadrati insimul coniuncti faciunt quadratum, qui fit á recta .t z. Sed numerus quadratus qui fit á numero .tz. equalis est ei qui fit á numero .I, radix cuius est numerus .I. numeri g. Ergo quadratus, qui fit á .t z., equalis est numero .g; inuenti sunt enim duo numeri tk et kz., quorum quadrati insimul coniuncti faciunt equale quadr ato numero .g. Rursus sit minor .d z. quam .I., et protra|hatur recta z d usque ad .l., ut sit z l equalis numero .I. Similiter protrahetur z e in .m, et copuletur .l m., et fit equidistans .l m. recte .d e., quoniam similis est triangulus .d e z. triangulo .l m z., et est nota proportio .z d. ad .z l.; erunt ergo noti numeri z m. et m l.: inuuencti ergo sunt duo numeri .l m. et .m z., quorum quadrati coniuncti faciunt quadratum equalem numero .g., cum .l z. sit equalis radici eius; quod opportebat facere.

« quoniam quadratus .... Quare et » (fol. 21 *recto*, lin. 20-25; pag. 257, lin. 4-9).

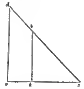


« faciunt equale .... et protra|hatur » (fol. 21 *recto*, lin. ultima, margine inferiore, fol. 21 *verso*, lin. 1; pag. 257, lin. 16 e 17).

fol. 21 *verso*.

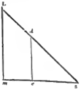


« quorum quadrati .... numerus tk. » (fol. 21 *verso*, lin. 5-13; pag. 257, lin. 20-29).



Et ut hec in numeris habeantur, sit .a. 5, et b. 12; quare .g, qui est coniunctum ex quadratis numerorum .a.b., est 169., et eius radix, scilicet .I., est .13.; et adiaceant due linee .d e et e z angulum rectum continentes, qui est .de z.; et sit recta de .15, et e z. .8.; quare d z erunt .17., et sumpta est in recta d z recta zt equalis .I.; est ergo .zt .13, et producta est recta .t k. equidistans recte d e.; quare est sicut z d. ad .z t., ita .d e. ad .t k.: multiplicabis ergo .z t. in d e., hoc est 13 per 15, et diuides summam per d z., hoc est per 17, exibit numerus t k. $\frac{2}{17}$ 11. Similiter si multiplicaueris z t per ze., et diuiseris per .z d., exibit h z $\frac{2}{17}$ 6.; et sic inuencti sunt duo numeri, scilicet .t k. et k z., quorum quadrati coniuncti faciunt numerum .g., hoc est quadratum qui fit á z t. Similiter ostendetur, si numerus .d z. fuerit minor .I., ut in alia figura, in qua ponemus ut sit d e .4 et e z .3. Quare d z. est .5.; et protracta est z d. in l., et est .z l. equalis .I., scilicet .13.; et est sicut .z d. ad .z l., ita .d e. ad .l m. Quare multiplicabis .z l in d e, et diuides per z d., exibit .l m. $\frac{2}{5}$ 10. Similiter diuisa multiplicatione ex z l. in z e. per .z d., scilicet 39 per 5, exibit m z $\frac{4}{5}$ 7; et sic inuencti sunt alij duo numeri facientes compositum ex quadratis ipsorum 169., qui sunt $\frac{2}{5}$ 10 et $\frac{4}{5}$ 7; et sic ostenditur, hoc posse fieri in infinitis modis.

« kz. $\frac{2}{17}$ 6.; .... hoc posse » (fol. 21 *verso*, lin. 15-22; pag. 257, lin. 30-38).



Si quatuor numeri non proportionales proponuntur, et sit primus minor secundo, et tertius minor quarto, et agregatus ex quadratis primj et secundi multiplicetur per aggregatum quadratorum tertij et quarti, et neuter ex aggregatis quadratus fuerit, egredietur numerus, qui duobus modis equabitur duobus quadratis numeris: et si unus tantum ex agregatis fuerit quadratus, tunc equabitur egressus numerus duobus quadratis tripliciter: et si ambo compositi quadrati fuerint, tunc egressus equabitur duo-

bus quadratis quadruplicitcr; et hec intelligantur sine fractione. Sint nij.^{or} numeri non proportionales $a.\ b.\ g.\ d.$, et sit autem $.a.$ minor $.b.$, et $g.$ minor $.d.$; et si compositus quadratorum ex numeris $.a.b.$ numerus est $.e.$, compositus quidem ex quadratis |

fol. 22 recto.

numerorum $.g.d.$ esto $.z.$; et multiplicetur $.e.$ per $.z.$, egrediatur numerus $.ef.$, et non sit qnadratus aliquis numerorum $.e.z$; dico quod numerus $.c\ f.$ equatur duobus quadratis,

« numeris . . egre|diatur » (fol. 22 recto, lin. 3 e 4, pag. 252, lin. 6 e 7).



duobus numeris etiam duobus modis: multiplicatur primum $.a$ per g, et egrediatur numerus $.tk.$, et ex $.b.$ in $.d.$ egrediatur $.kl.$, et ex $.a.$ in $.d.$ egrediatur $.m.n.$, et ex $b.$ in $.g.$ egrediatur $.n.o.$ Et quoniam numeri $a.b.g.d.$ proportionales non sunt, et est minor $.a$ quam $.b.$, et $.g.$ quam $d.$, multiplicationes supradictas inequales esse necesse est; et

« quam $d.$ .... sit $n.kl$ » (fol. 22 recto, lin. 6, pag. 258, lin. 9 e 10).



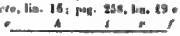
est minor $t\ k$ quam $k\ l.$, quod sit $n.kl:$ ex $k\ l$ summatur $.k\ p.$ equalis $.t\ k.$ Similiter numerorum $.m.n.n$ o sit maior $.n$ o. quam $.m\ n.$, et adiaceat $n\ q.$ equalis $.m.n.$; dico quod numerus $.c\ f.$ equatur coniunctioni quadratorum qui fiunt á numeris $tl.$ et $qo.$, et á numeris $.m.a.$ et $p\ l.$; quoniam ex ductu $.e.$ in $.z.$ prouenit $.c\ f.$, et est $.e.$ summa duorum quadratorum qui fiunt á numeris $.a.b.$ Ergo $.c\ f.$ prouenit ex multiplicatione quadrati qui fit á numero $.a.$ in $.z.$, et á numero $.b.$ in $.z.$ Sit ergo $.c\ i.$ id quod egreditur ex mnltiplicatione eius qui fit ab $.a.$ in se, scilicet quadrati ipsius $.a.$ in $z.$; remanebit ergo $.I\ f.$ pro numero qui fit ex duetu quadrati numeri $.b.$ in $.z.$ Sed $.z.$ est

« quadra|torum .... remanebit » (fol. 22 recto, lin. 10, 11-13; pag. 258, lin. 14-17).



coniunctio quadratorum qui fiunt á numeris $.g\ d.$ Quare multiplicatio qnadrati, qui fit á numero $.a.$ in $.z.$, equatur multiplicationibus duabus, videlicet quadrati qui fit ab $.d.$ in quadratum qui fit á numero $.g.$, et in quadratum qui fit á numero $.d.$ Sit ergo $.c\ h.$ id quod egreditur ex multiplicatione quadrati, qui fit ab $.a.$, in quadratum qui fit á numero $.g.$; erit ergo $h\ i.$ id quod egreditur ex multiplicatione quadrati qui fit á numero $.a.$ in eum qui fit á numero $.d.$ Item $.i\ r.$ sit multiplicatio eius qui fit á numero $.d.$ in eum qui fit á numero $g.$; remanebit ergo $.r\ f.$ illud quod fit ex ductu quadrati qui fit á numero $.b.$ in eum qui fit á numero $.d.$: diuisus est ergo totus numerus $.c.f.$ in nij^{or} numeris qui sunt $c\ h.\ h\ i.\ i\ r.\ r\ f.$; et est quadratus unusquisque eorum, cum factus sit ex multiplicatione quadrati numeri in quadratum numerum, quorum radices esse ostendam $t\ k.\ k\ l.\ m\ n.\ n\ o$: primum quidem ostendam, quadratum, qui fit á numero $.t\ k.$, equalem esse numero $.c\ h.$; est enim $c\ h$ factus ex multiplicatione quadrati qui fit a numero $.a.$, in quadratum qui fit á numero $.g.$ Sed $t\ k$ factus est ex multiplicatione $.a.$ in $.g.$; quare quadratus, qui fit á numero $t\ k$, equatur quadrato qui fit ab eo ex $g.$ Similiter ostendetur, quadratum, qui fit ex a in eum qui fit ex $.d.$, equarj quadrato quod fit á numero $.m\ n.$, idest equari numero $.h.i.$, et quadratum qui fit á numero $k\ l.$ numero $.i\ r.\ r\ f.$; et adhuc quadratus, qui fit á numero $.n$ o., equatur numero $.i\ r.\ rf$: demonstrandum qnidem restat, duos quadratos, qui fiunt á numeris $.t\ l.$ et q o., vel fiunt á numeris $.m.o.$ et $p\ l.$, equales esse nn.^{or} quadratis qui fiunt á numeris $.t\ k.\ k\ l.\ m\ n.\ no.$: quibus ostendam primum equales esse

« $.a.$ in $.z.$ .... quadratum » (fol. 22 recto, lin. 16; pag. 258, lin. 19 e 20.



fol. 22 verso.

illj | qui fiunt á numeris $.t\ l$ et q o.; quadratus quidem, qui fit á numero $.t\ l.$, equatur duobus ex predictis quatuor quadratis, eis qui fiunt á numeris $.t\ k.\ k\ l.$, et duplo multiplicationis $.t\ k$ in $l\ k.$ Quare restat demonstrandum quod duplum multiplicationis $t\ k$ in $k\ l.$ cum quadrato qui fit á numero $.q$ o., faciant equalem duobus reliquis quadratis, eis videlicet qui fiunt à numeris $.m\ n.\ n\ o.$ Ostendam primum quod $t\ k$ in $k\ l.$ equatur $.m\ n.$ in $.n\ o.$ Est enim $t\ k$ id quod fit ex $a.$ in $g.$, et $k\ l.$ est factus ex $.b.$ in

« $no.$ Ostendam .... Est enim » (fol. 22 verso, lin. 6; pag. 258, lin. 42 e 43).



.*d*. Ergo multiplicatio .*t k*. in *k l* egreditur ex multiplicatione .*a*. in .*g* ducta in multiplicationem ex *b*. in *d*. Similiter multiplicatio .*m n*. in .*n o*. surgit ex multiplicatione .*a*. in .*d*. ducta in multiplicationem .*b* in *g*. Quare *m n*. in .*n o*. est sicut .*t k* in *k l*. Ergo opportet demonstrare, duplum .*m n*. in .*n o*. cum quadrato qui fit á numero .*q o*., equalem esse quadratis qui fiunt á numeris *m n*. et .*n o*.: est enim .*n q*. equalis .*n m*.; quare quadratus, qni fit á nnmero .*m n*., equatur mnltiplicationi .*m n*. in .*n q*.; est enim plus .*mn*. in .*no*. quam .*mn*. in .*nq*., secundum illud quod est ex *mn*. in .*qo*. Ergo superficies *mn*. in *no*. superhabundit (*sic*) quadratum qui fit á numero .*mn*. in superficie .*q o*. in .*m n*., hoc est .*q o*. in .*q n*. Et quoniam numero .*m n*. equalis est uumerus .*q n*., comunis adiaceat .*q o*. Erit ergo totus *n o*. equalis numeris .*mn* et *qo*. Quare quadratus, qui fit á numero .*n o*., equatur duabus multiplicationibus que fiunt á numero .*o n*. in .*nm*., et ab .*on*. in *oq*. Ergo quadratus, qui fit á numero .*no*., superhabundat superficiem .*o n*. in .*n m*. in superficie *q o* in *o n*. Sed superficies .*mn*. in .*n o*. superhabundat quadratum, qui fit á numero *m n*., in superficie .*n q*. in *q o*. Sed quadratus, qui fit á numero .*n o* , superhabundat eandem superficiem .*mn*. in .*n o*. in hoc quod fit ex *n o*. in .*oq*. Sed superficies .*n o*. *q o*. superhabundat superficiem .*o q*. *q n*. in id quod fit á numero *q o*. in se. Ergo quadrati, qui fiunt á numeris .*m n*. et .*n o*., snperhabundant duplum superficiei .*m n*. in .*n o*., hoc est .*t k*. in *k l*. in quadrato uumeri .*q o*. Sed duplum multiplicationis .*t k*. in .*k l*. cum quadrato qni fit á numero .*q o*. equatur duobus quadratis qui fiunt á numeris .*m n*. *n o*. Quare quadrati, qui fiunt á numeris .*t l*. et .*q o*., equantur quatuor quadratis qui fiunt á numeris .*t k*. *k l*. *m n*. *n o*., hoc est numero *c f*.; quod opportebat ostendere.

Ex hoc quidem manifestum est qnod quando duo numeri inequales proponuntur, duplum multiplicationis unius in alium cnm quadrato numerj in quo maior numerus superhabundat minorem, equatur quadratis qui fiunt ab ipsis numeris. Quare multiplicatio | *t k* in *k l*, hoc est *mn*. in .*n o*. cum quadrato qui fit a numero .*pl*., equatur qnadratis qui fiunt á numeris *t k*. *k l*. Quare si comuniter addantur duo quadrati qui fiunt á numeris *m n*. *no*., erunt duplum snperficiei, que est ex *m n*. in *n o*., cum tribus quadratis qui fiunt á numeris .*p l*. *m n*. *no*., equales iiii.or quadratis qui fiunt á nnmeris .*tk*. *kl*. *mn*. *no*., hoc est nnmero .*cf*. Sed duplo superficiei , que est ex *mn*. in *no* et duobus quadratis, qni sunt ex *mn*.*no*., equalis est quadratus qui fit á numero .*m*.*o*. Ergo duo quadrati, qui fiunt á numeris *mo* et *pl*., equantur nnmero .*cf*., ut opportebat ostendere. fol. 23 recto.

Sed sit unus ex numeris .*e*.*z*. quadratus, et primo uumerus .*e*.; dico esse possibile inuenire alios duos quadratos numeros, qui equantur numero .*cf*., quorum unus est ipse qui egreditur ex multiplicatione numeri *e*. in quadratum qui fit á numero .*g* , et alius egreditur ex ductu .*e*. in eum qui fit á numero .*d*., quoniam quadratus est numerus .*e*.; si multiplicatur per qnadratum numerum, factus ex multiplicatione quadratus erit. Quare quadrati sunt qui finnt ex ductu .*e*. in qnadratos qui fiunt a numeris .*g*.*d*. Sed coniunctus ex quadratis numerorum .*g*.*d*. est .*z*.; et ex .*e*. in .*z*. prouenit .*cf*.; quod opportebat ostendere.

Similiter si numeri .*ez*. quadrati fuerint , erunt duo alij numeri quadrati , qui coniuncti facerent numerum .*cf*.; et sunt illi qui egrederentur ex ductu .*z*. in qua-

dratis, qui fiunt a numeris .ab. , et ex ductu .e in quadratis qui fiunt á numeris .g.d.: et, sicut dixi, si unus ex numeris .e.z. quadratus fuerit, equatur numerus .cf. ter duobus diuersis quadratis; et si ambo quadrati fuerint, equabitur numerus .cf. quater duobus diuersis quadratis.

ª ad .d. . . . . m a. et ª (fol. 23 recto, lin. 24—27; pag. 260, lin. 6—10).

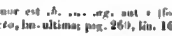


Inuenire alio modo quadratum numerum, qui duobus quadratis numeris equatur: adiaceant .IIII.ᵒʳ numeri proportionales .ab. g.d., ut .a. quidem ad .b., ita .g. ad .d.; et compositus ex quadratis numerorum .a.b. esto .e., numerorum quoque .g.d. esto .z.; et multiplicetur .e. in .z, et proueniet .cf.; dico quoniam .cf. est quadratus et equalis coniunctio ex duobus quadratis; quod sic probatur: ex .a. quidem in .g. proueniat tk., et ex .b. in .d. proueniat .k.l., et ex .a. in .d. proueniat .mn., et ex b. in g proueniat .no.; dico primum quod numerus .mn. numero .no. est equalis : sunt enim proportionales numeri .a.b.g.d. in ea quam habet .a ad .b. proportione. Quare multiplicatio ex .a. in .d. equatur multiplicationi ex .b. in .g., hoc est numerus .mn. numero .no.: reliquos uero duos numeros inequales esse demonstrabo, scilicet .kt. et .kl.: quare est sicut .a. ad .b., ita .g. ad .d.; per equale ergo erit ut .a. ad .g., ita .b. ad .d. Quare si .b. est maior quam .a., erit .d. maior .g.; et si minor est .b quam .a., minor itaque esset .d. quam .g. Quare numeri .ag. aut | ambo sunt minores, aut ambo maiores numeris .b.d., equales quidem esse non possunt; quia si equales essent, iam numeri .a.g.b.d. non essent .IIII.ᵒʳ.

ᵇ equales sunt .. ad .b. ᵇ (fol. 23 recto, lin. 29; pag. 260, lin. 11 e 12).



ᶜ demonstrabo . . . ut .a. ᶜ (fol. 23 recto, lin. 31—32; pag. 260, lin. 14 e 15).



ᵈ minor est .b. .... .ag. aut ᵈ (fol. 23 recto, lin. ultima; pag. 260, lin. 16 e 17).



fol. 23 verso.

Sint ergo .ag minores; quare factus ex eis, scilicet .tk, minor est facto ex db., hoc est quam .kl: et quoniam est ut a. ad .g., ita quadratus, qui fit ab .a. ad numerum qui fit ex a in .g., hoc est ad numerum .tk. Rursus quoniam est sicut .a. ad g , ita b. ad .d. Sed sicut b. ad .d., ita quadratus, qui fit á numero .b, ad numerum qui fit ex b. in d, hoc est ad numerum .kl. Per equale ergo est ut a. ad .g., ita quadratus, qui fit á numero .b., est ad numerum .kl. Sed sicut .a. ad g., ita fuit quadratus qui fit ab .a. ad numerum .tk.: quare et compositi et proportionales erunt, hoc est ut a. ad g., ita compositus quadratorum, qui fiunt á numeris .a.b. , est ad compositum duorum numerorum .tk. et kl., hoc est numerus .e. ad numerum .tl. Similiter ostendetur quod sicut a. ad g, ita .tl. ad z. Quare est sicut .e ad .tl., ita tl ad numerum .z. Ergo numerus .tl. medius proportionalis est numerorum .e.z. Quare quadratus, qui fit á numero .tl., equatur superficiei rectiangulj, qui fit ex numeris ez. Sed superficies numerorum, que fit á numeris .e.z., est numerus .cf. Quare cf est quadratus, cuius radix est .tl. Aliter quoniam ostensum est, numerum cf. in superiori demonstratione equari .IIII.ᵒʳ quadratis qui fiunt á numeris .tk. kl. mn. no., demonstrabo quidem, quadratum, qui fit á numero .tl., equarj eisdem .IIII.ᵒʳ quadratis hoc modo. Quadratus quidem, qui fit á numero .tl., equatur duobus quadratis qui fiunt á numeris .tk et kl., et duplo superficiei ex tk in .kl. Sed superius demonstrauimus, superficiem, que fit ex tk in kl, equalem esse superficiei, que fit ex mn. in .no. Sed superficies, que fit ex mn. in .no., est ex equalibus numeris. Quare mn. in .no. est sicut mn. in se, uel sicut .no. in se. Quare duplum ex ductu .tk. in kl. equatur duobus quadratis qui fiunt á numeris mn. no.; quare demonstratum est, quadratum, qui fit á numero .tl., equalem esse eis qui fiunt á numeris .tk. kl. mn. no., hoc est numero cf., ut opportebat ostendere.

Et quoniam minor est numerus .*t.k.* numero .*kl.*, accipiatur ex .*lk.* numerus .*kp.* equalis numero .*tk.*; et, ut superius diximus, inuenientur quadrati qui fiunt á numeris .*mo.* et *pl.*, equarj numero .*cf*.

Possunt etiam duo quadrati inuenirj, quorum aggregatio erit quadratus numerus per quoslibet duos numeros datos. Verbi gratia: dentur duo numeri .*a* et *b.* prout libuerit: sit tamen .*b.* maior; et auferatur á quadrato numeri .*b.* quadratus | numeri .*a.*, et residuum erit radix unius quadratorum inueniendorum: deinde accipiatur duplum eius quod prouenit ex ductu .*a.* in .*b.*, quod erit etiam radix alterius quadrati; quod probatur per precedentem proximam demonstrationem. Sic ponam quod sit proportio .*g.* ad .*d.*, sicut .*a.* ad *b*; et sit .*g.* equalis .*a.*, et *d* equalis .*b.*; et erit id quod fit ex *a* in se equale ei quod fit ex .*a.* in .*g.*; et fuit id .*tk.*; et illud quod fit á .*b.* equale ei quod fit á .*b.* in .*d.*, scilicet .*kl.*: vnde si auferatur .*tk* ex *kl.*, hoc est .*kp.*, remanebit .*pl.*, que est una ex radicibus. fol. 24 recto

Item duplum superficiei .*a.* in .*b.* equabitur eis qui fiunt ex .*a.* in .*d.* et ex .*g.* in .*b.*, scilicet numero .*mo*, qui est alia radix.

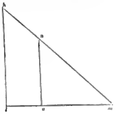
Invenire duos numeros, quorum quadrati insimul iuncti faciant numerum non quadratum factum ex compositione duorum quadratorum factorum ex numeris datis.

« Invenire .... recte .kl. » (fol. 24 recto, lin. 10—17; pag. 261, lin. 16—23).



Sint duo dati numeri .*gd.*, quorum quadrati simul coniuncti fiant numerum .*z.* non quadratum: uolo duos alios numeros inuenire, quorum quadrati insimul iuncti faciant numerum .*z.* Adiaceant duo numeri .*a.* et .*b.*, quorum quadrati coniuncti faciant numerum .*e.* quadratum, non sit sicut *g* ad .*d.*, ita .*a.* ad .*b.*; et multiplicetur *e.* per *z.*, egrediatur numerus .*i.*; et inueniantur duo numeri, quorum quadrati insimul coniuncti faciant numerum .*I.* Sintque .*p.q.*, in quorum mensura ponantur recte .*kl. lm.* facientes angulum rectum, ipsum scilicet qui sub *klm* copuletur .*k.m.* Erit ergo *km.* radix numeri .*I.*; et accipiatur ex .*km* recta .*mn.* equalis radici numeri .*z.*; et protrahatur secundum rectum angulum linea .*no* et *om.*, sunt recte rationales facientes compositum ex quadratis ipsorum equalem numero .*z.* Quoniam quidem quadratus recte .*k.m.* est equalis numero .*I*; et numerus .*I.* est factus ex .*e.* in *z.*; ergo si multiplicauerimus radicem numeri .*e.* per radicem numeri .*g.*, habebitur radix numeri *I.*, hoc est .*m.k.* Et quia radix numeri .*e.* est rationalis, quotiens unitas est in ipsa radice, totiens radix numeri .*g.*, hoc est .*mn.*, est in recta .*mk.* Sic ergo .*f.* radix numeri .*e.* Quare est sicut unitas ad numerum .*f.*, ita *m.n.* ad .*mk.*; et sicut .*mn.* est ad .*mk.*, ita .*no.* est ad .*kl.*, et *om* ad .*lm.*: per equale ergo ut unitas ad numerum .*f.*, ita .*no* ad .*kl.*, et *mo.* ad .*ml.* Quare si diuiserimus *kl.* per numerum .*f.*, egredietur numerus *n.o.* rationalis. Similiter si diuiserimus .*ml.* per .*f.*, ueniet .*om.* Inuencti sunt ergo duo numeri .*no.* et .*om.*, quorum quadrati coniuncti faciunt non quadratum numerum .*mn.*, hoc est numerum .*z.*; qui *z* est compositus ex quadratis numerorum .*g.d.*; quod oportebat ostendere.

« km. radix .... ad .mk.; et » (fol. 24 recto, lin. 19—26; pag. 261, lin. 25—32).



Et ut hec in numeris demonstrentur, sit numerus .*g.* 4., et numerus .*d.* 5.; quare compositus ex quadratis | ipsorum, scilicet .*z.*, est .41; et ex adiacentibus numeris .*a.* sit .3., et .*b.* sit .4., quorum quadrati coniuncti faciant .25., scilicet numerum .*e.*: multiplicatio quidem ex .*e.* in .*z.*, scilicet de 25 in .41, surgit in 1025.; et est possibile inuenire duos alios numeros dupliciter, quorum quadrati coniuncti faciunt .1025., quorum unus est fol. 24 verso.

.32., alter .1.; uel unus est 31, et alius .8.: sit ergo *.kl.* 32 aut 31, et *lm* sit .1. uel 8; et accipiatur radix de 25., scilicet numerus *.f.*, et diuidantur per ipsum numeri *.kl* et *lm.* , et habebimus *.no.* et *om.*; videlicet si *kl* est 32, et *lm.* est .1. , erit *no* $\frac{2}{5}$ 6, et *om.* erit tantum $\frac{1}{5}$ unius. Inuencti sunt ergo duo numeri, scilicet $\frac{2}{5}$ 6. et $\frac{1}{5}$, quorum quadrati equantur .41., scilicet numero *.z.*: et si *kl* fuerit .31., et *lm.* fuerit .8., erit *.no.* $\frac{1}{5}$ 6, et *om* erit $\frac{3}{5}$ 1; et sic inuencti sunt duo alij numerj, quorum quadrati insimul coniuncti faciant similiter 41.; quod oportebat facere.

Si Ab unitate numeri quot cumque continui , pares videlicet et impares ordinate disponantur, numerus solidus, qui fit ab ultimo et á sequente et ab eorum aggregato, equatur sexcuplo summę collectionis omnium quadratorum, qui fiunt ab omnibus numeris, videlicet qui fiunt ab unitate et á dispositis numeris : disponantur quidem ab unitate *.ab.* numeri continui pares et impares quotcumque ordinate *.bg.gd. de. ez.*; et sit *z.i.* numerus sequens numerum *.ez.* in ordine numerorum, hoc est quod sit uno plus eo, dico, numerum solidum qui fit á numeris *ez. .zi.* et *ei.*, hoc est id quod fit ex ductu *ez.* in *.zi.*, et productum in coniunctum ipsorum , scilicet *.ie*, equari sexcuplo omnium quadratorum, qui fiunt ab unitate *.ab.* et á numeris dispositis *.bg. gd. de. ez.* Accipiatur quidem ex numero *.zi.* numerus *.zt.* equalis numero *.e.z.*, remanebit *.ti.* unum. Item ex *zt.* auferatur *.kz.* equalis numero *.de.*, remanebit similiter *kt* unum, in quo superhabundat numerus *.ez.* numerum *.de.*; equalis enim *.zt.* numero *.ez.* Erit ergo numerus *ki* duplum unius, scilicet 2. Solidus ergo numerus, qui fit á numeris *.ez. zk.* et *ek.*, equatur solido qui fit a numeris *.ze. ed. dz.*: sed solidus qui fit á numeris *.ez. zk. ek.* cum solido qui fit á numeris *.ez. zk. ki.*, et cum solido qui fit á numeris *.ez. ki. ei.*, equatur solido qui fit á numeris *.ez. zi. ei.*: demonstrabimus quidem, solidos *.ez. zk. ki.* et *ez. ki. ei.* equales esse sexcuplo quadrati qui fit á numero *.ez.* Ponam itaque numerum *.ez.* radicem. Erit ergo *.zk.* radix, uno diminuto. Quare totus *.e.i.* duabus radicibus et unitati equatur: multiplicatio quidem *.ez.* in *zk.* facit quadratum, excepta radice. Multiplicatio quidem unius quadrati, excepta radice, in numerum *.kI.*, scilicet in duo, facit duos quadratos, duabus radicibus exceptis. Ergo solidus, qui fit á numeris *ez. zk. kI.*, equatur duobus quadratis qui fiunt á numero *.ez.*, duabus radicibus exceptis. Rursus ex *ez.* in *.ki.* due radices proueniunt; quibus multiplicatis in duas radices et in unum, scilicet in numerum *.ei.*, faciunt IIII.^{or} quadratos et duas radices. Ergo solidum, quod fit á numeris *.ez. k.i. ei.*, equatur IIII^{or} quadratis et duabus radicibus, quorum unusquisque quadratus fit á numero *.ez.*

« equatur ... Multiplicatio » (fol. 24 *verso*. lin. ultima, margine inferiore, e fol. 25 *recto* , lin. 1; pag. 262 , lin. 26 e 27)

a b c d e z k t q

fol. 25 *recto*.

Additis ergo supradictis duobus quadratis, duabus radicibus exceptis, cum IIII.^{or} quadratis et duabus radicibus additis, faciunt sex quadratos, quorum unusquisque fit a numero *.ez.* Ergo solidum, quod fit á numeris *.ez. zi. ei.*, equatur solido qui fit á numero *.ez. zk. ek.*, et sexcuplo quadrati qui fit á numero *.ez.*

Sed solido, quod fit á numeris *.ez. zk. ek.*, equatur solidum *.de. ez. dz.* Ergo solidum, quod fit á numeris *.ez. zi. ei.*, equatur solido quod fit á numeris *.de. ez. dz*, et sexcuplo quadrati á numero *.ez.* Similiter ostenditur, Solidum, quod fit á numeris *de. ez. dz.*, equale esse solido qui fit a numeris *.gd. de. ge.*, et sexcuplo quadrati qui fit á numero *.de.* Ergo Solidum, quod fit á numeris *.ez. zi. ei.*, equatur solido quod

fit á numeris *.gd. de. ge.*, et sexcuplo quadratorum qui fiunt á numeris *.de. ez.*: ostenditur, solidum rursus, quod fit á numeris *.gd. de. ge.*, equale esse solido quod fit á numeris *.bg. gd. bd.*, et sexcuplo quadrati qui fit á numero *.gd.* Ergo solidum, quod fit á numeris *.ez. zi. ei.*, equatur solido quod fit á numeris *.bg. gd. db.*, et sexcuplo quadratorum qui fiunt á numeris *.gd. de. ez.*

Similiter, supradictis dispositis, ostendetur, solidum quod fit á numeris *.bg. gd. bd.*, equale esse solido quod fit ab unitate *.ab.*, et á numeris *.bg. ag.*, et sexcuplo quadrati qui fit á numero *.bg.* Ergo solidum, quod fit á numeris *.ez. zi. ei.*, equatur solido quod fit ab unitate *.ab.*, et numeris *.bg. ag.*, et sexcuplo quadratorum qui fiunt á numeris *.bg.˜gd. de. ef.* Sed solidum, quod fit ab unitate *.ab.* et á numeris *bg. ag.*, equatur sexcuplo quadrati qui fit ab unitate *.ab.* Est enim *.bg.* 2., et *ag.* 3. Ergo solidum, quod fit á numeris *.ez. zi. ei.*, equatur sexcuplo quadratorum qui fiunt ab unitate *.ab.* et á numeris *.bg. gd. de. ez.*; quod oportebat ostendere. Est enim alius modus, per quem possumus ad idem deuenire; qui in sequentibus ostendetur.

Si ab unitate numeri impares ordinate quotcumque disponantur, Solidum, quod fit á maximo eorum et á sequente impari et ab eorum composito, equatur duplo | sexcupli omnium quadratorum, qui fiunt ab unitate et á dispositis numeris. Sint quidem ab unitate *ab.* numeri quotcumque dispositi impares ordinate *.bg. gd. de.*, et sequens impar esto *.ez.*; dico quidem, solidum, quod fit á numeris *.de. ez* et ab eorum composito *.dz.*, equari duplo sexcuplj, hoc est duodecuplo summe quadratorum, qui fiunt ab unitate *.ab.* et á dispositis numeris *.bg. gd. de.* Summatur (*sic*) quidem ex numero *.ez.* numerus *.ei.* equalis numero *.de.*; erit ergo numerus *.iz.* duo. Ostendam prius, solidum quod fit á numeris *.gd. de.* et eorum composito *.ge.* cum duodecuplo quadrati qui fit á numero *.de.*, equale esse solido quod fit á numeris *.de. ez. dz.* Sit itaque numerus *.de.* radix; erit ergo numerus *.gd.* radix minus duobus; et totus cum *e.* erit due radices minus duobus. Quare ex ductu *.gd.* in *.de.* prouenit quadratus, duabus radicibus exceptis; quod totum, si ducatur in numerum *.ge.*, hoc est in duas radices, duabus unitatibus diminutis, prouenient duo cubi numeri et IIII.[or] radices minus sex quadratis; quibus si addatur duodecuplum quadrati, qui fit á radice *.de.*, erunt duo cubi et sex quadrati et IIII.[or] radices. Rursus quoniam *.de.* est radix, erit numerus *.ei.* similiter radix. Quare totus *.ez.* erit radix, et duabus unitatibus additis, que sunt *.i.z.*, et compositus ex eis *.dz.* erunt due radices et due unitates. Ex ductu quidem *de.* in *.ez.* prouenit quadratus et due radices. Ex ductu quidem horum in numerum *.dz.*, hoc est in duas radices et in duo, proueniunt similiter duo cubi et sex quadrati et IIII.[or] radices. Quare ostensum est, solidum quod fit á numeris *gd. de. ge.*, et duodecuplum quadrati, quod fit á numero *.de.*, equale esse solido quod fit á numeris *.de. ez. dz.* Eodemque modo ostendetur, solidum quod fit á numeris *.bg. gd. bd.* cum duodecuplo quadrati qui fit á numero *.gd.*, equari solido quod fit á numeris *.gd. de. ge.* Ergo solidum, quod fit á numeris *.de. ez. dz.*, equatur solido quod fit á numeris *.bg. gd. bd.*, et duodecuplo quadratorum qui fuerint á numeris *.gd. de.* Rursus etiam supradictis dispositis ostendetur, solidum, quod fit á numeris *.bg. gd. bd.*, equale esse solido quod fit ab unitate *.ab.*, et numeris *bg. ag.*, et duodecuplo quadrati qui fit á numero *.bg.* Sed solidum, quod fit ab unitate *.ab.*, et á

fol. 25 verso

numeris *.bg* et *ag.*, est duodecuplum quadrati qui fit ab unitate *.a.b.*; ternarius est numerus *.bg.*, quaternarius quoque numerus *.ag.* Ergo solidum, quod fit a numeris *.de. ez. dz.*, equatur duodecuplum omnium quadratorum, qui fiunt á subiacentibus, scilicet ab unitate *.ab.* et á numeris *.bg. gd. de.*; quod oportebat ostendere. |

« quod .... ostendere » fol. 25 *verso*, lin. ultima e margine inferiore; pag. 264 lin. 4).

a b c d e f z

fol. 26 *recto*.

Simili quoque modo si à binario disponantur pares numeri quotcumque per ordinem, inuenietur, solidum, quod erit ab ultimo eorum et á sequente et ab eorum composito, equari duodecuplo omnium quadratorum, qui fiunt á dispositis paribus numeris.

Eademque uia et modo inuenietur rursus si á ternario dispositj fuerint numeri quotcumque ascendentes per ternarium ordinate; solidum, quod fit ab ultimo eorum et á sequente et á coniuncto, equari sexcupli triplo omnium quadratorum qui fiunt ab ipsis numeris ascendentibus per ternarium: et quando ascendent per binarium, ut fit in paribus, tunc ultimum solidum equatur duplo sexcupli omnium quadratorum adiacentium numerorum: et quando ascendunt per unitatem, ut fit in numeris continuis, tunc suprascriptum solidum equatur simplo sexcupli quadratorum adiacentium numerorum, ut in suprascriptis demonstrauimus; que intelligas in quadratis, qui fiunt á numeris qui ascendunt ordinate per quaternarium a IIII.^{or} uel á V.^{que} per quinarium uel per ascensionem reliquorum numerorum.

Si duo numeri primi componantur ad se inuicem, feceritque compositus ex eis numerum parem; si solidus numerus, qui fit ab ipsis et ab eorum composito, multiplicetur per numerum, in quo maior numerus excedit minorem, egredietur numerus, cuius vigexima quarta pars erit integra. Sint duo numeri *.ab.* et *.bg.* primi ad se inuicem, facientes compositum ex eis *.a.g.* numerum parem, hoc est quod sint minimj in ipsa proportione quam habet numerus *.a.b.* ad numerum *.bg.*, et numerus *.bg.* maior; et summatur (*sic*) ex numero *.bg.* numerus *.bd.* equalis numero *.ab.* Erit ergo numerus *.dg.* id in quo numerus *.bg.* superhabundat numerum *.ab.* Dico quidem quod si numerus *.ab.* multiplicetur in numerum *.bg.*, et quod proueniet ducatur in *.ag.*, et hoc totum producatur in numerum *.dg.*, egredietur numerus, cuius uigexima quarta pars, hoc est tertia octaue uel quarta sexte partis erit integra. Numeri quidem *ab.* et *bg.* ambo impares sunt; quia si non essent impares, compositus ex eis non esset par, nec ambo sunt pares; qui si pares essent ambo, iam non essent primj ad se inuicem. Ergo impares sunt numeri *.ab* et *bg.* Et quoniam numerus *bd* equalis est numero *.ab.*; duplus est ergo numerus *.ad.* numero *.ab.* Ergo par est numerus *.ad.* Ergo reliquus *dg.* est par; quia si par numerus auferatur á parj, par remanet; et quia numerus *.dg.* est par, erit ergo medietas eius aut par aut impar. Esto prius impar; medietas quidem numeri *.ad.*, scilicet *.ab.*, est impar. Quare addita medietate numeri *ad.* cum medietate numeri *.dg.*, scilicet additis duobus imparibus parem facient numerum; ergo medietas numeri *.ag.* est par. Quare totus *.a.g.* est pariter par. Vnde quarta eius pars est integra. Quare ex ductu | *ag.* in *.gd.* surgit numerus, cuius octaua pars est integra. Sed si medietas numeri *.gd.* par, erit ergo quarta eius integra; quare ex ductu *.dg.* in *.ag.* ueniet numerus, cuius octaua pars est similiter integra. Quare si quod fit ex ductu *.ag.* ducatur in *.bg.*, et hoc totum producatur in *.ab.*, proueniet numerus, cuius octaua pars erit integra. Et quoniam numeri *.ab.* *b.g.* sunt impares, aut tertia pars unius est integra aut non. Esto prius integra.

« Quare totus .... et ductu » (fol. 26 *recto*, lin. ultima e margine inferiore; pag. 264, lin. 37 e 38).

a b d g

fol. 26 *verso*.

« medietas .... ductu *.dg.* » (fol. 26 *verso*, lin. 1 e 2; pag. 264, lin. 39 e 40).

a b d g

« *ab.* proueniet .... Et quoniam » (fol. 26 *verso*, lin. 5; pag. 264, lin. 42).

b

Quare ex ductu solidi, quod fit á numeris *.ab. bg. ag.*, in numerum *.dg.*, egrediatur numerus *.k.*, cuius tertia pars est integra, et cuius etiam octana pars inueneta est integra. Ergo uigexima quarta pars eius erit integra, ut prediximus. Et si tertia pars numeri *ab* .uel *.bg.* non est integra, si unusquisque eorum diuidatur per .3., remanebit aut equaliter aut inequaliter : ex utroque remaneat primum equaliter; quare numerus *.gd.* diuiditur integraliter per .3. Quare ex ductu solidi supradicti in numerum *.dg.* egreditur numerus, cuius tertia pars est integra. Sed non remaneat equaliter ex numeris *.ab. bg.*, cum diuiduntur per .3., remanebit ex aliquo ipsorum .1., et ex alio .2. Quare ex coniunctione ipsorum, scilicet ex numero *.ag.*, tertia pars erit integra. Vnde solidi, qui fuit á numeris *.ab. bg. ag.*, tertia pars eius erit integra. Quare ex ductu ipsius solidi in numerum *.dg.* egreditur numerus, cuius tertia pars est integra: et quoniam eius octaua pars inuencta est similiter integra; erit ergo uigexima quarta pars eius integra, ut oportebat ostendere. Et hoc idem erit, si numeri *.ab.* et *.bg.* non fuerint primj ad se ad inuicem.

Et si unus ex numeris *.ab. bg.* fuerit par, coniunctus ex eis erit impar; tunc ostendetur similiter si solidum, quod fit á duplo unius cuiusque et ab eorum coniuncto *ag.*, ducatur in numerum *.dg.*, surgere in numerum, cuius etiam uigesima quarta pars erit integra, siue numeri sint primj inter se, sine non; et factus numerus, videlicet cuius uigexima quarta pars est integra, congruum appellauj.

« superhabun[d]et .... superhabundat » (fol. 26 verso, lin. 30 e 31—32 e margine inferiore; pag. 265 lin. 22-23).

Si circa aliquem numerum adiaceant numeri quotcumque minores et maiores eo, et sit multitudo minorum equalis multitudinj maiorum; et quot unusquisque ex maioribus superhabundat ipsum numerum, tot ipse numerus superhabundet minores, erit summa adiacentium ex ductu ipsius numeri in numerum multitudinis ipsorum. Circa numerum *.d.* adiaceant numeri *.a.b.g.e.z.I.*, et sit minor eorum numerus *.a.*, maximus numerus *.I.*; equot superhabundit *(sic)* | numerus *.I.* numerum *.d.*, tot superhabundat numerus *.d.* numerum *.a.* Similiter quot superhabundat numerus *.z.* numerum *.d.*, tot superhabundet numerus *.d.* numerum *.b.* Rursus quot superhabundat numerus *.e.* numerum *.d.*, tot superhabundet numerus *.d.* numerum *.g.* Dico, si ducatur *.d.* in numerum multitudinis numerorum *.a. b. g.e.z.i.*, proueniet summa ipsorum omnium numerorum; quod sic probatur : minuam quidem ex numero *.I.* superhabundantiam quam habet ad numerum *.d.*, addamque eam numero *.a.*, erit unusquisque numerorum *.a. I.* equalis numero *.d.*; quod etiam faciam ex numeris *.zb.* et *.e.g.*, et erit unusquisque eorum equalis numero *.d.* Quare quot sunt numeri *.a. b. g. e. z. i.*, tot numeri equales numero *.d.* sunt in summa coniunctionis numerorum *.a. b. g. e. z. i.*; quod oportebat ostendere.



fol. 27 recto.

Invenire numerum, quo addito super quadratum numerum, et diminuto ab ipso faciat semper quadratum numerum; et sic oportet, tres quadratos et unum numerum inuenire, quo numero addito super minorem quadratum facit quadratum secundum. Super quem si addatur idem numerus, facit quadratum tertium, hoc est maiorem. Et sic addito ipso numero super secundum quadratum, et diminuto ipso ab eodem, facit semper quadratum. Quoniam quadrati numeri omnes ordinate ascendunt per continuam ascensionem imparium numerorum, erit minor quadratus summa aliqua imparium numerorum ab unitate acceptorum; super quem quadratum proponitur addere

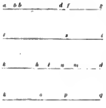
numerum, et fieri quadratum secundum; qui quadratus rursus constat et (*sic*) aliqua multitudine imparium ab unitate ordinate disposita; super quem etiam secundum quadratum, si addatur numerus idem qui uocetur congruum, quia congruit his, facit maiorem quadratum; qui etiam maior quadratus egreditur ex aliqua multitudine imparium, similiter ab unitate accepta, in qua multitudine tota est multitudo imparium facientium primum quadratum: et alia multitudo facientium congruum idem: et alia multitudo facientium eundem congruum. Quare multitudo imparium facientium maiorem quadratum diuidenda est in tres partes predictas. Sed multitudo imparium facientium primum congruum est in aliqua proportione cum multitudine facientium secundum: plures enim numeri impares sunt in multitudines facientium primum congruum, quam multitudine facientium secundum, cum minores numeri siut in ipsa propter ordinem numerorum; quia in ipsa sunt antecedentes impares, et in alia sunt consequentes. Vnde qualiter congruum inueniatur in aliqua data proportione, in qua esse poterit, ostendere procurabimus. Adiaceant duo quilibet numeri *.ab. bg.*; compositus quidem ex ipsis est *.ag.*; et sit *.bg.* | maior quam *.ab.*, secundum quantitatem numeri *.dg.* Si numerus quidem *.bg.* ad numerum *ab.* minorem proportionem habuerit quam numerus *.ag.* ad numerum *.dg.*, tunc possibile erit inuenire congruum ex una multitudine imparium habente proportionem ad multitudinem sequentium imparium, eam videlicet quam habet numerus *.gb.* ad numerum *.ab.*: et si maior fuerit proportio numeri *bg.* ad numerum *.ba.* quam numeri *.ag.* ad numerum *.dg.*, tunc impossibile erit inuenire duas multitudines imparium numerorum continuas in proportione quam habet numerus *.ag.* ad numerum *.dg.*; tunc possibile erunt (*sic*) inuenire duas multitudines imparium numerorum continuas in proportione quam habet numerus *.ag.* ad numerum *.dg.*; et est (*sic*) summa uniuscuiusque multitudinis egredietur congruum.

Congruus

fol. 27 verso.

Esto prius proportio, quam habet numerus *.bg.* ad numerum *.ab.*, minor ea quam habet numerus *.ag.* ad numerum *.dg.*; oportet ergo inuenire duas multitudines imparium immediate in proportione quam habet numerus *bg.* ad numerum *.ab.*; et summa unitatum utriusque multitudinis sit eadem: coniunctio quidem ex numeris *.ab.* et *bg.*, scilicet *.ag*, aut est par, aut impar. Esto prius par. Quare numerus *.ad.*, scilicet duplus ad *.ab.*, par est. Vnde residuum *.dg.* parem esse necesse est. Ex ductu quidem *.dg.* in *bg* proueniat numerus *.e.z.*, et ex ductu *.dg.* in *.ab* proueniat *z.i.* Est ergo sicut *gb.* ad *.ba.*, ita numerus *.ez.* ad numerum *.zi.*; et sunt numeri *ez.* *.zi.* pares.

sicut *.gb.* .... impares existentes (fol. 21 *verso*, lin. 22—29 e 30; pag. 266 lin. 35—42).



Rursus ex ductu *ag.* in numeris *.gb.* et *.ba.* proueniant pares numeri *.km. kl.* Est ergo sicut *gb.* ad *.ba.*, ita *.km.* ad *.kl.* Sed sicut *.gb.* ad *.ba.*, ita *ez.* ad *.zi*; ergo sicut *.ez.* ad *.zi*, ita *km.* ad *kl.*: denique ducatur *.ez.* in *kl.*, proueniat *.op.*; et ex ductu *.zi.* in *.km.* proueniat *.pq.* Et quoniam est sicut *.ez.* ad *.zi*, ita *km* ad *.kl.* Ergo id quod fit ex ductu *.ez.* in *kl.* equale est ei quod fit ex ductu *zi* in *km.*; quare equalis est numerus *.op.* numero *.pq.*: ostendam, utrumque ipsorum esse congruum. Quoniam ex ductu *.ez.* in *.kl.* prouenit *.op*, quot unitates sunt in numero *.ez.*, tot numeri equales numero *.kl* sunt in numero *.op.* Sed quot numeri equales numero *.k.l.* sunt in numero *.op.*, tot continui numeri impares existentes circa numerum *.kl.* sunt in eodem *.op.* Ergo quot unitates sunt in numero *ez.*, et tot

uumeri impares continui existunt circa numerum *.kl.*; ita quod medietas eorum sint minores numero *.kl.*, et alia medietas sint maiores; qui omnes faciunt numerum equalem *.op.* Similiter ostendetur quod quot | unitates sunt in numero *.zi.*, tot numeri impares existentes circa numerum *.km.* sunt in numero *.pq.* Ergo sicut numerus *.ez.* est ad *.zi.*, ita multitudo imparium facientium numerum *.op.* est ad multitudinem imparium facientium numerum *.pq.*, qui ostensus est equalis numero *.op.*: dico etiam continuam esse utramque multitudinem. Quia ex ductu *ag.* in *.bg.* prouenit *.km*, et est *.bg.* equalis numeris *.gd* et *db.*; ergo ex ductu *.ag.* in numeris *.dg.* et *db.* prouenit *.km.* Sed ex ductu *.ag.* in *.bd.*, hoc in *.ab*, prouenit *.kl.*; reliquus ergo *.lm* prouenit ex *.ag.* in *.dg.*: sed ei numero, qui prouenit ex *ag.* in *.dg.*, equales sunt numeri qui proueniunt ex *gd.* in *gb.* et in *.ba.*, hoc est numeri *.ez.* *zi.* Quare equalis est numerus *.lm.* numero *.ei.* Accipiatur itaque ex numero *.lm.* numerus *.ln.* equalis numero *.ez.* Reliquus ergo *.nm.* reliquo *zi.* est equalis. Item ostendendum est, numerum *.kl.* maiorem esse numero *.ez.*, quoniam proportio *.gb.* ad *.ba.* est minor proportione numeri *.ag.* ad *.gd.* Ergo aliquis numerus minor numero *.ag.* ad numerum *.gd.* habet eandem proportionem quam numerus *.gb.* ad *.ba.*: sitque numerus *.af.*; et quoniam est ut *gb.* ad *.ba.*, ita *.af.* ad *.dg.*; multiplicatio ergo *.af.* in *.ba.* equatur multiplicationi *bg.* in *.dg.*, hoc est numero *.ez.* Sed multiplicatio *.ag.* in *.ab.*, hoc est numerus *.kl.*, maior est multiplicatione *.af.* in *.ab.*, hoc est numero *.ez.* Accipiatur quidem ex numero *.kl.* numerus *.lh.* equalis numero *.ln.*, hoc est *.ez.*, erit totus *.h.n.* duplus numero *.ez.* Rursus super numerum *.km.* addatur numerus *.mc.* equalis numero *mn.*, hoc est *.zi.*; duplus ergo est *.nc.* numero *.zi.* Et quoniam par est numerus *.kl.*, si auferatur ab eo numerus *.lh.*, hoc est *.ez.*, qui est par, remanebit numerus *kh.* par. Similiter si super *.kl.* addatur *.ln*, erit totus *.kn.* par. Verum et numerus *.nc.* est par; quare totuš *.kc.* est par. Et quoniam *kh.* est par, quot unitates sunt in medietate eius, tot impare (*sic*) numeri intercidunt ab unitate usque ad numerum *.kh.*, quorum imparium suma (*sic*) facit quadratum numerum, qui prouenit ex multiplicatione medietatis numeri *.kh.* in se: sit ille quadratus numerus *.ro.* Item quot unitates sunt in numero *.hn.*, tot numeri numerantur ordinate inter numerum *kh.* et numerum *.kn.*, quorum multitudo est par, cum numerus *.hn.* sit par. Sed dimidium numeri *.hn.* est *.ez.* Ergo quot vnitates sunt in numero *.ez.*, tot impares numeri intercidunt inter numeros *.kh* et *.kl.*; ex quorum multitudine ostensum est prouenire numerum *.op.*, cum sint circa numerum *.kl.*, medietas quorum intercidunt inter numeros *.kh* et *kl.*, et alia medietas | inter *kl* et *kn.*; ergo ex omnibus imparibus, qui sunt ab unitate usque in numerum *kn.*, prouenit *.rp.*, et est quadratus, cuius radix est medietas numeri *.kn.* Rursus quot unitates sunt in numero *.no.*, tot numeri intercidunt inter numeros *.kn* et *kc.*, quorum medietas est ex imparibus numeris; ergo quot unitates sunt in numero *.m.n.*, hoc est in *.zi.*, tot numeri impares intercidunt inter numeros. *kn* et *kc.*; et sunt continui cum imparibus qui sunt inter *.kh.* et *.kn.*, ut prediximus. Sed ex numeris imparibus, qui sunt inter *.kn* et *kc.*, colligitur numerus *.pq.*, cum sit circa numerum *.km.* Ergo ex omnibus imparibus, qui sunt ab unitate usque in numerum *.kc.*, prouenit numerus *.rq.*; ergo quadratus est numerus *.rq.*, et est eius radix medietas

fol. 28 recto.

fol. 28 verso.

numeri *.kc.* Ergo congruum est unusquisque numerorum *op.* et *pq.*, ut prediximus. Inuentus quidem numerus est, scilicet *.pq.*, quo addito super quadratum, scilicet super *.rp.*, facit quadratum numerum, qui est *.rq.*; et diminuto ipso, scilicet *.pq.*, hoc est *.op.*, ex eodem quadrato, scilicet ex *rp*, remanet quadratus, scilicet *.ro.*; quod opportebat facere. Que etiam ut clarius uideantur, ponam numerum *.ab.* 3., numerum quoque *.bg.* 5.; quare totus *.ag.* erit .8.; residuum quoque *dg.* est .2.: pares enim sunt numeri *.ag.* et *dg.*: ex ductu quidem *dg.* in *bg.* prouenit .10.; et ex ductu *.dg.* in *.ab.* prouenit .6.; ergo *.ez.* est .10. et *zi.* est .6. Est ergo sicut *.bg.* ad *.ga*, ita *.ez.* ad *.zi.*, hoc est sicut .5. ad .3., ita .10 ad .6.; et 10 est numerus prime multitudinis imparium facientium congruum, et .6. est numerus secunde multitudinis facientium idem. Item ex ductu *.ag.* in *.gb.* et in *.ba.*, hoc est ex .8. in .5. et in .3 proueniunt *.km.* 40. et *kl* 24.; residuum *.lm.* est .16., que equantur numeris *.ez.* *.zi.* Addantur quidem super *.kl.* numerus *.ln.* equalis numero *.ez.*, scilicet .10., erit *.kn.* 34.; et super *km.* addatur *.nm.*, scilicet *.zi.*, qui est .6. exit (*sic*) *.kc.* 46.; et auferatur ex *kl* numerus *.kl* equalis *.ln.*, scilicet .10, remanebit *kh.* 14; et ducatur *.ez.*, hoc est *.ln.* in *.kl.*, scilicet .10 in .24., prouenit *po.* 240., qui est congruum; et summa decem numerorum imparium existentium circa .24., qui sunt inter numeros *.kh* et *kn.*, hoc est inter .14. et 34.

Item ex ductu *zi.* in *.km.*, hoc est de .6. in .40., prouenit .240., hoc est *.pq.* est summa sex imparium existentium circa .40., qui sunt inter *.kn.* et *.kc.*, hoc est inter .34. et .46. Ex numeris quidem imparibus, qui sunt ab uno usque in numerum *.kh.*, scilicet in .14, prouenit *.ro.*; et est .49., quia ab uno usque in 14. sunt septem numeri impares, et sunt circa septenarium; quare ex ductu| 7. in .7. prouenit summa imparium, qui sunt ab uno usque in .14. Ergo *.ro.* est quadratus. Ex multitudine quidem imparium, qui sunt inter *.kh.* et *hn.*, prouenit *op.* Ergo ex multitudine imparium, qui sunt ab uno usque in *.kn.*, scilicet in .34., prouenit numerus *.rp.*; et sunt illj numeri impares .17., quorum summa surgit ex ductu .17. in se; ergo *.rp.* est quadratus, et est 289. Nam addito *.ro* cum *.op.*, scilicet .49. cum .240., faciunt .289., quorum radix est .17., scilicet dimidium *.kn.* Item ex multitudine numerorum, qui sunt inter *.kn* et *kc.*, prouenit numerus *.pq.*, qui est equalis numero *.op.* Est enim .240. Ergo ex multitudine imparium, qui sunt ab uno usque in .46., prouenit numerus *rq.*, et est quadratus, cuius radix est dimidium numeri *.kc.*, scilicet .23. Nam addito *.pq.* super *.rp.*, scilicet 240. cum 289, faciunt .529., quorum radix est .23.

in 14 .... ex ductu » (fol. 28 verso, lin. ultima e margine inferiore; pag. 268, lin. 22 e 23).



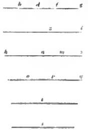
fol. 29 recto.

Seu si proportio *.gb.* ad *.ba.* maior proportione *.ag.* ad *.gd.*; et sit iterum numerus *.ag.* par, dico possibile esse inuenire duas multitudines imparium continuas facientes congruum in proportione quam habet numerus *.ag.* ad numerum *.gd.*: et ut liquidius appareat, sit *.ab.* 1., et *bg.* 3; quare *.ag.* est .4., et *.dg.* est .2.; et multiplicetur *.ag.* in *.ab.*, proueniat *.ez.*; et ex *.ab.* in *.dg.* proueniat *.zi.*; est ergo ut *.ag.* ad *.dg.*, ita *ez.* ad *.zi.*: et quia *ab* est .1., numeri *.ez.* *zi* sunt equales numeris *.ag.* *dg.*; ergo *.ez.* est .4., et *.zi.* est .2. Item ex ductu *.bg.* in *.ag.* proueniat *km.*, et ex ductu *.bg.* in *.gd* proueniat *.kl.*; est ergo *.km.* 12., et *kl.* est .6.: est ergo sicut *.ez.* ad *.zi.*, hoc est sicut *.ag.* ad *.dg.*, ita *km* ad *.kl.*; et ex ductu *ez.* in *.kl.* proueniat *.op.*; et ex ductu *.zi.* in *.km* proueniat *.pq.* Equales etenim

sunt .op. et .pq. Vnusquisque eorum est .24. Nam .op. constat ex iii.^{or} imparibus, qui sunt circa .kl. 6, hoc circa .kl. propter ez qui est .4.; quibus .4. additis super .kl. faciat .kn.; ergo .kn. est .10.: similiter extractis .4. ex kl. remaneat .kh.; ergo .kh. est .2. Rursus addito numero .zi., scilicet .2. super .km, faciat .kc.; ergo .kc. est .14., et .nc. est .4., in quibus sunt duo impares, scilicet .11. et .13.; et sunt circa numerum .km., scilicet circa .12., qui faciunt numerum .pq. Ergo primus quadratus, scilicet .r.o., est .1., cuius radix est dimidium numeri .kh., scilicet .1. Secundus uero quadratus, scilicet .rp., est .25., cuius radix est dimidium numeri .kn., quod est .4. Tertius quidem quadratus, scilicet .rq., est 49., cuius radix est dimidium numeri .kc., quod est .7. Et notum quia .24. est primum | congruum, cum sit minor numerus, cuius 20.ma .4.ta pars sit integra; et oriatur ex duobus minoribus numeris parem numerum facientibus, scilicet ex uno et 3. Rursus ex numeris ab et bg coniunctus fit impar, et aufferatur .ab. ex bg., et sit residuum eorum numerus gd. Et sit proportio numeri gb. ad ba. minor proportione .ag. ad .gd. Inueniam rursus duas multitudines continuas imparium in proportione quam habet gb. ad .ba., ex una quoque multitudine procreabitur congruum unitatum idem: adiaceat itaque numerus t. duplus numeri .bg., et numerus .s. duplus numeri .ba.; coniunctus quidem ex numeris .ts. par est; et est .t. ad .s., sicut bg. ad .ba.: et ducatur .gd. in numeris .ts., et proueniant numeri .ez. et zi. Est ergo sicut t. ad .s., hoc est sicut .gb. ad .ba., ita ez. ad .zi.: et ducatur iterum numerus ag. in numeris .t.s., et proueniant .km. et kl. Est ergo ut .t. ad .s., hoc est ut ez. ad zi., ita km. ad kl: et quoniam pares sunt numeri .t.s., pares sunt numeri .km et kl.: et ostendetur per premissam ea que dicta sunt in numeris .kh. hl. ln. nm. et mc., et in reliquis etiam .ro. op. pq. : est ergo congruum .op. uel pq. etc. Que etiam ostendemus cum numeris. Sit ita ut bg. 2., et ba. sit .1., erit ag. 3. et gd. 1. et t. 4. et .s. 2 et ez. 4. et zi. 2. et .km. 12. et .kl. 6. et .hn. 8. et nc. 4. et kh 2, et quadratus .ro. unum congruum .op., uel .pq. 24. Quare quadratus .rp. est 25., et quadratus .rq. .49.; que opertebant (*sic*) ostendere.

fol. 29 verso.

• uno et 3 ..... .t.s., pares • | fol. 29 verso, lin. 3-13, pag. 369, lin. 12-22.

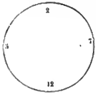


Et quoniam numeri bg et ba., scilicet unum et due sunt minores qui sint in numeris; et ex coniunctione eorum prouenit impar numerus; et cum ipsis habuimus 24. per congruum, sicuti habuimus superius ex positione ternarij et unitatis, qui sunt minores numeri qui esse possint facientium parem numerum. Ideo manifestum est, 24. esse minus, et primum congruum quod cadat in tribus quadratis, qui sint ex integris numeris; sed cum fractionibus possunt inuenirj minores eo, ut insequentibus demonstrabimus.

Sed sit proportio gb. ad ba. maior proportione .ag. ad gd., tunc erunt multitudo imparium primj congrui ad multitudinem secundi, sicut .ag. ad gd.; et sit iterum ag. impar: que ut liquidius demonstrentur, sit g.b. 5., et .ba 2; erunt ergo .ag. 7. et dg. 3.: duplum quidem ex .gb. est .10, et ex ba. est 4.; et ducatur .4. in numeris .ag. et gd., et ueniet pro multitudine imparium primi congrui .28., et pro multitudine secundi .12.: et multiplica unumquemque numerorum | ag et dg per duplum bg., et habebis .70 pro numero, circa quem sunt 12 impares numeri facientes secundum congruum, et 30., circa quem erunt 28 impares facientes primum. Quare extractis 28. de 30. remanent .2., quorum medietas, scilicet unum, est radix primi quadrati; et adde

fol. 30 recto.

a in .70. ... .14. equantur a (fol. 30 recto, lin. 7—14, pag. 270, lin. 2—10).



28 cum .30., erunt .58., cuius medietas, scilicet 29, est radix secundi quadrati. Item adde .12. cum .70. faciunt 82, quorum medietas, scilicet .41., est radix tertij quadrati; et ex ductu .28. in .30., uel 12 in .70., habentur 840 pro congruo. Egreditur autem idem .840. ex alijs duobus adiacentibus numeris, scilicet ex septenario et quinario; quia si solidum, quod fit ab eis et ab eorum coniuncto, ducatur in binarium, scilicet id in quo .7. excedit .5., proueniet .840. Egreditur enim multitudo prima imparium facientium ipsum ex ducto binario in septenarium. Quare ipsi impares numeri sunt 14., et sunt circa 60, qui egreditur ex quinario ducto in 12.: multitudo quidem secunda prouenit ex binario ducto in quinarium; et est illa multitudo circa .84., qui prouenit ex septenario ducto in .12. Nam decies 84., uel sexagesies .14. equantur solido, qui fit a 5 et 7 et 12. ducto in binarium. Vnde cuiuslibet congrui vigesima quarta pars est integra, ut superius ostensum est: et est .24 primus congruum, quod inuenirj potest cum integris quadratis numeris; et ab ipso 24 generantur omnia congrua. Quotiens enim .24. multiplicabitur per quadratum numerum, totiens congruum procreabitur, et erunt minor quadratus ex tribus quadratis, quibus congruit ipse ille, per quem multiplicabitur .24. Medius autem quadratus erit numerus, qui procreabitur ex ipso quadrato ducto in .25. Tertius quidem quadratus erit numerus, qui proueniet ex eodem primo quadrato ducto in .49., cuius numeri radix erit numerus factus ex multiplicatione radicis primj quadrati in .7., qui est radix de .49.; et erunt multitudo prima imparium facientium congruum dupla multitudinis facientium idem. Similiter egredietur congruum si multiplicabitur 24 per aliquam summam quadratorum, qui fiunt ab ordinatis numeris ab unitate ascendentibus per impares et pares, uel per impares tantum, uel ipsa res tantum, aut per eos qui ascendunt per ternarium, seu per quaternarium, uel per reliquos numeros, quorum quadratorum summas superius inuenire docuimus; et erunt proportio imparium facientium secundum congruum ad impares facientium primum, sicut radix ultimi quadrati est ad radicem sequentis quadrati in ordine assumpte collectionis. Verbi gratia: summa quadratorum trium imparium numerorum, scilicet unius et nouem et xxv., est 35.; quibus ductis per 24 faciunt 840., |qui est congruum; prouenit etiam ex quinario et septenario adiacentibus: quare proportio prime multitudinis imparium ad multitudinem secundam est sicut .7. ad .5., ut superius ostensum est.

e vel ex multitudine

fol. 30 verso.

Si congruum aliquod cum suis quadratis multiplicetur per aliquem quadratum, numerus factus ex multiplicatione congrui in quadratum congruum erit; reliqui quadrati erunt congruentes, facto congruo. Sit .ab. quadratus, et bg. sit congruum, et .gd. sit equalis numero .bg.; quadrati ergo erunt numeri .ag. et .ad.: et adiaceat quidam quadratus numerus .e. Dico quod id, quod fit ex .e. in congruo .bg, congruum erit; et numeri, qui fient ex .e. in quadratis .ab.ag.ad., quadrati erunt congruentes, congruo facto ex .e. in .bg. Ex ductu quidem ex .e. in .ab. proueniat .zi.; et ex ductu .e. in .ag proueniat .zt., et ex .e. in .a.d. proueniat zk. Et quoniam ex .e. quadrato in .ag. quadratum prouenit .zt. quadratus. Est ergo etiam zt, et est .zi equalis duobus numeris, qui fiunt ex quadrato .e. in quadratum ab., et congruum .bg. Sed id quod fit ex quadrato .e. in quadratum .ab. est numerus zi. Reliquus ergo .it. procreatur ex .e. in congruum .bg. Et quoniam quadrati sunt numeri .e. et .ab., factus ex eis quadratus est; quadratus est ergo numerus .zi. Rursus quoniam ex quadrato .e.

quidam quadratus ..., est numerus a (fol. 30 verso, lin. 7—13; pag. 270 lin. 35-41)



in quadratum *.ad.* factus est numerus *.zk.*; quadratus ergo est *.zk.*, et est equalis duobus numeris, qui fiunt ex ductu *.e.* in numeris *.ag.* et *gd*. Sed ex *.e.* in *.ag.* factus est quadratus *.zt.* Reliquus ergo *zk.* fit ex *e.* in *.gd.* Et quoniam equalis est numerus *.bg.* numero *.gd.*, equalis erunt factus ex *.e.* in *.bg.* facto ex *.e.* in *.gd.*: factus autem ex *.e.* in *.bg.* est *.it.* Ergo *.it.* equalis est numero *.tk.*: si super quadratum autem *.zt.* addatur numerus *.tk.*, faciet quadratum *.zk.*; et si á *.zt.* quadrato auferatur *.tk.*, hoc est *.ti.*, remanebit *.zi.* quadratus; ergo congruum est *.it.*, et congruunt ei tres quadrati, qui sunt *.zi.* et *.zt.* et *.zk.*; que oportebat ostendere. Similiter ostendetur prouenire idem, si aliquod congruum cum suis quadratis diuidatur per aliquem quadratum numerum.

Volo inuenire congruum, cuius quinta pars sit integra: sit unus ex adiacentibus numeris .5., alter sit numerus quadratus facientes coniunctum ex eis numerum quadratum; et extracto minore ex maiore remaneat quadratus numerus. Erit itaque ille quadratus .4.; quo addito cum quinario facit .9., qui est quadratus; et extracto .4. de .5. remanet .1., qui est etiam quadratus; dico ex his numeris adiacentibus egredi congruum, cuius quinta pars erit quadrata: prouenit enim congruum ex his numeris ex ducta .1. in duplo quinarij; quod totum multiplicatur per duplum quaternarij; et illud quod egreditur ducitur per nouenarium, | hoc est multiplicare superficiem, que fit ab uno in duplo quinarij, in superficiem que fit á duplo quaternarij, in .9., hoc est .10. in .72; sed ex ductu quaternarij in nouenarium prouenit quadratus numerus, cum ambo sint quadrati. Ergo ex ducto duplo quaternarij in .9. facit duplum quadrati; et ex ductu dupli quadrati in duplo quinarij prouenit quadruplum quadrati ductum in quinarium. Sed quadruplum quadrati facit quadratum numerum; ergo quadruplum quadrati ductum in .5. facit quincuplum quadrati, et ductu quincuplo dicti quadrati ducto in .1. qui est quadratus, facit iterum quincuplum quadrati. Ergo congruum, quod fit ab his, quinta pars erit quadrata.

fol. 31 recto

.1. uel ductum

Hec questio predicta in prologo libri huius.

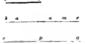
Volo inuenire quadratum, cui addito .5. uel diminuto faciat quadratum numerum. Adiaceat congruum, cui quinta pars sit quadrata, eritque 720., cuius quinta pars est .144.; in quo diuide quadratos congruentes eidem .720., quorum primus est .961., secundus est .1681., tertius autem est .2401.; et est radix primi quadrati .31. Secundi .41., tertij .49., exibit pro primo quadrato $\frac{97}{144}$ 6, cuius radix est $\frac{7}{12}$ .2., que prouenit ex diuisione .31. in radicem de .144., hoc est in .12.; et pro secundo, hoc est pro quesito quadrato, ueniet $\frac{97}{144}$ 11, cuius radix est $\frac{5}{12}$ 3, que prouenit ex diuisione .41. in .12.; et pro ultimo quadrato ueniet $\frac{97}{144}$ 16, cuius radix est $\frac{1}{12}$ 4.

« quadratum ... in 12. et » (fol. 31 recto, lin. 10, 11-17; pag. 271, lin. 28-34).



Si duo quilibet numeri componantur facientes compositum ex his parem numerum, proportio compositi ad residuum, in quo maior excedit minorem, non erunt eadem quam habet maior numerus ad minorem. Adiaceant duo numeri *.ab.* et *bg.*; et sit *.gd.* id in quo maior *.gb.* excedit minorem *.ba.*; et sit par numerus *.ag.*; dico non esse ut *.gb.* ad *.ba.*, ita *.ag.* ad *.gd.* Sed si possibile est, esto *.ag.* ad *.gd.*, sicut *.gb.* ad *.ba.*; erit ergo *.d.* superficies, que fit ex *bg.* in *.gd.*, equalis superficiei que fit ex *.ag.* in *.ba.* Sit ergo *.ze.* numerus superficialis qui fit ex *.bg.* in *.gd.*; et numerus *.kl.* proueniat ex *ag.* in *.ba.*; equalis est ergo numerus *.ze.* numero *.kl.*: ex ductu autem

« bg.; et sit ... gd. numerus » (fol. 31 recto, lin. 22-29; pag. 271, lin. 38 — pag. 272, lin. 2).



.ze. in .kl. proueniat .op.; numerus ergo .op. equalis est numero qui fit ex ductu .ba. in .gd. in ductum ex ag. in .bg. Sit ergo ductus .ab. in gd. numerus .zi.; et ductus ag. in .bg esto .km.; maior est enim .km. quam .kl., cum maior sit numerus .gb. quam .ba.; ergo .op. equalis est numero qui fit ex .zi. in .km. Esto itaque numerus .pq. factus ex .zi. in .km.; ergo numerus .op. equalis est numero .pq. Sed op. quadratus est, cum sit factus á duobus equalibus numeris, qui sunt .ez. kl. | Ergo et pq. quadratus est. Ostensum est superius in primo congruo inueniendo, numerum .lm. equalem esse numero .ei; maior est enim .ei quam .ez.; ergo maior est lm. quam ez.: accipiatur ergo ex numero .lm. numerus .ln equalis numero .ez., hoc est numero .kl. Reliquus .nm equalis est numero .zi.: addatur itaque super km. numerus mc. equalis numero .m.n.; et quoniam .kn. duplus est numero .kl., par erit kn. Ex multitudine quidem imparium, qui sunt ab uno usque in .kn., prouenit quadratus .op.; sunt enim circa numerum .kl.: quare kl. est radix numeri op. Rursus quoniam ex zi. in km. prouenit quadratus .pq. Sed quot unitates sunt in numero .zi., tot impares numeri sunt inter numerum kn. et numerum .kc.; duplus est enim .nc. numeri .zi.; ergo quadratus .pq. constat ex imparibus, qui sunt inter .kn. et .km. Ergo duo quadrati .op. et .pq. constant ex omnibus imparibus, qui sunt ab unitate usque in numerum .kc.; ergo numerus .oq. quadratus est, et est duplus quadrati .op.: proportio ergo quadrati oq. ad quadratum op. est sicut .2. ad .1., hoc est sicut numeri non quadrati ad numerum quadratum; quod est inconueniens. Non ergo proportio coniuncti .a.g. ad residuum dg. est sicut .gb. ad .ba.; quod oportebat ostendere.

fol. 31 verso.

Hoc idem demonstraretur, si numerus .ag esset impar; quia que proportio est numeri bg. ad .ba., eadem dupli gb. ad duplum .ba. Vnde numerus .ez. ostenderetur equalis numero .kl. etc. Ex hoc enim ostendetur quod nullus quadratus numerus potest esse congruum; quia si possibile esset, etiam esset proportio coniuncti duorum adiacentium numerorum ad residuum, sicut maior eorum ad minorem.

Quare subintelligitur, multos numeros esse qui congruum esse non possunt; sed omnis numerus potest esse congruum, si ex diuisione alicuius congrui per ipsum proueniat numerus quadratus; uel si ipse fuerit unus ex IIII.or adiacentibus , et reliqui tres fiant quadrati: ut si ponamus .9. et .16. qui sunt quadrati; et coniunctus ex eis, scilicet .25., est quadratus;et aufferatur 9 de 16,remanent .7.;qui .7. potest esse congruum: multiplicatio quidem dupli de .9. in duplum de .16. facit quadratum numerum, scilicet .576.; qui si multiplicetur per 25., faciet iterum quadratum numerum; qui si ducatur per .7., faciet congruum ; ergo .7.ma eius pars erit quadrata.

Volo inuenire numerum quadratum, cui addita radice ipsius faciat quadratum numerum; et si ipsa radix aufferatur ab eo, remaneat similiter numerus quadratus.

Adiaceat congruum similiter cum suis tribus quadratis, qui sunt numeri ab. ag. ad. Quare congruum erit numerus bg. et gd.; et diuidatur unusquisque quadratorum | ab. ag. ad. per congruum .bg. , et proueniant numeri .ez. ei. eh. ; et constituatur super .ei. tetragonum .ek., et compleatur superficies .lh.; et à puncto .z. equidistans rectis ik et .el. protrahatur recta .zt.; et quoniam numerus .ez. prouenit ex diuisione numeri .ab. per bg.; et numerus .e.i. prouenit ex diuisione numeri .ag. in congruum .bg.; numerus quidem zi. prouenit ex diuisione .bg. in se. Ergo .zi. est 1: similiter

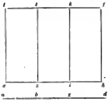
fol. 32 recto.

quia diuiso *.ad.* per congruum *.gd.*, hoc est per *.bg*, prouenit numerus *.eh.*, et ex diuisione *ag.* in *.gd.* prouenit *.ei.* Ergo *.ih.* prouenict ex diuisione *.gd.* in se. Quare *.ih.* est similiter .t.; equalis est ergo *.hi.* recte *.iz.*: et quoniam super rectam *.ei.* constitutum est tetragonum *.ek.*, et *.hi.* est .t.; superficies itaque *.kh.*, uel *kz.* est radix tetragonj *.ek.* Ergo super tetragonum *.ek.* addatur eius radix, scilicet superficies *.kh.*, proueniet superficies *.lh.*; et si ex quadrato *.ek* aufferatur eius radix, que est *.kz.*, remanebit superficies *.zl.*: et quoniam ex diuisione numerorum *.ab.* et *.ag.* et *.ad.* in aliquem numerum, scilicet in *.bg.*, prouenerunt numeri *.ez. ei. eh.* Est ergo sicut *.ab.* ad *.ag.*, ita *.ez.* ad *ei.*; sunt enim quadrati numeri *ab.* et *ag.* : ergo proportio numeri *.ez.* ad *ei* est sicut proportio quadrati numeri ad quadratum numerum. Quare ex ductu *.ez.* in *.ei.* proueniet quadratus numerus. Sed *ei.* recte equalis est recta *.zt.*, cum sit equalis recte *.ik.*; tetragonum enim est superficies *.ek.*; ergo superficies *.et.* est quadratus numerus.

Similiter quoniam proportio *ei* ad *eh.*, hoc est *le* ad *eh.*, est sicut quadrati numeri ad quadratum numerum, factus quidem ex numeris *.eh. le.* quadratus erit, hoc est superficies *lh.* Inuenctus est enim quadratus numerus *.ek.*, cui addita radice, que est *kh*, prouenit quadratus numerus *.lh.*; et si ex quadrato *.ek.* auferatur eius radix, remanebit quadratus numerus *.et.*; quod oportebat facere.

Similiter si oportuerit inuenire quadratum numerum, cui additis duabus radicibus, uel diminutis ab eo, fiat semper quadratus numerus: diuidantur tunc adiacentes quadrati *.ab. ag. ad.* per dimidium congrui *.bg.*, et proueniant numeri *.e.z. ei. eh.*, et erit numerus *.zi.* 2., cui equabitur numerus *.ih.*: quare unaqueque superficierum *kh* et *kz.* crit equalis duabus radicibus quadrati numeri *.k.*; et erit similiter proportio *.ez.* ad *.zt.*, sicut quadrati *.ab* ad quadratum *.ag.* Quare numerus qui fit ex *ez.* in *.zt.*, hoc est superficies *.et.*, quadratus est; propter eandem et superficies, scilicet numerus *.lh.*, est quadratus : inueutus est ergo quadratus *.ek.*, cui additis duabus radicibus, scilicet *.kh*, pronenit quadratus numerus *.lh.*; et demptis ab eodem *.ek.* duabus radicibus, scilicet *.kz.*, remanet quadratus numerus *.zl.*: hoc idem intelligas | de tribus, uel pluribus radicibus additis uel diminutis.

« duabus radicibus, ... idem intelligas » (fol. 32 recto, lin. ultima e margine inferiore; pag. 273, lin. 27 e 28).



fol. 32 verso.

Et ut hec in numeris habeantur, quadratus *.ab.* sit .1., et quadratus *.ag.* sit .25. ; quadratus quoque *.ad.* sit .49.; erunt ergo congruum *.bg.* uel *gd.* 24., in quo diuidantur 1 et 25 et 49, proueniet *.ez.* $\frac{1}{24}$, et *ei* erit $\frac{1}{24}$ 1; numerus quoque *eh* erit $\frac{1}{24}$ 2.: ex ductu quidem *.ei.* in se prouenit quadratum *ek.*, quod est $\frac{625}{576}$; cui si addatur id quod fit ex *ki.* in *.ih.*, scilicet $\frac{1}{24}$ 1, proueniet $\frac{1225}{576}$, cuius radix est $\frac{35}{24}$, hoc est $\frac{11}{24}$ 1 : similiter si auferatur $\frac{1}{24}$ 1, hoc est $\frac{600}{576}$ ex $\frac{625}{576}$, hoc est numerus *kz* ex numero *ke.*, remanebit pro superficie *.et.* $\frac{25}{576}$, quorum radix est $\frac{5}{24}$: et si super quadratum aliquem proponatur addi et diminui duas radices, duplicabis quidem numeros *.ez. ei. eh.*, prouenient $\frac{1}{12}$ et $\frac{1}{12}$ 2 et $\frac{1}{12}$ 4.; qui etiam prouenient si diuidatur .1. et 25 et 49. per dimidium congruum, scilicet per 12.; et sic radix quesiti quadrati erit $\frac{1}{12}$. 2; et sic intelligas de tribus uel pluribus radicibus additis et diminutis.

Omnium trium quadratorum, qui sunt continui impares, maior quadratus addit super medium octo plus quam medius super minorem. Adiaceant tres radices *.ab. bg. gd.* trium datorum quadratorum, qui sunt impares et continui ; et sit radix *.ab.* minor

quam .*bg*., et *bg* minor quam .*dg*.; dico quadratum, qui fit á numero .*gd*., addere octo plus super quadratum, qui fit á numero *bg*., quam addat quadratus, qui fit á numero .*bg*. super quadratum, qui fit á numero .*ad*.

Quare numeri .*ab*. *bg*. *gd*. sunt radices trium continuorum quadratorum imparium; impares quidem sunt et continui. Quare *bg*. superhabundat .*ab*. in duobus, et in tot superhabundat numerus .*gd*. numerum .*bg*. Aufferantur ergo duo á numero .*bg*., remaneatque ex eo numerus *b*.: propter eandem si a numero .*gd*. aufferantur duo, scilicet numerus .*cd*., remanebit .*gc*. equalis numero .*bg*. Rursus si á numero .*cg*. auferatur numerus .*gf*. equalis utrique numerorum .*ab*. *be*., remanebunt duo pro numero .*fc*.; quare totus .*fd*. est 4. Et quoniam numerus .*ge*. est id in quo numerus *bg* superhabundat numerum *ab*.; et est .*e*.*g*. duo; addit ergo quadratus, qui fit á numero .*bg*., super quadratum, qui fit á numero .*ab*., duplum numerorum .*ab*. .*bg*., hoc numeri .*ag*. Similiter et quadratus, qui fit á numero .*g*.*d*., addit super quadratum *bg*. duplum numerorum .*bg*. *gd*.; ergo quot excedit duplum numerorum *bg*. *gd*., duplum numerorum .*ab*. *bg*., tot excedit numerus qui est inter quadratos, qui fiunt á numeris .*gd*. *gb*., numerum qui est inter quadratos, qui fiunt á numeris .*gb*. *ba*.: comuniter auferatur duplum numeri .*bg*., quot | ergo superhabundat duplum numeri .*gd*. duplum numeri .*ab*., tot superhabundat numerus qui est inter quadratos, qui fiunt á numeris .*dg*. *gb*., numerum qui est inter quadratos, qui fiunt á numeris .*gb*. *ba*. Sed duplum numeri .*ab*. est sicut duplum numeri .*gf*; ergo duplum numeri .*gd*. superhabundat duplum numeri .*ab*., hoc est duplum numeri .*gf*. in duplo numeri .*fd*. Sed duplum numeri .*fd*. est octo; quaternarius est enim .*fd*.; ergo quadratus, qui fit á numero .*gd*., addit octo super quadratum, qui fit á numero .*bg*., plus quam addat quadratus, qui fit á numero .*bg*, super quadratum, qui fit á numero .*ba*., ut oportebat ostendere.

e qui fiunt ... *bg*, quot á (fol. 32 *verso*, lin. ultima e margine inferiore; pag. 274, lin. 16 e 17).



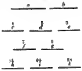
fol. 33 *recto*.

Et quoniam secundus quadratus impar, scilicet .9., addit unum octonarium super primum quadratum imparem, scilicet super 1., inuenietur ex his tertium quadratum imparem, scilicet .25., addere duos octonarios super secundum quadratum imparem; et sic semper inuenietur ordinata ascensio quadratorum imparium ascendere per ascensionem numerorum, qui ascendunt per octonarium: hoc idem accidit in quadratis parium numerorum preter ascensionem secundi quadrati paris, scilicet .16., qui addit .12. super primum quadratum parem, scilicet super .4.: deinde pares quadrati ascendunt per octonarios in infinitum numerando supra .12. Vel secundus quadratus par addit super primum quadratum parem tres quaternarios; et tertius super secundum addit quinque quaternarios; et quartus super tertium septem quaternarios; et quintus super quartum nouem; et sic semper adduntur duo quaternarij per ascensionem imparium numerorum usque in infinitum secundum hanc proportionem. Vel primus quadratus parium, scilicet .4., constat ex uno quaternario. Secundus super primum addit tres quaternarios. Tertius super secundum quinque; et sic inuenitur, pares quadratos ascendere per ascensionem quaternariorum, que ascendit per impares numeros ordinate. Similiter inueni quadratos numerorum qui ascendunt per ternarium ordinate, ascendere per ascensionem nouenariorum, qui ascendunt similiter per impares numeros. Verbi gratia: quadratus ternarij est semel .9. Sexnarij addit super primum tres nouenarios, cum sit .36.; super quem quadratus nouenarij addit quinque nouenarios. Sequens uero, scilicet qua-

dratus duodenarij , addit .7. nouenarios super quadratum nouenarij ; et sic deinceps illud idem inuenj ex ascensione quadratorum, qui sunt á numeris ascendentibus per quaternarium, et per alios numeros in infinitum; ex quibus omnibus collegi solutiones quarumdam sequentium questionum. |

fol. 32 *verso*.

« Volo inuenire ... .b. maiorj » (fol. 32 *verso*, lin. 1—5 e 6; e margine superiore; pag. 275, lin. 5—9).



Volo inuenire in data proportione duas differentias trium quadratorum. Esto data proportio numeri *.a.* ad numerum *.b.*, et sint numeri *.a.b.* primj ad se inuicem; numeri quidem *.a b.* aut sunt continui aut non. Sint primum continui, et esto numerus *.b.* maior quam *.a*; et adiacet unitas *.c*; et ab unitate *.c.* in ordine disponantur tot numeri impares, quot sunt unitates in numero *.b.* maiori, qui sunt *.d.e.f.g.*; et accipiantur quadrati numerorum *.e.f.g.*, qui sint numeri *h i. k.*; dico quod proportio differentie que est inter quadratum *h* et quadratum *.i.*, ad differentiam que est inter quadratos *.ik*, est sicut numerus *.a.* ad numerum *.b.*; quod ita probatur: quoniam unitas est *.c.*, et ab ipsa depositi sunt numeri impares ordinate *.d.e.f.g.*, erit *.d.* 3. et *.e* 5. et *.f.* 7. et *.g.* 9.; et quadratus, qui fit á numero *.e.*, scilicet numerus *.h.*, est 25.; et quadratus, qui fit a numero *.f.*, scilicet numerus *.i.*, est .49.; et quadratus, qui fit á numero *.g.*, scilicet numerus *.k.*, est 81.: et quia numeri *.d.e.f.g.* sunt secundum quantitatem unitatum , que sunt in numero *.b.*; et numeri *.d.e.f.g.* sunt .iiii^or^., erit manifestum quod numerus *.b.* est .4., et numerus *.a.* est .3.; et manifestum quod quadratus, qui fit á numero *.d.*, scilicet á ternario, addit super quadratum, qui fit ab unitate *.c.* unum octunarium; et quadratus, qui fit á numero *.e.*, addit super quadratum numeri *.d.* duos octonarios. Et quadratus, qui fit á numero *.f.*, scilicet numerus *.i.*, addit super quadratum, qui fit á numero *.e.*, hoc est super numerum *.h.* tres octonarios, videlicet secundum quantitatem unitatum, que sunt á numero *.a.*; nec non et quadratus, qui fit á numero *.g.*, addit super quadratum, qui fit á numero *.f.*, scilicet super quadratum *.i* , quatuor octonarios, scilicet secundum quantitatem unitatum, que sunt in numero *.b.*: quare proportio differentię, que est inter quadratos *.h.i.*, ad differentiam, que est inter quadratos *.i.k.*, est sicut *.a.* ad *.b.*, hoc est sicut 3. ad 4. Et si numerus *.a.* esset .10., et *.b.* 11., secundum ea que dicta sunt, addendi essent simul 10 et 11. et 21, que inde proueniunt, essent radix medianj quadrati : quare .19. erit radix minoris quadrati, et 23 erit radix maioris. Sunt enim 19. et 21 et 23 continui impares; et est .21. decimus numerus impar ab unitate. Quare quadratus, qui fit ab ipso .21., scilicet .441., addit super quadratum, qui fit á .19., scilicet super .361., decem octonarios. Etquadratus, qui fit á 23., cum sit undecimusnumerusimpar ab unitate, addit super quadratum, qui fit á 21, scilicet 529 super 441, undecim octonarios: quare differentia, que est inter 361 et 441., scilicet .80., est ad differentiam, que est inter 441 et 529., | scilicet ad 88., sicut .10 ad 11. Nam quam proportionem habet .80 ad 88., eamdem habet $\frac{1}{8}$ de 80. ad $\frac{1}{8}$ de 88., scilicet 10 ad 11; quod oportebat ostendere.

fol. 21 *recto*.

Et si non sunt numeri *.a.b.* continui, erunt ipsi numeri aut impares collaterales, aut non. Sint primum collaterales impares; et quoniam quadrati, qui sunt á paribus numeris, ordinate ascendunt per quadruplicatam ascensionem imparium numerorum, ut 4., qui est quadratus binarij, scilicet primj paris numeri, qui ascendit per quantitatem unius quaternarij; et 16., qui est quadratus secundi paris numeri, scilicet quaternarij, qui surgit per quadruplicatam ascensionem duorum imparium numerorum, scilicet de .1. et 3., erit manifestum quod unusquisque quadratus par addit duos quaternarios plus

« numerorum . . . . ascendit » (fol. 34 *recto*, lin. 6; pag. 275, lin. 39—40).



super antecedente quadratum parem super quaternarios, quos addit ipse antecedens quadratus super suum antecedentem quadratum; hoc quod tertius quadratus par addit super secundum quadratum parem quinque quaternarios, cum secundus quadratus par addit super primum tres quaternarios, scilicet .16. super .4.; et quartus quadratus par addit super tertium quadratum septem quaternarios; et ita accidit omnibus per ordinem. Vnde cum uolumus inuenire duas differentias inter tres quadratos numerus, quarum proportio sit sicut duo numeri impares collaterales, ut dicamus sicut 11. est ad 13. Accipiemus inter pares quadratos continuos, quorum medianus quadratus addat super antecedentem quadratum parem .11. quaternarios. Qui tres quadrati ita possunt inuenirj. Addantur .11. cum .13, erunt .24.; quorum quarta pars multiplicetur per .2, scilicet per radicem primj paris quadrati, erit .12., qui sunt radix medianj quadratj; et 10 erit radix primj quadratj, et 14 erit radix secundi quadratj: possumus etiam hoc idem inuenire inter quadratos, qui fiunt á numeris ascendentibus per ternarium. Verbi gratia: uolumus inuenire duas differentias inter tres quadratos numeros, quarum proporto sit sicut 19. est ad .21., qui sunt collaterales impares; addemus .19. cum .21., et 40. que proueniunt, diuidemus per 4.; et 10 que inde proueniunt, multiplicabimus per 3, scilicet per radicem primj quadratj ipsius ordinis, erunt .30., que erunt radix medianj quadratj. Quare radix minoris quadrati erit .27, et radix maioris erit .33. Nam quadratus qui fit á 30., scilicet 900., addit super quadratum qui fit ad 27., scilicet super 729, nouenarios .19.; et quadratus qui fit á .33., scilicet .1089., addit super .900. nonenarios .21.; et sic

fol. 34 verso.

proportio differentię, que est inter 729 et 900., scilicet 171., est ad differentiam que est | inter 900 et 1089, scilicet ad 189, sicut 19 ad 21; hoc uolumus: quod etiam inuenietur inter quadratos, qui fiunt á numeris ascendentibus per quaternarium, uel quinarium, uel per alium quemlibet numerum.

Et si proportio duarum differentiarum, que sunt inter tres quadratos, fuerit sicut aliquis quadratus .a. ad aliquem quadratum .b., uoluero ipsos tres quadratos inuenire. Ponam numerum .c medium inter .a.b. in proportione continua cum possibile. Quia, ut in Euclide habetur, inter duos quadratos numeros unus medius intercidit numerus, et procreabitur numerus .c. ex multiplicatione radicis numeri .a. in radicem numeri .b.; et erit sicut .a. ad .c., ita .c. ad b.; et sicut .c. est ad .b., ita b sit ad .d.; et erunt numeri .a.c.b.d. continue proportionales: quare erit sicut .a. ad .b., ita .c. ad .d.; et sit quadratus numeri .a. numerus .ef., et quadratus numeri .c. numerus .eg. Insuper et quadratus numeri .b. numerus .e.h.; dico, differentias que sunt inter quadratos .ef. et eg. et eh., scilicet numeri .fg. et .gh., proportionem habere ad se inuicem, eam quam habet quadratus numerus .a. ad quadratum numerum .b.; quod sic probatur. Quoniam numerj .a. c. b. continuo proportionales sunt, est sicut .a. primus ad .b. tertium, ita quadratus numeri .a. primj ad quadratum numeri .c. secundi, ut in geometria aperte monstratum est. Est enim quadratus numeri .a. numerus .e.f., et quadratus numeri .c. numerus .eg.; ergo est sicut .a. ad .b., ita numerus .ef. ad numerum eg. Rursus quoniam numeri .c. b d. continue proportionales, est sicut .c. ad d., ita quadratus numeri .c., scilicet numerus .eg., ad quadratum numeri .b., scilicet ad numerum .eh. Sed sicut .c. est ad .d., ita fuit .a. ad b.; ergo sicut .a. ad b., ita numerus eg. ad numerum .eh.; fuit etiam sicut .a. ad b., ita .ef. ad numerum eg.

« radicis numeri ... ita .c ad b. » (fol. 34 verso, lin. 9; pag. 276, lin. 29 e 30)



« eam quam .... probatur Quoniam » (fol. 34, verso, lin. 15; pag 276, lin. 34 e 35).



Numeri ergo *.ef.* et *eg.* et *eh.* continue proportionales sunt. Et quoniam est sicut *.ef.* ad *.eg.*, ita *.eg.* ad *.eh.* : disiunctim ergo erit sicut *.ef.* ad *.fg.*, ita *eg.* ad *.gh.*: permutatim ergo sicut *.ef.* ad *.eg.*, ita *.fg.* ad *gh.*; sed *ef.* ad *eg.* est sicut *.a.* ad *.b.*; ergo sicut *.a.* ad *b.*, ita *.fg.*, scilicet differentia que est inter quadratos *.ef.* et *eg.* est ad *.gh.*, scilicet ad differentiam que est inter quadratos *.eg.* et *.eh.*: que etiam ostendantur cum numeris. Esto quidem numerus *.a.* 16., et numerus. *b.* 25.; quare numerus *.c.* erit .20., qui procreatur ex ductu radicis de 16 in radicem de .25; et est sicut .16. ad .20, ita .20 ad .25.; et erit quadratus numeri *.a.*, scilicet numerus *.ef.*, 256.; et quadratus numeri *.c.*, scilicet numerus *.eg.*, 400.; et quadratus numeri *.b.*, hoc est numerus *.eh.*, | est .625: vnde si ex *.eg.* auferatur *.ef.*, remanebunt .144. pro numero *.fg.*; et si auferatur quadratus *.eg.* ex quadrato *.eh.*, scilicet .400. de .625., remanebunt .225. pro numero *.gh*: sunt enim .144. ad .225. sicut .16. sunt ad 25.; et hoc nolui demonstrare. fol. 35 recto.

Et si data proportio duarum differentiarium cadentium inter tres quadratos non fuerit aliqua suprascriptarum, videlicet ex continuis, uel ex imparibus collateralibus numeris, aut ex duobus quadratis. Solutionem quarum ex ascensione octonariorum cadentem inter quadratos impares, que fit ex numeris continue ascendentibus ab unitate, ex ascensione quaternariorum cadente inter pares quadratos numeros, que fit ex numeris ab unitate ascendentibus per impares numeros. Inueniemus hoc ordine. Ponamus ut proportio duarum differentiarum cadentium inter tres quadratos numeros fiat sicut .2 est ad 9.

Accipiam primum quadratum qui fit á quinario, qui addit super quadratum sibi antecedentem imparem duos octonarios. Et habebo ipsum pro primo quadrato, si possibile fuerit; et proportionabo ipsos duos octonarios cum octonarijs, quos addit sequens quadratus impar super quadratum quinarij, scilicet cum .3. octonarijs: et quia proportio de .2. ad 3. non est sicut .2. ad 9, super tres octonarios addam quatuor octonarios, quos addit quadratus nouenarij super quadratum septenarij, et erunt septem octonarij; et erit proportio duorum octonariorum ad septem octonarios sicut .2. ad .7. Sed proportio de .2. ad .7. est maior proportione quam habet .2. ad 9. Quare super .7. octonarijs addam multitudinem octonariorum additionis sequentis imparis quadrati, eius videlicet qui fuit ab .11, erunt octonarij .12.; ad quem numerum, cum duo habeant minorem proportionem quam ad .9., duplicabo numeros proportionis, scilicet .2. et .9., et habebo 4. et .18. Et considerabo proportionem quam habet .4. ad sequentem sibi numerum, scilicet ad .5., uel ad duos sequentes numeros, scilicet ad .5. et ad 6., uel ad tres sequentes numeros, donec inueniam inde proportionem quam habet .4. ad .18.; et hoc erit cum accepero á quaternario tres sequentes numeros, scilicet .5. et .6. et .7., qui faciunt .18.; ad quem numerum .4. habet proportionem, eam quam habet .2. ad .9.: et propter hoc inuenta est solutio questionis, et habebo pro maiorj quadrato ipsum qui est á 15., scilicet 225.; que .15. habentur ex duplo de .7., uno addito; et est quadratus, qui fit á 15., addens super quadratum, qui fit ad 13, septem octonarios; | et quadratus, qui fit á 13, addit super quadratum qui fit ab 11. sex octonarios; et quadratus, qui fit ab 11, addit super quadratum qui fit á 9 quinque octonarios; et sic quadratus, qui fit ad 15, addit super quadratum qui fit á 9, octonarios .18.; et quadratus, fol. 35 verso.

qui fit á 9, addit super quadratum qui fit á 7, quatuor octonarios; et sic proportio differentię, que est inter quadratum qui fit á 7, et quadratum qui fit á 9., scilicet inter .49. et 81., erit ad differentiam, que est inter 81 et 225, sicut .2. ad 9; et hoc est quod uoluj demonstrare.

Soluuntur etiam omnes suprascriptę questiones et eorum consimiles in quadratis qui fiunt á duplo uel á triplo uel á quolibet alio multiplice numerorum, á quibus fiunt quadratj suprascriptorum (*sic*) inuentionum. Verbi gratia: fuerunt quadrati suprascriptę questionis á 7 et á 9 et a 15. Quare si dupricauimus hos tres numeros, habebimus pro radice minoris quadrati 14., et pro radice medianj .18., et pro radice maioris .30.; et erit similiter proportio differentiarum, que sunt inter quadratos, qui fiunt ab ipsis numeris, sicut 2 ad 9.; quod ustendam in lineis: sit linea *.ab.* 49., scilicet quadratus septenarij ; et *ac.* sit 81. , scilicet quadratus nouenarij; et *ad.* sit quadratus qui fit 15.; et *.ez.* sit quadratus qui fit à 14.; et *ei.* sit quadratus qui fit a 18; et *.et.* sit quadratus qui fit á 30. Et quoniam numeri, á quibus fiunt qnadratj *ez. ei. et.* , dupli sunt numerorum , á quibus fiunt quadrati *.ab. ac. ad.* , erit unusquisque quadratorum *.ez. ei. et.* quadruplus sui similis , scilicet *ez.* ex *.ab.* et *ei.* ex *ac.* et *et.* ex *.ad.* Et quoniam totus *.e.i.* ex toto *.ac.* quadruplus est , et *ez* ex *ab.* similiter est quadruplus , reliquus *.zi* ex reliquo *bc.* quadruplus est. Similiter ostendetur, *.it.* quadruplus esse ex *.cd.*; quare est sicut *bc.* ad *cd* , ita *.zi.* ad *.it.* Est enim *.bc* ad *cd.* sicut 2 ad 9.; et *zi.* ad *.it.* est similiter sicut 2 ad 9. Similiter si numeri, á quibus essent quadratj *.ez. ei. et.*, essent tripli numerorum, à quibus quadratj *.ab. ac. ad.*, esset unusquisque quadratorum *.ez. ei. et.* nonuplus sui similiter; quare differentia *.zi.* esset nonupla ex differentia *.bc.*, et differentia *.it.* ex differentia *.cd.*; quare esset sicut *bc.* ad *cd.*, ita *zi.* ad *it.*; et hoc uoluj demonstrare.

« sit linea . . . . quadratus » (fol. 35 verso, lin. 16—17; pag. 278, lin. 11—12).



« et ei. ex ac. .... quadruplus » (fol. 35 verso, lin. 22—23, pag. 278, lin. 17).



ET Si proportio dvarum differentiarum, que sunt in tres quadratos, fuerit sicut .11. est ad 43, erit primus quadratus .25. Secundus 729. Tertius 3481. ; quos hoc ordine inuenj. Posui primum pro mediano quadrato quadratum | qui fit á 23, cum ipse addat 11 octunarios super quadratum qui fit á 21.; et inuestigaui proportionem quam babet .11. ad primum sequentem sibi numerum, uel ad duos, uel ad plures, et nou inuenj cum ipsis numeris proportionem quam habet 11. ad .43.; quia si addatur 12 et 13 et 14, qui secuntur 11. in ordine numerorum, nou faciunt ultra .39.; ad quem numerum .11. habet maiorem proportionem quam ad 43.: et si cum ipsis 39. addatur sequens numerus, scilicet .15., ueniunt 54.; ad quem numerum .11. habet minorem proportionem quam ad 43; et propter hoc duplicauj .11. et 43, et triplicauj etiam, et per unumquemque numerorum, qui sunt usque in .7., multiplicauj eos, et non inuenj inter continuos numeros proportionem quam querebam: ad extremum octuplicauj .11. et .43., et habui 88. et 344.; et diuisi .88 per .11., et prouenerunt .8.; circa quem posui decem numeros sibi continuos, et fuit 8. medius inter eos; et fueruut .11. numeri, qui insimul aggregatj faciunt .88., ex quibus minor numerus est .3., maior .13.: et duplicauj 13., et addidj .1., et prouenerunt .27., cuius quadratus addit octonarios. 13. super quadratum qui fit á 25; et quadratus, qui fit á 25, addit 12 octonarios super quadratum qui fit a 23; et sic inuestigando inuenj, quadratum, qui fit á 27, addere super quadratum qui fit a

fol. 36 recto.

5, octonarios .88., qui proueniunt ex aggregatione numerorum, qui sunt á 13 usque in .3., scilicet ex undecim numeris ordinatis.

Deinde accepi .14. cum suis sequentibus numeris usque in 29, et aggregauj eos, et habui .344., scilicet octuplum de 43.; et super duplum de 29. addidj .1., et habui .59. pro radice maioris quadratj, scilicet de 3481, qui addidit octonarios .29. super quadratum sibi antecedentem imparem, scilicet super eum qui fit á .57.; qui quadratus addit super quadratum, qui fit á 55., octonarios 28.; et sic addendo omnes octonarios, quos addunt antecedentes quadratj, qui sunt á quadrato, qui fit á 59. vsque ad quadratum qui fit á 27, super suos consequentes, collegj, quadratum, qui fit á 59., addere super quadratum, qui fit á .27., octonarios 344.: quare proportio differentię, que est inter quadratum qui fit á quinario, et quadratum qui fit á 27, est ad differentiam que est inter quadratum qui fit á 27., et quadratum qui fit á 59, sicut .11. ad 43; que etiam proportio inuenietur in quadratis, qui sunt á duplo uel ab | alio quolibet multiplice radicum inuentarum. fol. 36 verso

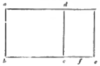
Volo inuenire tres quadratos numeros, ut additio primj et secundi, nec non ipsorum trium numerorum faciat quadratum numerum. Inueniam primum duos quadratos numeros, ex quorum addictione proueniat quadratus numerus, et fiant á numeris primus adse inuicem. Sintque 9 et 16, ex quorum additione proueniunt 25., qui est quadratus numerus: et accipiam quadratum, qui colligitur ex aggregatione omnium imparium numerorum, qui sunt infra .25.; qui quadratus est .144., cuius radix est medietas duorum extremorum ipsorum imparium numerorum, scilicet de .1. et .23. Ex aggregatione quidem de 144 et 25 proueniunt .169., qui numerus quadratus est; et sic inuenti sunt tres numeri quadratj, quorum duo, nec non et omnes simul aggregatj faciunt quadratum numerum: super quem etiam quadratum si addatur quadratus numerus, qui colligitur ex omnibus imparibus numeris, qui sunt ab uno usque in 167., cuius quadrati radix est .84., scilicet medietas de 168, proueniunt 7225, qui numerus est quadratus, et eius radix est .85.; et sic inuenti sunt quatuor quadratj, quorum duo uel tres, nec non et omnes simul coniuncti faciunt quadratum numerum: super quibus etiam 7225. possumus tres quadratos diuersos addere, et cum unoquoque ipsorum faciet quadratum numerum, ex quibus primus est quadratus proueniens ex omnibus imparibus numeris, qui sunt infra .7225., cuius radix est: 3612. Secundus uero quadratus prouenit ex aggregatione omnium imparium numerorum, qui sunt sub quinta parte de .7225., detractis inde duobus imparibus eidem quinte parti collateralibus, cuius quadrati radix est 720. Tertius quidem quadratus prouenit ex imparibus omnibus, qui sunt sub $\frac{1}{25}$ de, 7225, dentis ex eis duodecim imparibus ipsius $\frac{1}{25}$ partis collateralibus, cuius quadratj radix est 132.; et sic possunt infinitj quadratj numeri inuenirj, qui disiuncti et simul agregatj, secundum istum ordinem, facient numerum quadratum.

Questio mihi proposita a magistro Theodoro domini imperatoris phylosopho.

Volo inuenire tres numeros, qui insimul aggregati cum quadrato primj numeri faciant quadratum numerum. Super quem quadratum, si addatur quadratus secundi, egrediatur inde quadratus numerus; cum quo quadrato, addito quadrato tertij, similiter quadratus numerus inde proueniat. Inuenieudi sunt primj tres numeri quadratj, quo-

fol. 37 *recto*.

« radices .... similibus » (fol. 37 *recto*, lin. 3, 4—9; pag. 280 lin. 4—9).

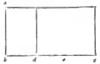


rum duo simul aggregatj faciant quadratum | ex aggregatione ipsorum trium ueniat item quadratus numerus. Et minor eorum sit plus radicibus reliquorum duorum quadratorum. Sintque 36 et 64 et 576, et erit radix secundj numeri .8., tertij .24.; que radices habeantur pro secundo et tertio numero quesitorum trium numerorum. Et Ponam pro primo numero radicem, et aggregabo hos tres numeros simul, et habebo 32 et radicem; super quem addam quadratum radicis, et habebo 32 et quadratum et radicem; que omnia uolo ut equentur primo posito quadrato, scilicet .36.; et auferam ab utraque parte 32, et remanebunt quadratus et radix equales iiii.or unitatibus. Vnde qualiter in similibus operandum sit, ponam pro quadrato quadratum *.ac.*, cuius unumquodque latus sit equale posite radicis; et addam ei superficiem *.de.* rectiangulam, que sit una radix quadratj *.ac.*; quare *.ce.* erit .1., et *dc.* est radix, cum sit unum ex lateribus quadrati *.ae.*; et dimidiabo *ce.* super *.f.*, et erit unaqueque sectionum *.cf.* et *fe.* medietas unius.

Et quia inuenimus, quadratum et radicem equarj iiii.or unitatibus, erit manifestum quod superficies *.ae.* rectiangula erit .4.; que superficies prouenit ex *ab.* in *.be*, hoc est ex *.bc.* in *.be.*: et quia linea *ce.* diuisa est in duo equa super *.f.*, et in directo eius addita est quedam recta *.cb.*, erit superficies *.bc.* in *be.* cum quadrato lineę *.cf.* equalis quadrato lineę *.bf.* Sed ex *bc.* in *be* proueniunt .4.; quibus si addatur quadratus numeri *.cf.*, qui est $\frac{1}{4}$, habebuntur $\frac{1}{4}$ 4 pro quadrato numerj *.bf.*; qui numerus cum non habeat radicem, dicemus, numerum *.bf.* esse radicem de $\frac{1}{4}$ 4; de quo si auferatur numerus *.cf.*, qui est $\frac{1}{2}$ unius, remanebit pro radice *.bc.* radix de $\frac{1}{4}$ 4 minus $\frac{1}{2}$ unius; qui numerus, quamuis sit inratiocinatus, habebitur pro primo numero quesito, et secundus erit .8., tertius 24. Verbi gratia : ex aggregatione quidem horum trium numerorum habentur $\frac{1}{2}$ 31 et radix de $\frac{1}{4}$ 4; super quam aggregationem si addamus quadratum primj numeri, qui est $\frac{1}{2}$ 4 minus radice de $\frac{1}{4}$ 4, habebuntur 36; qui numerus quadratus est. Super quem si addantur .64., scilicet quadratus secundj numeri, uenient 100.; qui numerus quadratus est, et radix eius est .10.; super quem quadratum si addantur 576., scilicet quadratus tertij numeri, habebuntur 676; qui numerus quadratus est, et radix eius est 26.; et hoc uolumus.

fol. 37 *verso*.

« contemptum .... *bd* equalis » (fol. 37 *verso*, lin. 1, 2—6; pag. 280, lin. 32—36):



Et ut solutio questionis suprascriptę habeatur in numeris ratiocinatis, Ostendendum | est primum, quod quando quarta unius integrj additur super aliquem numerum contemptum sub duobus numeris ratiocinatis, quorum unus excedat alterum in .1., procreatur inde quadratus numerus; quod ostendatur in superficie *.ag.*, que contineatur sub duobus numeris ratiocinatis, quorum maior excedat alterum in .1., qui sunt *.ab.* et *.bg.*; et maior eorum esto *bg.*; et auferatur á maiorj *.bg.* unitas *.gd.*, remanebit numerus *.bd.* equalis numero *ab.*; et diuidatur unitas *.gd.* in duo equa super *.e.*, et erit *de.* medietas unius integrj. Quare *de* medietas est ratiocinata. Est enim et numerus *bd* ratiocinatus. Quare totus *.be.* numerus ratiocinatus est; et quadratus, qui fit ab ipso, ratiocinatus est: cuj quadrato equatur superficies, que fit ex *bd.* in *bg.*, hoc est ex *ab* in *bg.* cum quadrato qui fit á *.de.* Sed quadratus, qui fit ex *de.*, est $\frac{1}{4}$ unius; et numerus, qui prouenit ex *ab* in *bg*, est contemptus sub duobus numeris ratiocinatis, quorum unus excedit alium in 1. Ergo cum additur $\frac{1}{4}$ cum

numero facto á duobus numeris, quorum unus addat super alterum .1., prouenit inde quadratus numerus; et hoc uolui demonstrare.

Et notandum quod omnes numeri integri, qui fiunt á duobus collateralibus, scilicet continuis, proueniunt ex ordine ex ordinata parium numerorum aggregatione. Nam .2, qui prouenit ex unitate ducta in .2., habetur ex primo parj numero; et 6, qui fiunt ex ductis .2. in 3., habentur ex aggregatione primorum duorum parium numerorum; et .12., que ueniunt ex 3 ductis in 4., habentur ex aggregatione trium parium numerorum, scilicet de .2 et 4 et 6.; et hoc eodem ordine ex decem paribus numeris prouenit numerus factus ex 10 uicibus 11: quod idem intelligatur in omnibus reliquis numeris, qui fiunt á duobus continuis numeris integris. Et sciendum quod omnis impar numerus est aggregatio duorum numerorum continuorum. Vnde quilibet impar numerus potest diuidj in duos numeros continuos, ut 7. qui diuiditur in .3. et 4.

Nunc ostendere uolo quod quando de aliquo quadrato numero tolluntur aliquot radices eius, et numerus ipsarum radicum diuidatur in duas partes, quarum una addat super alteram .1.; et multiplicetur una ipsarum partium per aliam, et quod prouenerit, addatur cum residuo quod de quadrato remanet, radicibus dentis, ueniet inde numerus contemptus sub duobus numeris inequalibus, quorum maior addit .1. super minorem. Ad quod demonstrandum, Adiaceat | tetragonum *.ag.*, et tollatur ex eo aliquot radices eius, que radices contineat (*sic*) superficiem *.eg.*; quare numerus *fg.* continet tot unitates quot radices ex quadrato *.ag.* sunt in superficie *.eg.*; et diuidatur numerus *.fg.* in duas partes, quarum maior addat 1. super minorem, que sint *.f.i. i.g.*; et mainr earum sit *.ig.* Dico quod cum de quadrato *.ag.* tollitur superficies *eg*, residuum, scilicet superficies *.af* cum superficie que fit ex *.if.* in *.ig.*, facit numerum factum ex duobus inequalibus numeris, quorum maior addit .1. super minorem; et hoc est de quadrato *.ag.* tollere superficies *eg* minus superficie que fit ex *.if.* in *.ig.* Ponamus siquidem numerum *.gh.* equalem numero *.if.*, et remanebit *.ih.* unum; quod diuidatur in duas medietates, que sunt *zi zh.*, et erit totus *.fg.* diuisus in duo equalia super *.z.*, et in duo inequalia super *.i.* Quare multiplicatio *.fi.* in *.ig.* cum quadrato qui fit ab *iz.*, equatur quadrato numeri *.fz.* Rursus quoniam numerus *.fg.* diuisus est in duo equa super *.z.*, et ei additus est numerus *.bf.*, erit multiplicatio *.bg* in *bf.*, hoc est multiplicatio *.ab.* in *.bf.* cum quadrato numeri *.fz.*, equalis quadrato numeri *.bz.* Sed quadrato numeri *.fz.* equalis est superficies *.fi.* in *.ig.* cum quadrato qui fit ab *.iz* medietate. Ergo multiplicatio *ab.* in *.bf.*, hoc est superficies *af.* cum multiplicatione *fi* in *ig*, et cum quadrato numeri *.iz* equatur quadrato numeri *bz.* Rursus quoniam *ih* unitas diuisa est in duo equa super punctum *.zi.*, et ei additus est numerus *.bi*, erit multiplicatio *bi.* in *bh* cum quadrato *.iz.* equalis; sed quadrato *bz.* equales sunt superficies *af*, et superficies *fi.* in *.ig.* cum quadrato *iz.*; ergo superficies *.bi.* in *bh* cum quadrato: *.iz.* equalis est superficiebus *.af.* et *.fi.* in *.ig.* et quadrato *.iz.* Comuniter aufferatur quadratus ex *iz*, remanebit superficies *.af.* cum superficie *.fi.* in *ig* equalis superficiei *.bi.* in *bh.* : sed superficies *bi.* in *bh* fit ex duobus numeris, quorum unus addit .1 super alterum, qui sunt *bi.* et *bh*; est enim *.ih.* 1. Que etiam ostendatur cum numeris: quadratus quidem *.ag* sit 100, et erit unumquodque latus .10.; et auferantur á quadrato *.ag.* 7. radices eius minus multiplicatione *fi.* in

fol. 38 recto.

* ueniet .... in .7. Est » (fol. 38 recto, lin. ultima e margine inferiore; pag. 281, lin. 2—3).

fol. 38 verso



.ig.; que radices sint superficies .eg., remanebit superficies .af. 30; cum quibus si addatur multiplicatio .fi. in .ig., hoc est de .3. in .4., uenient .42.; qui numerus surgit ex bi. in .bh., hoc est de 6 in .7. Est | enim totus bg. 10.; de quibus si anferatur .fg numerus, qui est .7., remanent .3. pro numero .bf.; quibus si addatur .fi., qui est .3., erit .6. totus numerus .bi.; cui si addatur unitas .ih., habebuntur .7. pro numero .bh. Et postquam hec omnia demonstrata sunt, redeamus ad questionem phylosophi, et procedamus predicto modo, donec habeamus quod census et radix et 32 equantur quadrato de 36.: deinde uideamus quot radices sunt 32 de 36., hoc est quod diuidamus 32 per radicem de 36., ueuient radices $\frac{1}{3}$ 5; et propter hoc, ut inueniamus solutionem predicte questionis in posita proportione trium quadratorum supradictorum, scilicet de 36 et de 64 et de 576; oportet ut inueniamus quadratum aliquem, de quo extractis radicibus $\frac{1}{3}$ 5. ipsius remaneat numerus, qui procreatur ex multiplicatione dictorum numerorum inequalium, quorum maior addat .1. super minorem. Quod inueniemus si posuerimus numerum aliquot radicum superhabundantem predictas radices $\frac{1}{3}$ 5. Quod quidem possumus facere in infinitis modis. Vnde ponamus ad libitum radices .7., et diuidamus .7. in duas partes, quarum una addat .1. super alteram, eruntque 3 et 4.; et multiplicetur 3 per 4, faciunt .12: et nos scimus, per ea que dicta sunt, quod quando de aliquo quadrato tolluntur .7. radices eius minus .12., remanebit de ipso quadrato numerus procreatus ex duobus numeris inequalibus, quorum maior addit .1. super minorem. Et nos uolumus inuenire quadratum, de quo extractis radicibus $\frac{1}{3}$ 5 ipsius, remaneat similiter numerus procreatus ex duobus numeris, quorum unus addat .1. super alium. Ergo radices $\frac{1}{3}$ 5 ipsius quadrati, quem querimus, equantur radicibus .7. eiusdem quadrati minus .12.: quare si addamus 12. utrique partj, erunt radices $\frac{1}{3}$ 5 et 12 dragme, que equantur .7. radicibus. Tollamus ergo ab utraque parte radices $\frac{1}{3}$ 5., remanebit radix $\frac{2}{3}$ 1, que equantur unitatibus .12. Triplicemus ergo hec omnia, et erunt quinque radices equales .36. Vnde si 36 diuiserimus per 5, habebimus $\frac{1}{5}$ 7. pro radice quesiti quadratj, scilicet primj: fuit quidem radix primj quadrati .6.; ergo proportionaliter est sicut .6. ad $\frac{1}{5}$ 7, ita 8 et 24 ad radicem secundj et tertij quadrati. Sed $\frac{1}{5}$ 7 addit super 6. quintam partem ipsius; quare si super 8 et super 24 addamus quintam eorum, habebimus pro radice secundi quadrati $\frac{3}{5}$ 9, et pro radice tertij $\frac{4}{5}$ 28; et erit $\frac{3}{5}$ 9 secundus numerus ex tribus quesitis numeris, et $\frac{4}{5}$ 28 erit tertius: et est adhuc primus numerus ignotus, qui cum | fuerit additus cum secundo et tertio numero predictis et cum quadrato ipsius primj numeri, faciet quadratum de $\frac{1}{5}$ 7; qui quadratus est $\frac{1}{5}\frac{4}{5}$ 51. Quare ponemus pro primo numero radicem, et addemus eam cum $\frac{3}{5}$ 9 et cum $\frac{4}{5}$ 28., et habebimus radicem et $\frac{2}{5}$ 38.; quibus addemus quadratum radicis, et habebimus quadratum et radicem et $\frac{2}{5}$ 38., que equantur dragmis $\frac{1}{5}\frac{4}{5}$ 51. Tollamus ergo ab utraque parte $\frac{2}{5}$ 38, remanebit census et radix, que equantur dragmis $\frac{11}{25}$ 13; super quem addamus $\frac{1}{4}$, scilicet quadratum medietatis radicis, ut superius fecimus, et habebimus $\frac{9}{10}\frac{6}{10}$ 13, que sunt centexime 1369.: diuidamus ergo radicem de 1369., scilicet 37, per radicem de 100., uenient $\frac{7}{10}$ 3; de quibus tollamus $\frac{1}{2}$ pro medietate radicis, remanebunt $\frac{1}{5}$ 3 pro primo numero; et sic soluta est hec questio in numeris ratiocinatis; et secundum hunc modum potest solui infinitis modis.

— hec usque est scriptus quaternus domini R. cardinalis

fol. 39 recto.

Solui etiam hanc questionem in numeris integris, quorum primus fuit 35. Secun-

dus 144., tertius 360., quorum aggregatio surgit in .539.; super quibns addito quadrato primj numeri, scilicet 1225., veniunt 1764.; qui numerus quadratus est, et eius radix est .42.: super quo quadrato addito quadrato numeri secundi, qui est 20736, ueniunt 22500.; qui numerus quadratns est, et radix eius est .150.: super quo quadrato addito quadrato tertij numeri, scilicet 129600., veniunt .152100.; qui numerus quadratus est, et radix eius est .390. Quos numeros inuenj ex positione horum trium quadratorum, scilicet de 49 et 576 et de 3600., quorum duo, nec non et ipsi tres simul additj faciunt quadratum numerum. Et aggregaui radices secundi et tertij, scilicet 24 et 60, fuerunt 84.; que diuisi per radicem primj quadrati, scilicet per 7., et uenerunt .12.: et propter hoc oportuit me inuenire quadratum numerum, de quo cum tollerem .12 radices eius, remaueret numerus factus ex duobus numeris inequalibus, quorum unus adderet .1. super alium. Vnde accepi 13., et diuisi ipsnm in partes continuas, scilicet in .6. et 7.; que multiplicaui insimul, et fuerunt 42.: et oportuit me inuenire quadratum, cuius 13. radices minus .42. dragmis equaretur 12 radicibus eiusdem; et processi postea predicto ordine, et habui numeros snprascriptos; ex qnibus etiam quadratis innenj hos alios tres numeros, scilicet $\frac{2}{3}$ 10 et 64 et 160. Et non solum per hunc modum tres numeri diuersis modis possunt inuenirj; sed etiam inuenientur quatuor cum quatuor nnmeris quadratis, quorum duo per ordinem et tres, nec non et omnes simul coniuncti | fecerint quadratum numerum. Ergo autem cum his quatuor quadratis numeris, scilicet *fol. 39 verso.* cum .... et .... et .... et .... (*) Inuenj hos quatuor numeros, quorum primus est 1295, Secundus $\frac{6}{7}$ 4566, Tertius $\frac{1}{7}$ 11417, Quartus uero est 79920.; et eorum aggregatio est 97199. Super qno numero, si addatur quadratus primj numeri, scilicet 1677025, venient 1774224; qui numerus quadratus est, et eius radix est 1332. Super qno etiam quadrato (**)

(*) Le quattro lacuoe indicate con punti nella linea 20 di questa pagina, trovansi nel rovescio della carta 39 del Codice Ambrosiano *E.* 75, *Parte superiore*.

(**) La parte scritta del rovescio della carta 39 del Codice Ambrosiano *E.* 75, *Parte superiore*, finisce in tronco alla parola *quadrato*, non contando che otto linee, l'ultima delle quali è incompleta. Il rimanente di questo Codice, è interamente bianco.

IMPRIMATUR

Fr. Hieron. Gigli Ord. Praed. S. P. A. Mag.

IMPRIMATUR

Fr. A. Ligi-Bussi Min. Conv. Archiep. Icon. Vicesg.